# ORONTII FINAEI DELPHINATIS, REGII MATHEMATICARVM LVTETIAE PROFESSORIS,

Quadratura Circuli, tandem inuenta & clarissimè demonstrata.

De circuli mensura, & ratione circũferentiæ ad diametrum, Demonstrationes duæ.

De multangularũ omniũ & regulariũ figurarũ descriptione, Liber hactenus desideratus.

De inuenienda longitudinis locorum differẽtia, aliter quàm per Lunares eclipses, etiam dato quouis tempore, Liber admodùm singularis.

Planisphærium geographicum, quo tum longitudinis atq; latitudinis differẽtiæ, tum directæ locorum deprehenduntur elongationes.

LVTETIAE PARISIORVM,
Apud Simonem Colinæum.
1544.
Cum priuilegio Regis.

*Virescit uulnere uirtus.*

## SVMMA PRIVILEGII, à Rege per Authorem impetrati.

Regia cautum est sanctione, ne quispiam hoc opus, & alia Orontij Finæi Mathematicarum professoris opera, in ipso priuilegij diplomate sigillatim enarrata, intra decēnium à prima singulorum operum æditione supputandum, absque manifesto opificis consensu, imprimat: aut alibi impressa, sub Regis ditione venditet & distrahat. Idque sub graui multa, in eodē priuilegij diplomate luculēter expressa.

Concessum fuit priuilegium, & maiori sigillo Regio munitum, Lutetiæ Parisiorū, Anno Christi 1543, Mense Febru. Ipsum autem priuilegium subscribebat Guiotus.

(∵)

# Christianissimo Gallorũ Regi, FRANCISCO, EIVS NOMI- nis primo, Orontius Finæus Delphinas, S. D.

DIVINA PROVIDENTIA *factum esse puto,* FRANCISCE Rex *Christianissime, vt quæ præclara sunt & difficilia, quantò magis ab ipsis desiderantur & perquiruntur hominibus: tantò tardiùs à paucis plurimùm inueniantur, & in sua differantur tempora, illísque destinentur inuentoribus, quos solus* Deus *ad hæc nouit esse delectos. Cùm ob multa, tum vt igneus & planè cælestis ille diuini splendoris vigor, mentibus nostris insitus, magis atque magis elucescat: & ad perscrutanda latentium rerum arcana acriori nos vrgeat stimulo, in illorúmque assidua contemplatione & indagatione fixam oblectet intelligẽtiam. Quod si tam in diuinis & naturalibus, quàm mechanicis & ciuilibus rebus, locum habere compertum est: in ijs artibus, quæ solæ* Mathematicæ, *hoc est, disciplinæ nũcupari meruerũt, vsu maximè venire (opinor) negabit nemo. Quanquam enim ipsæ* Mathematicæ, *medium inter intellectilia sensiliáque locum obtinentes, cæteris artibus tum fide & ordine, tum certitudine ac integritate (præter summam quæ illis inest vtilitatem) longè præstare videntur: rariores nihilominus semper habuere professores, & insigniora theoremata, maiori cum difficultate, longioríque temporis successu adinuenta atque demonstrata. Quemadmodum in ea disciplina, quæ* Geometria *vocitatur, de* Circuli *licet intueri quadratura. Quæ tametsi ab omnibus philosophis sciẽtia cõtineri fuerit existimata, & tãto tempore à tam doctis perquisita viris: hactenus tamen videtur fuisse desiderata, facta interim non modica rerum* Mathematicarum *accessione: multa enim scitu dignissima, quæ prius erant absconsa, prodiere nota. Cùm igitur præfatam* Circuli *quadraturam, extra artem non esse intelligerem, & illius inuentionẽ ad me non sine diuino numine iure quodam deuolui: qui & patre philosopho ac* Mathematico *insigni* Francisco Finæo *sum natus, & ad has disciplinas natura factus (quas* *à mutis, quod aiũt, magistris acceptas, octo & viginti annos Lutetiæ publicè docendo, interpretando, scriptis & nouis inuẽtionibus exornãdo illustraui) pretium operæ facturum me putaui, si nodũ hunc dissoluerẽ, & Galliam tuam sub tuo fœlici nomine, hoc rarissimo munere donarem. Quod (ni me fallit ipsa veritas, & Mathematicarum inexpugnabilis certitudo) à diuina tandẽ impetraui clemẽtia. Ipsam nanque Circuli quadraturã, via hactenus à nemine tentata, & methodo inaudita, clarissimè demonstraui, atque non vni tantũmodò Circulo æquale quadratũ, sed tribus Circulis tria simul æqualia quadrata, vel è diuerso, figurare docui: totúmque inuentionis ac demõstrationis artificiũ, quinque problematibus, & vnica, eáque simplicissima, conclusi figuræ contextura. Ex ipso autem primo problemate, à Græcis olim tot modis inuestigata, sed nõdũ planè demõstrata Cubi duplicatio, euidẽtissimè colligetur. Huic porrò Circuli tetragonismo, duas adiunxi demonstrationes: alteram de ipsius Circuli dimensione, alteram verò de ratione circunferentiæ ad diametrum: quæ tot fœlicia ingenia, vt Circulo æquale darent quadratum, hactenus defatigarunt. Subsequitur deinde absolutum, & à nemine anteà tentatum opus, de multãgularum omnium & regularium figurarum descriptione: quo bona pars ipsius Geometriæ, quæ priùs latebat, & supramodum vtilis videbatur, in posterum fiet manifesta. Accessit tandem liber admodùm eximius, de inuenienda lóngitudinis locorũ differentia, aliter quàm per Lunares eclipses, etiam dato quouis tempore: vnà cũ Planisphærio geographico, recèns itidem excogitato. Quem librũ anno superiore, gallicè conscriptum, vnà cum Delphinatus, Prouinciæ, Sabaudiæ, & Pedemontanæ regionis Corographia, tuæ obtuli maiestati. Hæc igitur insignia totiésque desiderata Mathematum opera tria, sub tuo fœlici nomine & auspicio, in publicum tandẽ prodire sum passus: Quæ tibi Mathematicarum, ac reliquarum bonarũ artium raro Mecœnati, térque maximo Principi (nempe Regũ Christianissimo, potẽtissimo, ac omni virtutũ genere animíque dexteritate prædito) candidè deuoueo, & protegenda cõmitto. An verò palmã hanc præter multorũ spem, reportaturus sim: cuiuis æquo lectori, & in Mathematicis non infœliciter versato, censendum relinquo. Cuperem tamen de multis, hîc te vnicum habere iudicem: si per humanitatem tuam, & publicas occupationes, quibus hoc importuno tempore (in quo Mars suis comitatus Furijs, longè latéque fremit) valde distringeris, me ipsum interpretem audire graue nõ esset: qui & de rebus omnibus rectè iudicare, & illas æqui boníque consulere abundè nosti. Reliquum est, clementissime Rex, vt tui Orontij sic tandem meminisse pergas: vt eum in instaurandis, & (te auspice) docẽdis Mathematicis, annos meliores consumpsisse non pœniteat. Vale.*

Lutetiæ Parisiorum, Mense Iulio, 1544.

## AD CHRISTIANISSIMVM GALLORVM REGEM *Franciſcum, De Orontio Finæo inſigni Mathematico, Antonius Mizaldus, Monſlucianus.*

MVſarum Franciſce parens, Rex maxime, cuius
Auſpicijs docti ſtántque, cadúntque viri.
Nαὶ tua maieſtas magnis decorata trophæis,
Nouit ἀλήθειαν tempus habere patrem.
Nouit prudenter quòd tempus operta recludit:
Ædit & in lucem quæ latuere priùs.
Nouit ad hæc, homines non omneis omnia poſſe:
Et poſita in raris munera rara locis.
Euclidem hinc celebrat Megara, Aegyptus Ptolemæum:
Tollit Ariſtotelem hinc Stragira clara ſuum.
Hinc tua Finæum doctiſſima Gallia iactat:
Quem mare, quem Cælum, quem tibi terra canit.
Hic etenim reperit, quod ſcibile dixerat olim,
Sed nondum ſcitum magnus Ariſtoteles.
Huic nunquam potuit quadrari circulus vnus.
O ter magnum hominem, tres ſimul ecce quadrat.
Rurſum quadratis æquales tramite eodem
Demonſtrat ternos (res celebranda) κύκλους.
Nec ſatis hoc, omnis generis πολυγώνια pingit
In circo: nùm ſummi hoc opus artificis?
Tantùm de eclipſi diſtantia nota locorum
Priſcis: huic alio panditur ingenio.
Victa gemis, ſuperata doles, nec cornua tollis,
Vt quondam, raris Græcia nota Sophis.
Das Gallis inuita manus, ac porrigis herbam:
Quid facias? ſunt hæc fata ferenda tibi.
Ferte Mathematici violas, & balſama, nardos
Spargite: materies digna fauore venit.
Ecce ſeges vobis multo ſudore parata,
Quam quondam veſtri tam cupiere patres.
Gallia donec erit, donec victricia Mundus
Lilia odorabit, lilia ſuſpiciet,
Rex Franciſce, tibi tanto pro munere grates
Soluet: nam res eſt congrua, cauſa iubet.
Per te reſpirant, floréntque Mathemata, per te
Totius mundi Machina vaſta patet.
Per te Finæus Pylijs digniſſimus annis,
Perficit inuentis optima quæque ſuis.
Te duce Gallorum nomen ſuper æthera tollit:
Te celebrat, cuius fama perennis erit.
Regia, crede mihi, res eſt ſuccurrere doctis:
Quas illi dederis, ſemper habebis opes.

*Ariſtoteles in Categ. cap. πρός τι, lib. 2. prio. ca. 25. Ethic. 1. cap. 2. Phyſic. 1. cap. 2.*

Ad amplissimum Lotharingiæ Cardinalem, studiosa Mathematicarum iuuentus.

*NVnc Mathemata qui colunt amántque,*
*Quorum lumina puluis eruditus*
*Moratur, ratióque metiendi,*
*Gratias & agunt habéntque miras*
*Pro tuis in Orontium, sacrámque*
*Mathesin meritis Pater, senatus*
*Splendor pontificalis, atque Gallo*
*Regi proximus, intimúsque Achates.*
*Ex te pendet Orontius secundum*
*Cæli numina, Gallicúmque Regem.*
*Ille quicquid habet, tibi fatetur*
*Se debere, tuo dari fauore*
*Hæc stipendia, quæ sibi meretur.*
*Ergo respicies virum, ferendam*
*(Vt soles) ad opem. noui libelli,*
*Quos vulgat, deus! & laboriosi,*
*Et quales vetus expetebat ætas,*
*Suis ingenijs tamen negatos,*
*Sat suadent tibi Cardinalis ample,*
*Propugnator & huic patronus vt sis*
*Aduersus rabiem calumniantum.*
*Hoc debes quoque munus eruditis.*

Λοδοβικοῦ Δεφμένες Βιλλανοβανοῦ περὶ τοῦ λαμπροτάτου τε, καὶ σοφωτάτου ἀνδρὸς Ὀροντίου βασιλέως τῶν μαθημάτων διδασκάλου.

ΟΥ δεῖ θαυμάζειν εἰ θεῖος Ὀρόντιος αὐτοὺς
Νικᾷ Ἀστρολόγους, ἠδὲ Μαθηματικούς.
Οὐρανόθεν μὲν γὰρ παρέπεμψεν Φοῖβος Ἀπόλλων
Αὐτὸν, κ' εὐπλόκαμος Καλλιόπη ἔτεκεν.
Γάντεσσι ζάθεαι ἔφιλον τοῖς ἤθεσι Μοῦσαι,
Καὶ ἔτρεφον σφετέροις ἤματα πάντα δόμοις.
Τῶν ἄστρων διδαχὰς ἀτρεκεῖς, καὶ παντὸς Ὀλύμπου
Μουσάων μήτηρ ᾧ πόρεν Οὐρανίη.
Τέρπου τῷ ἀνδρὶ εὐδαίμων ὦ Γάλλια τόσσῳ,
Οἷσι γὰρ λαμπρὸν τοὔνομ' ἐπ' ἄστρα σέο.
Χαίρετε ὦ Κελτοὶ πολὺ, ὑμᾶς γὰρ μακαρεῖν,
Θεσπεσίους ῥέζειν, ἡμιθέους τ' ἀνέρας.

*Ludouicus Fienensis Villanonauus, De Orontiana Circuli quadratura.*

QVod nunquam potuere Sophi molimine toto,
Diuinúsque Plato, & magnus Aristoteles:
Hoc præstat mira diuinus Orontius arte,
Nam solus circlos arte quadrare potest.
Quare omnes veteres vincet,quicunque fuere:
Et meritò princeps ille Mathesis erit.

*In laudem Orontij Finæi, Delphinatis, Mathematici Regij, Ludouici Fontanier Epigramma.*

TE tua verba probant diuino munere plenum
Quadrator cycli,nec tua scripta negant.
Illud at imprimis, matura quod edidit ætas,
Numinis instar habens,quo tria summa facis.
Tripliciter trinum sola quod imagine condit,
Quo toties vnum sub tribus obijcitur.
Est etenim trinum spectes si fortè supremum
Numen,in ambobus res tribus vna subest.
Materiam spectas,trinus quadratur in vno
Circulus,haúdque potest vnus abesse tribus.
Additur eximiè huic arti dimensio cycli
Cum sectore suo,certior Archimedis.
Te facit & mirum intentata repertio,Cyclo
Appingis quicquid linea recta feret.
Omnibus his addis, nullus quod præstitit ante:
Haúdque vno præstas tramite, sed duplici.
Scilicet vt citra defectum luminis almæ
Phœbes demonstres,quid loca dissideant.
Rursus opus trinum videas,si lumine mentis
Artificem lustres,qui tribus vnus inest.
Ternio quartus adest,tutorem si inspicis illum
Franciscum regem,qui hæc tria solus habet.
Quadrator cycli,tu fęlix auspice tanto,
Verbis & scriptis,& Lare dexterior.

*Idem Ludouicus, ad inuidum.*

LIuide,Finæi nomen cur rodis Oronti,
Cùm nil tale queas edere,quale parit?
Te satis expugnant,necnon tua tela retundunt,
Grammata,quæ Regis munere digna facit.
Rodere more tuo,genuino dente Mathesin
Finæi poteris,reddere tale nihil.

❧ Franciſcus Bouſſetus, Diuionenſis, de Orontio Finæo Delphinate, omnium Mathematicorum huius ætatis facilè principe, Contra Zoilos.

*Finæus ſuperos mente petit Deos,*
*Totus fermè animo perſimilis ſuo:*
*Axem ad ſydereum quà ſit iter bene*
*Nouit doctus Orontius.*
*O Finæe, quater, multò etiam amplius*
*Fœlix: non tibi mors præpediet ferox,*
*Aut ſi quicquam aliud morte ferocius,*
*Rectas ad ſuperos vias.*
*Noſti quà ſit iter, quáque homines Polos*
*Acceſſere pij. quòd ſator omnium*
*Demonſtrare bonis omnibus, vt tibi,*
*Dignatur famulis ſuis.*
*Noſti inquàm, melius ſed reliquis tamen*
*Cunctis Aſtronomis, atque profundiùs:*
*Fretus mirificis in rationibus,*
*Dignus munere laureæ.*
*Ecquid iam ſupereſt inuide, nunc niſi vt*
*Ceruici triplicem funiculum pares?*
*Cùm tam proſpicuum nomen Orontij*
*Clarum ſit ſuper aëra?*
*Aut qui liuide ſit te haud rapiat tremor,*
*Aut honor quatiat? ſpiritus & calor*
*Seſe intrò rapiant, cordis ad intima,*
*Concuſcéntque animam tuam?*
*Non tutum eſt hominem quemlibet, ac minus*
*Conturbare Deos: quóſve volunt ij*
*Charos eſſe ſibi. diſce periculis*
*Maiorum, inuide, viuere.*
*Ne tu fulminibus fortè Gigantium*
*Inſtar diſpereas, truſus ad inferos:*
*Et cogaris ibi grande aliquod manu*
*Saxum voluere Siſyphi.*
*Néve heu Caucaſea rupe ſub aſpera*
*Vincto immane iecur vultur edat tibi:*
*Incuſéſque Iouem more Promethei,*
*Nec detur requies tibi.*
*Cùm ſit cælitibus noſter Orontius*
*Dilectúſque Ioui, propter amabilem*
*Splendorem ingenij: diſce hominem bonis*
*Mecum extollere laudibus.*

❧ *In inuidum, Michaëlis Lochiani Epigramma.*

MÆonidem ſimul ac riſit, ſpectante corona,
Zoilus, vt liuor non niſi ſumma petit:
Nec mora præcipitem celſa de rupe dederunt,
Vt caperet factis præmia digna ſuis.
Supplicio grauiore quidem tu dignus haberis,
Communi ſtudio qui malus inuideas.
Quod vocat in lucem tenebris Finæus ab imis,
Ingenij mira dexteritate iuuans.
Diuite quem Muſa fœlix natura beauit,
Cui linguæ veneres delitiáſque dedit.
Qui doctos inter tantum caput extulit omnes,
Sol quantum ſtellis clariùs ipſe micat.
Quódque Latina ſuo debent vexilla Camillo,
Hoc ſe Finæo noſtra Matheſis ait.
Atqui (ſat ſcio) te virtus aliena remordet
Florida, quam nequeas liuidus ipſe ſequi.
Cógeris inuitus ſannas, & ponere naſum,
Hoc opus & lætis plauſibus excipere.
Nil aliud latres, aliò te ferre neceſſe eſt.
Hic nihil eſt quod agant ſpicula, cede, tua.

# INDEX PROBLEMATVM, & propositionũ,atq; corollariorum,ſuccedentibus libris ſiue operibus Orontianis contentorum.

## Libri de Circuli quadratura, Problemata.


1. *Datis duorum quadratorum lateribus, quorum alterum circa, alterum vero intra circulum deſcribitur: binas medias lineas rectas ſub eadem ratione cõtinuè proportionales inuenire.* Facie 3.
2. *Dato circulo, æquale quadratum: aliiſque duobus circulis, duo ſimul æqualia quadrata alterum alteri deſcribere.* Datóve *quadrato, circulum æqualẽ: aliiſq; duobus quadratis, duos æquales circulos alterum alteri ſimul delineare.* Fa. 11.
3. *Prædictorũ quadratorum atq; circulorum inuicem accidentes proportiones, in vniuerſum colligere:* Triáque *interiora & minora quadrata, tribus ipſis circulis, qui in tribus primis & maioribus quadratis deſcribuntur, ordinatim fore proportionalia, demonſtrare.* Fa. 14.
4. *De rationum compoſitione, pauca ſubnotare:* Atq; *circulum tertium & minimum, ad ſecundum quadratum eandem habere rationem, quam rectangulum triangulum ipſius maximi quadrati dimidium, ad ipſum primum & maximum circulum, conſequenter oſtendere.* Fa. 16.
5. *Quòd tria interiora & minora quadrata, ipſis tribus circulis qui in tribus primis & minoribus quadratis deſcribuntur, ſingulatim & ordine coæquentur: tandem efficere manifeſtum.* Fa. 20.

*Corollarium.*

*Dato igitur quouis rectilineo, circulus æqualis vel facile deſcribetur:* Et *proinde circulus etiam deſignabitur, ſub dato quouis partium ac menſurarum numero comprehenſus.* Fa. 23.


## Secundæ partis eiuſdem libri, De area circuli, & ratione circunferentiæ ad diametrum, Propoſitiones.


1. *Quòd circulus ſit æqualis triangulo rectangulo, cuius alterum laterum quæ ad rectum ſunt angulum ſemidiametro, reliquum verò circunferentiæ eiuſdem circuli eſt æquale, demonſtrare.* Fa. 26.

*Corollarium 1.*

*Quod igitur ſub circuli diametro & dimidia circunferentia continetur rectangulum: æquum eſt ipſi circulo.* Fa. 31.

*Corollarium 2.*

¶ *Area consequenter cuiuslibet regularis poligoni, æquatur rectangulo, quod sub perpendiculari ex centro in latus vnum demissa poligoni, & dimidio consurgit ambitu.* Fa. 32.

¶ *Reliqua propositio.*

2. ¶ *Circunferentiam circuli, ad eius diametrum rationem habere tripla sesquiseptima minorem: maiorem autem tripla sesquioctaua.* Fa. 33.

*Corollarium 1.*

¶ *Non habet igitur circunferentia circuli, ad diametrũ rationem tripla superdecupartiente septuagesimas primas (vt asserit Archimedes) maiorem.* Fa. 38.

*Corollarium 2.*

¶ *Ratio tripla sesquiseptima, magis accedit ad veram rationem circunferentiæ ad diametrum: quàm tripla sesquioctaua.* Fa. 38.

*Corollarium 3.*

¶ *Præcisior est adhuc ratio tripla superbipartiẽs quindecimas (vt 3 & $\frac{2}{15}$ ad 1) ipsa ratione tripla sesquiseptima.* Fa. 39.

*Corollarium 4.*

*Area itaque circuli ad circunscriptum quadratum, rationem ferè habet, quam 11 ad 14: ad inscriptum autem quadratum, quam 11 ad 7,* Fa. 40.

## Libri de absoluta multangularum omnium & regularium figurarum descriptione, Problemata.

1. Datam *quamuis lineam rectam præfinitam, in quotcunque partes inuicem æquales diuidere, illiúsque partem quotam, à dato quouis numero denominatam inuenire.* Fa. 42.

2. ¶ *Dato triangulo isoscele, cuius vterque angulorum qui ad basin duplus sit reliqui: cætera isoscelia triangula constituere, quorum vnusquisque eorum qui ad basin sunt angulorum eam rationem obseruet ad reliquum, quam datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latus, quæ per ipsum describitur isosceles, simul reddere notum.* Fa. 44.

3. ¶ *Angulo rectilineo dato, alterius anguli rectilinei multiplici: ipsum angulũ datum in tot æquales angulos discindere, quotuplex is fuerit reliqui.* Fa. 52.

4. ¶ *In dato circulo poligonum æquilaterum & æquiangulum à dato quouis numero denominatum, consequenter describere.* Fa. 53.

*Corollarium 1.*

¶ *Circunferentia itaque dati cuiuscunque circuli, in quotcunque partes inuicem æquales vel facilè diuidetur: quod hactenus fuerat desideratum.* Fa. 58

Corollarium 2.

*Angulus præterea rectus, in quotlibet partes inuicem æquales consequenter diuisibilis erit.* Fa. 59.

Corollarium 3.

*Ratio insuper anguli cuiuslibet poligoni æquilateri & æquianguli, ad ipsum angulum rectum, fit pendenter manifesta.* Fa 60.

Corollarium 4.

*Anguli rursum cuiuslibet æquilateri & æquianguli poligoni, à primo vel impariter pari numero denominati : ad illius isoscelis angulum, cum quo ipsum describitur poligonum, ratio tandem dignoscetur.* Fa. 62.

*Reliqua problemata.*

5. *Super data linea recta terminata, poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum describere.* Facie. 64.

6. *Circa datum circulum, poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum delineare.* Fa. 65.

7. *In dato quouis poligono æquilatero & æquiangulo, circulum versa vice describere.* Fa. 68.

8. *Circa datum quoduis poligonum æquilaterũ & æquiangulum, circulum tandem figurare.* Fa. 70.

Libri de inuenienda longitudine locorum, aliter quàm per Lunæ defectus, Problemata.

1. *De longitudine atque latitudine locorum, & earum comparatione cum longitudine atque latitudine syderum, ac vtriusque differentia, officio, & vtilitate: generalia quædam in primis elucidare præambula.* Fa. 75.

2. *Quòd radicalis quispiam locus eligendus sit, ad quem cæterorum locorum differentiæ longitudinales referantur : quæ insuper ad ipsius longitudinalis differentiæ requirantur inuentionem, consequenter edocere.* Fa. 77.

3. *Quota diei cuiuslibet naturalis hora atque ipsius horæ minuto, Luna ad electum & radicalem perducatur Meridianum calculare: túncq; verum ipsius Lunæ locum in Zodiaco simul deprehendere.* Fa. 79.

4. *Quota rursum oblati cuiuslibet diei naturalis hora, Luna ad alterius cuiuscunq; loci, quàm radicalis, peruẽtura sit Meridianum: & quam Zodiaci partem ipsius applicationis tempore Luna occupauerit, vnà cum ipsius Lunæ latitudine, consequenter obseruare.* Fac. 83.

5. *Qualiter ex proximis duobus problematibus, longitudinalis dati cuiuscunq; loci differentia, ad ipsius radicalis loci relata Meridianum, subinferenda ac colligenda sit: tandem aperire.* Fa. 87.

# INDICIS RESIDVVM.

Secundæ partis eiuſdem libri, vbi de Geographico agitur Planiſphærio, Problemata.

1. ¶ *Planiſphærij geographici, ex vulgati Aſtrolabij ſeu Planiſphærij aſtronomici contextura, ſummatim elicere compoſitionem.* Fa. 93.

2. ¶ *Angulum poſitionis, quē facit arcus viatorius binis locis interceptus (quorum alter eſt radicalis) cū ipſius loci radicalis* Meridiano, *in primis obſeruare.* Fa. 97.

3. ¶ *Dato poſitionis angulo, & arcu viatorio inter datum quemuis locū & radicalem (ad cuius latitudinem ipſum fabricatum eſt inſtrumentum) comprehēſo: longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentiam, ex eodem inſtrumento promptiſſimè colligere.* Fa. 100.

4. ¶ *Cognita longitudine atq; latitudine tā radicalis, q̄ alterius cuiuſcunq; loci: arcum viatorium eiſdē locis interceptū, vnà cum poſitionis angulo, ſub eodem arcu viatorio &* Meridiano *loci radicalis cōprehēſo, verſa vice reddere notū.* Fa. 103.

5. ¶ *Planiſphæriū ipſum geographicū, in ampliorē magiſq; vniuerſalē redigere cōtexturam: idémque pluribus radicalium locorum coaptare latitudinibus.* Fa. 104.

¶ *Indicis finis.*

## AD DIONYSIAM CANDIDAM, *Lutetianam, Orontij Finæi vxorem, de eodem Orontio, Hub. Suſſannæus.*

O Cui Pieriæ genialem Candida, lectum
Strauerunt, vitæ ſignáne fauſta notas?
Es docto coniuncta viro, pulchráque beata
Prole: tibi formæ cedit honore Venus.
Optatis Fortuna tuis reſpondet. ad aſtra
Aurato curru te bona fama vehit.
Commoda multa quidem: tamen eſt è pluribus vnum,
Quod verum iungit perpetuúmque decus,
Contigerit tibi quòd tali nupſiſſe marito:
Cui cedunt quot ſunt, quótque fuere ſophi.
Nemo Mathematicas exactiùs addocet arteis,
Expolit, inuentis amplificátque nouis.
In quadrum redigi monſtrat fęliciter orbes,
Tentatum multis hactenus illud opus.
Tentarunt multi, nullus perfecit: ad iſtam
Fata reſeruabant talia dona diem.
Monſtrat ad hæc, loca quid diſtent, vt ſcribier vno
Circum multiplex angulus orbe queat.
Præmia virtutum tecum communicat æquè:
Hæredes nati laudis & huius erunt.
Olli certatim Muſæ famulantur ouantes:
Quarum ſe ſtudijs præbet Apollo ducem.
Ergò præſtanti Diuorum munere gaude,
Felix tam raro Candida, nupta viro.

# Orontij Finęi Delphinatis Re GII MATHEMATICARVM Lutetiæ profeſſoris: Circuli quadratura, tandem adinuenta & demonſtrata, in qua tribus circulis, tria quadrata ſimul deſcribuntur æqualia.

## Præfatio.

1 QVOTIES ARISTOTELES SVB ſcientiam atq; cognitionem aliquid poſſe cadere, necdum tamen ſcitum ac cognitum eſſe pronunciat: circuli quadraturam, in peculiare citat exemplũ. Quãuis enim priſci aliquot Philoſophi, ac Mathematici, vt circulo æquale quadratum inuenirent, plurimum inſudarunt: nemo tamen ipſius Ariſtotelis tempore, hanc quæſtionem planè diſſoluerat. Nam idem Ariſtoteles, præfatam circuli quadraturam ſcibilem eſſe, at nondum ſcitam ſiue demonſtratam, pluribus in locis affirmare videtur: vnde quamplurimos, ad hanc rurſum inquirẽdam excitauit. *Ariſtoteles.* ❡Inter priſcos autem

2 philoſophos, qui eandem circuli quadraturam ſubtilioribus indagarunt inuentionibus (vt cæteros omittam) fuit Hippocrates Chius. *Hippocrates Chius.* Is enim per meniſcos ſiue lunulas, ſuper quadrati ac hexagoni circulo inſcripti lateribus delineatas, circulum quadrare moliebatur: verùm quanquam illius excogitatio fuerit artificioſa, ſua nihilominus intẽtione, ob falſam promiſcuámve lunularũ aſſumptionem, fruſtratus eſt. Fuit & alius Hippocrates, qui eandem circuli quadraturam, per circuli ſectiones elicere conabatur: & rectam demum inuenire lineam, quæ circunferentiæ partẽ haberet æqualem. *Alius Hippocrates.* Antiphon autem, putabat per Iſoſcelia triangula ſuper quadrati circulo inſcripti lateribus, dein hexagoni, poſtea ſedecagoni,

& ſic conſequenter deſcripta, aream demum conſequi poſſe cir-
cularem, ex qua prodiret quadratum ipſi circulo æquale: præſup-
ponens magnitudinem ad vltimam poſſe deuenire partitionem,
*Briſſo philoſophus.* contra propriam ipſius magnitudinis naturam. Nec defuit Briſſo
quidam philoſophus, qui deſcripto tam circa, quàm intra circulum
quadrato: medium inter hæc duo quadrata, circulo exiſtimauit
*Archimedes Syracuſanus.* æquale. ¶Qui verò ipſo Ariſtotele poſteriores extitere: ab Ar- 3
chimede Syracuſano acutiſſimo mathematico, hac in parte ſupera-
ti ſunt. Nam is demõſtrauit in primis, areã circuli triangulo rectan-
gulo adamuſſim æquari: cuius vnũ latus eorũ quæ ad rectũ ſunt an-
gulum ſemidiametro, reliquum verò circunferentiæ eiuſdem coæ-
quaretur circuli. Quæ demonſtratio, innumeros excitauit ad diſ-
quirendam rectam lineam, quæ circunferentiæ ipſius circuli foret
æqualis: per diametri videlicet ipſius circuli, ad circunferentiam
contingentem habitudinem, ſiue rationem. Quam quidem ratio-
nem, idem Archimedes paulò minorẽ eſſe tripla ſeſquiſeptima,
acutiſſimis demonſtrauit inductionibus. Cuius inuentum, & ſi præ-
ciſionem minimè attigerit: veritati nihilominus adeò propinquum
eſſe videtur, vt magnam rebus humanis contulerit vtilitatẽ, & mor
tales ipſos perpetuò ſibi deuinctos reddiderit. ¶Ex neotericis por- 4
*Nicolaus Cuſanus, Cardinalis.* rò, vnicum habemus Nicolaum Cuſanum Cardinalem, virum ſuo
tempore rarum, & in mathematicis non infæliciter verſatum: Qui
diuerſis & artificioſis adinuentionibus, conatus eſt peripherię circu-
li dare rectam ęqualem, ac ipſum reſpondenter quadrare circulum.
Quod tametſi non fuerit aſſequutus: in multis tamen veritatem
ipſam adeò prope videtur attigiſſe (ne illum debita laude fraude-
mus) vt quamplurima antea ſubobſcura, longè clariora reddiderit:
& quẽ multo facilius erat cauillari, quàm imitari. ¶Si qui demum 5
præter hos inter recentiores comperiantur, qui eandem circuli
quadraturam fuerint adgreſſi: aut ab Archimede demonſtratam cir
cunferentiæ ad diametrum rationem videntur ſuppoſuiſſe (veluti
*Boëtius. Campanus.* Boetius, & Campanus) aut nudis & infirmis, & proinde ſuſpectis id
tentarunt adinuentionibus. Quos ideò ſilentio prætereundos me-
ritò exiſtimauimus.
*Authoris argumentum.* ¶EGO IGITVR (VT REDEAM VNDE SVM 6
digreſſus) tum verbis Ariſtotelicis, tum ſupradictorum philoſo-
phorum prouocatus exemplo, & qui ſub tanto rege, ac in tanta

Vniuerſitate, tantóq; tempore Mathematicarum interpres deputatus ſum: iniquam rem, ac meo officio indignam me facturum exiſtimaui, ſi id quæſtionis genus intactum prætermitterem, & ni pro mea virili parte, ac dexteritate animi, aliquam (quæ cæteros hac in parte leuaret) excogitarẽ adinuentionem, qua circulus quadrari vel facilè poſſet: ídque prætermiſſa ratione circunferentiæ ad circuli diametrum, quam puto eſſe ſurdam, hoc eſt, hominibus ignotam, & proinde ſub aliqua numerorum expreſſione nuſquam fore reperibilem. ¶ Poſt varias itaque, ac ſubtiles, aut (ſi mauis) laborioſas, partímq; ſuppreſſas, partim verò æditas inueſtigationes: cùm ex duarum linearum rectarum adinuentione, quæ inter duas rectas lineas propoſitas, ſub continua eiuſdem rationis proportione conſtituuntur, atque ex ipſa rationum compoſitione, multa & ſanè quàm difficilia comprehendi, ſuboririve, ac demonſtrari ſæpius animaduerterem: Tentaui demum, earundem quatuor rectarum linearum continuè proportionalium adminiculo, ac ipſa rationum compoſitione mediante, hãc quæ ſequitur, de Circuli quadratura contexere, ac tandem elucidare demonſtrationem. Quæ an pro mea ſucceſſerit animi ſententia: cuiuis ęquo, ac in Mathematicis vtcunq; verſato lectori, relinquimus diiudicãdum: ipſis autem inuidis, ac maleuolis noſtri nominis obtrectatoribus, perpetuum inuidiæ tormentum exoptamus.

*Origo tetragoniſmi per authorem adinuenti.*

# Problema primum.

Datis duorum quadratorũ lateribus, quorum alterum circa, alterum verò intra circulum deſcribitur: binas medias lineas rectas, ſub eadem ratione continuè proportionales inuenire.

1 ¶ Ad conſtruendam, confirmandámque circuli quadraturam, à nobis tandem, & (ni me fallat animus) fęliciter excogitatam: neceſſum eſt in primis, oblatis duorum quadratorum lateribus, quorum alterum dato fuerit circunſcriptum circulo, reliquum verò in eodem circulo deſcriptum, binas medias lineas rectas, in eadem

*Ad tetragoniſmi conſtructionem neceſſaria.*

ratione cōtinuè proportionales reddere notas. Qua ratione autem mathematica, id problema diſſoluatur: ex nemine valuimus planè deprehendere. Quanuis enim pleriq; Græci philoſophi ac Mathematici, vt illud explicarēt problema, quod Cubi duplicatio dicitur, diuerſis & ſubtilibus admodum inueſtigationibus ( quas omnes

*Georgius Valla Placētinus.*

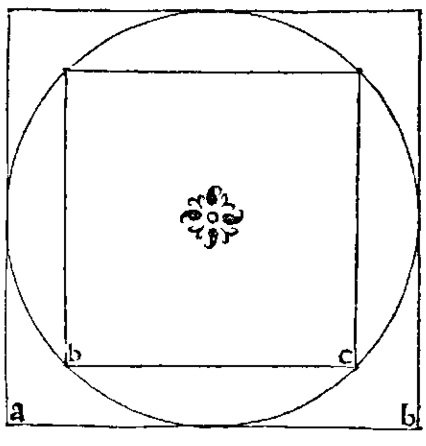
Georgius Valla Placentinus, capite ſecundo libri quarti ſuæ Geometriæ citat, & ſummatim interpretatur) oſtēdere conati ſint, qualiter inter duas quaſuis inæquales lineas rectas, duæ mediæ lineæ rectæ ſub eadem ratione cōtinuè proportionales obtineantur: nullam tamen illorum offendimus inuentionem, quæ alicuius inſtrumenti mechanici non vteretur adminiculo, & proinde quæ aperta ſuſpitione, vel inexplicabili difficultate careret. Ne igitur infirmis adniteremur fundamentis, & mathematicam ſimul atque ſuſcepti negotij violaremus integritatem: nouum ac fidiſſimum modum inueſtigandi eiuſcemodi lineas proportionales, tibi demum excogitauimus, ſed huic noſtro tetragoniſmo ſpecialiter inſeruiētem. Ha-

*Notandum.*

bent enim ipſa quadratorum circulo dato circunſcriptorum latera, peculiarem quandam rationis fęlicitatem: quam aliarū inæqualium linearum, prorſus non admittit natura.

*Conſtructio problematis.*

¶Sit igitur latus quadrati circulo dato circunſcripti a b, eius verò quadrati quod in eodem circulo deſcriptum eſt b c: inter quæ 2
latera, ſit operæpretium inuenire duas medias lineas rectas, ſub eadē ratione continuè proportionales. Conſtituantur in primis ipſa a b/ & b c/latera, ad rectum angulum qui ſub a b c: & centro b, interuallo autem b a, circulus deſcribatur a d e f, per tertium poſtulatū geometricum. Vtraque poſtmodùm a b/& b c, in continuū directúmq; producatur: donec ad puncta e/& f, in circunferentiam ipſius applicentur circuli.




Erunt igitur a e/& d f, eiuſdem circuli dimetientes, in eius centro b, ad rectos ſeſe inuicem dirimentes angulos. A puncto deinde a, per punctum c, recta ducatur linea b c g, attingens ipſius circuli a d e f/circunferentiam in puncto g. Diuidatur conſequenter recta c f/bifariam, per decimam primi elementorum: & dimidiæ parti ipsius c f, æqualis secetur c h, per tertiam ipsius primi elementorum. Postmodum à puncto e, per punctum h, recta linea ducatur e h: quæ producta ad partes h, necessariò diuidet rectam c f, atque ipsius circuli quadrantem a f. Connexa enim f g/recta: clarum est angulum c f g, maiorem esse angulo c g f (subtendit enim maiorem arcum) & latus propterea c g, ipso latere c f/maius, per decimamnonã eiusdem primi elementorum. Et dimidium consequenter ipsius c g, dimidio eiusdem c f/maius erit, per quindecimam quinti eorundem elementorum. Diuidatur ergo c g/bifariam in puncto i, per ipsam decimam primi elementorum: & cõnectatur f i/linea recta. Cùm igitur c h, dimidio ipsius c f/secta sit æqualis: maior est itaq; c i, eadem c h. Et c f/rursum, eadem c i/maior: quoniam angulus c i f, maior est angulo c f i. Recta igitur e h/producta, cadet inter punctum c, & lineam rectam f i: & proinde secabit eandem c f/in pũcto k, præfatum verò circuli quadrantem a f/in puncto l. Connexa deinde a l/recta: per punctum c, ipsi e l/parallela ducatur m n, per trigesimam primam primi elementorum, quæ secet eandẽ a l/ in puncto m, semidiametrum verò b e/ in puncto n. Secetur postmodum à semidiametro b d, ipsi b k/æqualis, per tertiam ipsius primi: sitque b r. Et connectatur recta m r, quæ secet dimetientem a e/in puncto o: atque recta a r, quæ producta attingat ipsius circuli circunferentiam in puncto s. Tandem connectantur e s, & n r/ lineæ rectæ: & reliqua, vt in figura.

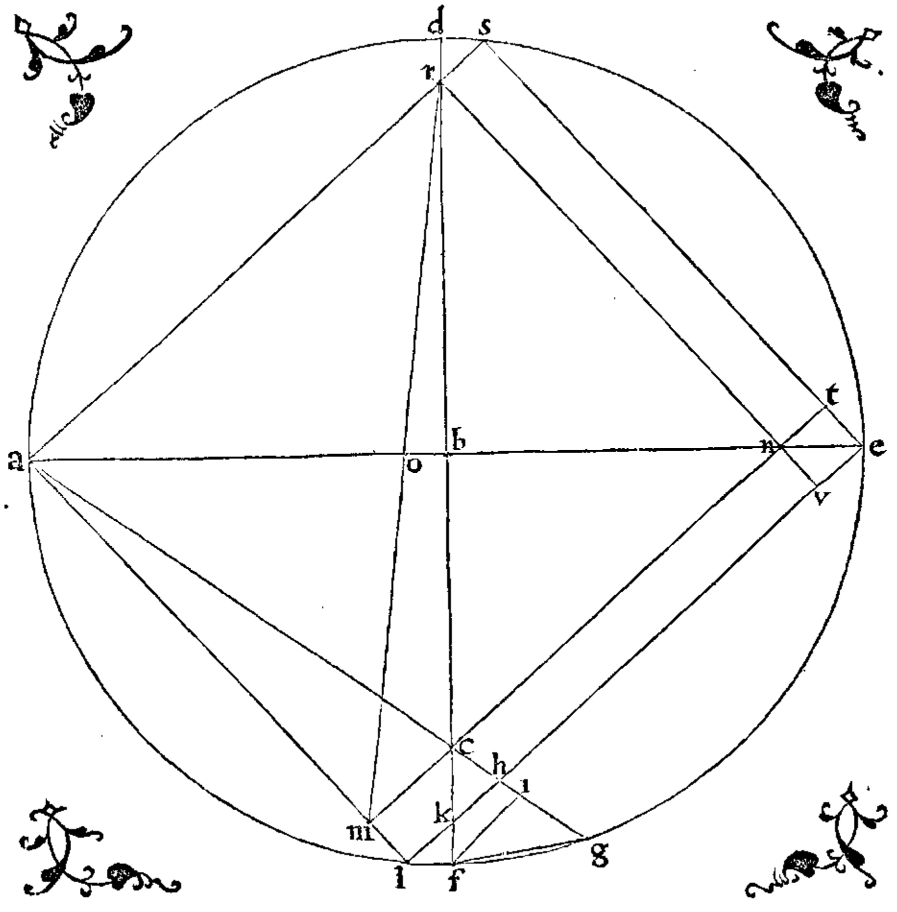
3 ¶ His in hunc modum constructis: rectus erit in primis vterq; & qui ad l, & qui ad s/continetur angulus, per trigesimamprimam tertij elementorum, nam vterque consistit in semicirculo. Rectus similiter erit angulus a m n: nempe æqualis interiori & opposito ad easdem partes qui ad l, per vigesimamnonam primi ipsorum elementorum. Insuper, quoniam a b/ipsi b e/ est æqualis, atque b r/ipsi b k, & qui circa b/verticem consistunt anguli inuicem æquales, nempe recti: Triangula igitur a b r/& e b k, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & angulum angulo sub æquis lateribus contento æqualem. Basis itaque a r, basi e k: & reliquus angulus b a r/reliquo angulo b e k, atque reliquus a r b/ reliquo b k e, per quartam primi elementorum est æqualis. Recta ergo linea a e, incidens in a s/& l e/rectas, efficit alternos

*Quæ lex præmissa constructione, subsequãtur ostensiones.*

angulos inuicem æquales:similiter & ipsa r k. Parallela est itaque a s/ipsi l e, per vigesimamseptimam ipsius primi elementorum:& ipsi consequenter m n/ itidem parallela, per trigesimam eiusdem primi elementorum. In parallelas autem a s/ & l e, recta incidens a l, efficit interiores & ad easdem partes angulos a l e/& l a r/bi= nis rectis æquales, per vigesimamnonam ipsius primi elemento= rũ. Atqui rectus est angulus a l e: rectus est igitur & angulus l a r. Haud dissimiliter ostendetur, angulus l e s/esse rectus. Et proinde a l, ipsi e s/ parallela est, per vigesimamoctauam eiusdem primi elementorum. Rectangulum est igitur, atq; parallelogrammum, ipsum a l e s/quadrilaterum. Cæterũ quoniam a r, ipsi m n/est pa= rallela: angulus igitur a r m, alterno r m n/est æqualis:similiter & angulus a n m, alterno n a r, per ipsam vigesimamnonam primi ele= mentorũ. Anguli præterea, qui circa o/verticẽ, sub a o r/& m o n/ continentur, sunt per decimamquintam eiusdem primi inuicem æquales. Aequiangula sunt itaque a o r/& m o n/triangula:& quæ circum igitur æquales angulos latera proportionalia, & similis ra= tionis quæ æqualibus angulis latera subtendũtur, per quartã sexti prædictorum elementorum. Sicut igitur a o/ad o r, sic n o/ad o m. Similis ergo rationis sunt a o/& o n, atque ipsa r o/& o m/latera. Prætereà cùm sit vt a o/ad o r, sic n o/ad o m:& qui sub a o m/& n o r/cõtinentur anguli inuicẽ æquales, per decimamquintam primi elementorũ: Triangula igitur a o m/& n o r, habẽt vnũ angulum vni angulo æqualem, & quæ circũ æquales angulos latera recipro= cè proportionalia. Aequum est itaque, per decimamquintam sexti elementorum, triangulum a o m, ipsi triangulo n o r:ac eidem cõ= sequenter æquilaterum, & æquiangulũ. Qui ad bases igitur a l/& n r continentur anguli, æquales sunt alter alteri, sub quibus videli= cet ęqualia, similísve rationis latera subtẽdũtur. Quẽadmodũ enim in æquiãgulis triangulis, latera quę æqualibus subtẽdũtur angulis, similis coguntur esse rationis, per ipsam quartã sexti elementorũ: haud aliter in proportionalium laterum (& potissimũ æqualibus) triangulis, anguli qui sub eiusdem rationis lateribus subtendũtur, æquales sunt adinuicem: etiam vbi triangula non fuerint inuicem æqualia. Angulus itaque a m o, ipsi o r n:atque reliquus m a o, re= liquo angulo o n r/est æqualis. In rectas ergo lineas a m/ & n r, re= ctæ incidentes lineæ a n/& m r, efficiunt alternos angulos inuicem

*Lemma siue assumptum necessarium.*

æquales:parallela est igitur n r/ipsi a m,atq; ipsi e s/itidẽ parallela, per vigesimamseptimam,& trigesimam primi elementorum. Parallelogrammum est itaque ipsum a m n r/quadrilaterũ: aio quòd & rectangulum. Anguli enim qui ad a/& m/puncta continentur, recti sunt: & qui ex opposito igitur cõsistunt anguli a r n/& m n r, sunt recti, per trigesimamquartam ipsius primi elementorum. Vtrunq; igitur a l e s,& a m n r,ac ipsum consequenter e t n v quadri laterum, parallelogrammum est atque rectangulum. Et proinde triangula a r n/& r n c,rectangula sunt: & qui ad r/& n/puncta cõsistunt anguli,recti. Quod imprimis oportuit demonstrasse.



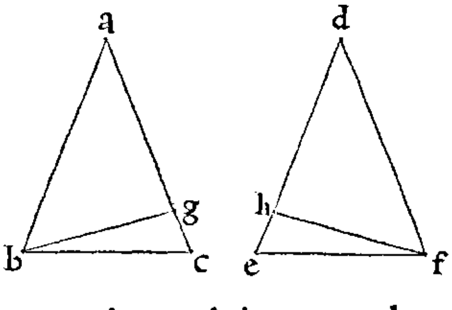

4 ¶His præostensis,aio b r/& b n/lineas rectas,inter ipsa a b/& b c/ supradictorum quadratorum latera, fore medio loco sub eadem ratione continuè proportionales. Cùm enim triangulum a r n,sit (vti nuper ostensum est)rectangulum,& ab angulo recto qui ad r,

*Ex præmissis demõstrationibus collecta problematis resolutio.*

in basin a n, demissa perpendicularis b r: est igitur ipsa b r, media proportionalis inter ipsius basis segmenta a b/& b n, per corollarium octauæ sexti elementorum. Sicut igitur a b, ad b r: sic eadem b r, ad b n. Rursum, quoniam triangulum r n c/itidem rectangulum est, & ab angulo recto qui ad n, in basin n c, perpendicularis demittitur b n: est igitur eadem b n, media proportionalis inter ipsius basis segmenta r b/& b c, per idem corollarium octauæ sexti elementorum. Sicut ergo b r, ad b n: sic eadem b n, ad b c. Atqui præostensum est, vt a b/ad b/r, sic eadem b r/ad b n: & sicut igitur, per vndecimam quinti elementorum, a b/ad b r, sic ipsa b n/ad b c. Datis ergo binis quadratorũ lateribus a b/& b c, quorum alterum dato circumscriptum est circulo, alterum verò in eodem circulo descriptum: duas medias lineas rectas, sub eadem ratione continuè proportionales inuenimus, scilicet b r/ atq; b n. Quod faciendum in primis susceperamus.

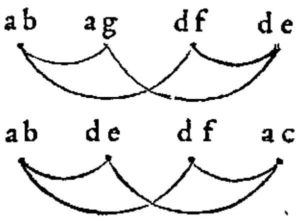
*Lẽmatis siue assumpti confirmatio.*

¶Quòd autem bina triangula inuicem æqualia, & vnum angulum vni angulo æqualem habentia, & quę circum æquales angulos latera reciprocè proportionalia, sint æquiangula, & æquos habeant reliquos angulos alterum alteri, sub quibus similis rationis latera subtenduntur: in hunc modum cõfirmatur. Sint duo triangula a b c, & d e f: sitq; angulus qui ad a, æqualis angulo qui ad d, atq; sicut a b/ad d e, sic d f/ad a c. Dico in primis, angulum qui sub a b c, ei qui sub d f e/continetur esse æqualem. Si enim ipsi anguli fuerint inæquales, alter eorum erit maior: esto maior (si fuerit possibile) angulus a b c, ipso d f e. Ad datam itaque lineam rectam a b, atque ad eius punctum b, dato angulo d f e: æqualis angulus constituatur a b g, per vigesimamtertiam primi elementorum.




Angulus igitur a b g, minor erit angulo a b c: & proinde recta b g, diuidet & triãgulum a b c, & illius latus a c. Reliquus igitur angulus a g b, reliquo d e f/erit æqualis. Aequiangula erunt itaque ipsa a b g/& d e f/triangula: & quæ circum igitur æquales angulos latera proportionalia, atq; similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam sexti elementorum. Similis ergo rationis erunt rursum a b/& d f,necnō a g/& d e/latera.ſunt autem ipſa d e/& a c/ latera, ſimilis itidem rationis,per hypotheſin:ipſa igitur a c/& a g/latera, ſimilis quoque rationis erunt.At per ipſam hypotheſin,eſt vt a b/ ad d e,ſic d f/ad a c:erit ergo conſequēter,vt a b/ad d e,ſic eadem d f/ad a g.Et ſicut igitur per vndecimam quinti elementorum d f/ ad a c,ſic eadem d f/ad a g.Aequalis erit itaque,per nonam ipſius quinti,a c/ipſi a g,maior minori, ſiue totum ſuæ parti: quod per nonam communē ſentētiam eſt impoſſibile. ❡Vel ſic.Cùm a b g/ & d e f/ triangula,oſtenſa ſint æquiangula,& angulus qui ad a,angulo qui ad d/ſit æqualis:erit igitur per quartam ſexti elementorum,vt a b/ad a g,ſic d f/ad d e.Et permutatim quoque,per decimamſextam quinti elementorum, erit vt a b/ad d f, ſic a g/ad d e. Eſt autē per hypotheſin,vt a b/ad d e,ſic d f/ad a c.Et permutatim rurſum erit, per eandē decimamſextā quinti,vt a b/ad d f,ſic d e/ad a c.Ergo per vndecimam eiuſdem quinti elemētorum, erit vt a g/ad d e,ſic eadē d e/ad a c.Tres itaq; lineæ rectæ a g/d e/a c,ſunt cōtinuè proportionales.Vt igitur prima a g/ad vltimam a c, ſic

*Idem aliter concludere.*




per ſecūdum corollarium vigeſimæ ſexti elementorū,triangulum a b g/quod ſuper prima a g,ad ſimile ſimiliterq; poſitum triangulum d e f/quod ſuper ſecunda d e/deſcriptum eſt.Sicut porrò a g/ ad a c,ſic per primam ipſius ſexti,idem triangulum a b g,ad triangulum a b c:ſunt enim ſub eodem vertice b,& proinde ſub eadem altitudine.Sicut igitur per vndecimam quinti elementorum,triangulum a b g/ ad triangulum d e f, ſic idem triangulum a b g/ ad triangulū a b c.Quatuor ergo rectilinea ſiue triangula a b g/d e f/ a b g/a b c, ſunt proportionalia: & ipſæ quoq; rectæ lineæ a g/d e/ a g/ a c, ſunt proportionales, per vigeſimamſextam eiuſdem ſexti elementorum:ſicut quidem a g/ad d e,ſic eadem a g/ad a c. Aequalis eſt igitur d e/ipſi a c,per nonam quinti elementorum:& a g/cōſequenter vtriq; æqualis,cùm ſint continuè proportionales.Itaque a c/ ipſi a g eſt æqualis, maior minori, ſiue totum ſuæ parti: quod rurſum per nonam communem ſentētiam eſt impoſſibile.Non eſt igitur angulus a b c,maior angulo d f e.Similiter oſtendetur,quòd neque minor. Conſtituto enim angulo d f h,ipſi a b c/æquali, per ipſam vigeſimamtertiam primi: idem ſubſequetur inconueniens, immutato ſolummodò triangulorum & laterum ordine:nam d e/ ipſi d h/concludetur rurſum æqualis.Idem itaq; angulus a b c,ipſi angulo d f e/ æqualis eſt:& reliquus demũ angulus a c b, reliquo d e f/itidem æqualis. Triangula igitur a b c/& d e f,ſunt æquiangula,& inuicem æqualia:quapropter & æquilatera,& quæ ſub æqualibus angulis ſubtenduntur latera inuicem æqualia, & è conuerſo. Quod igitur ex probata triangulorum a o m/& n o r/hypotheſi,nuper aſſumpſimus:eſt omnibus modis neceſſarium.

# Corollarium.

*Mechanica,& expedita prædictarum linearum adinuentio.*

SI has itaq; binas lineas rectas, inter ipſorum quadratorum latera continuè proportionales,mechanico promptiſſimóq; reperire volueris artificio:fabricetur gnomon ex dura quapiam & electa materia,ipſi r e m/ſimilis.Et cõſtitutis duobus eorundem quadratorum lateribus,ſupraſcripto modo datis (cuiuſmodi ſunt a b/ & b c) ad angulum rectum, atq; in directum vtrinque productis, verſus eas partes in quibus ad rectum cõueniunt angulum (veluti ſunt b d/& b e) linea diagonalis e n,ipſius parallelogrammi rectãguli e t n v,in directum ipſius b e, hoc eſt,longioris productæ ad amuſſim collocetur, cogatúrq; interius gnomonis latus venire in punctum c,ipſius minoris lateris limitem,immoto ſemper e n/diagonio,ab ipſius b e/rectitudine. Nam reliquum & interius ipſius gnomonis latus,ſecundam lineam proportionalem tibi ſecabit ex minore producta:interior autẽ eiuſdem gnomonis angulus qui ad n,ipſam tertiam earũdem quatuor linearũ proportionalium ſimul limitabit.Quemadmodum ex præmiſſa potes elicere deſcriptione.

# Notandum.

*De cæteris lineis rectis, alijs à propoſitis quadratorum lateribus.*

QVanquam porrò ſupraſcripta linearum proportionalium adinuentio,ac ipſius inuentionis demonſtratio,non ipſis tantummodò propoſitorum quadratorum lateribus inſeruiat,ſed ſimul ſit vniuerſalis datis quibuſcunque lineis rectis inæqualibus, inter quas ſit operæpretium duas medias lineas rectas ſub eadem ratione continuè proportionales inuenire: Principium nihilominus ipſius cõſtructionis,eatenus ſolùm militare videtur, quatenus minor datarum linearum,dimidio ipſius maioris fuerit maior,aut eiuſdem maioris præciſè dimidium. Vbi enim minor datarum linearum, dimidio eiuſdem maioris minor extiterit: non diuidetur c f, bifariam, nec dimidio ipſius c f, æqualis conſtituetur c h. Sed alia ratione diſquirendum erit punctum h, per quod traducenda eſt ipſa e h l: reliquis prorſus, veluti ſupradictum eſt, obſeruatis. Is porrò modus inueniendi punctum h, toties variabitur: quoties eadem minor linea, inter duas partes quotas ipſius maioris (ſiue illi æqualis b f) à numero pariter pari denominatas, à puncto b, verſus f, limitata ceciderit, vel eiſdem partibus quotis fuerit æqualis. Quæ conſtructionum diſcrimina, hîc ſigillatim enarrare ſuperuacaneũ, ac inutile duximus: cùm latus quadrati circulo inſcripti, ſit ſemper maius dimidio lateris eius quadrati, quod eidẽ circũſcribitur circulo. A quorum laterum, & duarum intermediarũ continuè proportionalium harmonia: ipſa conſtructio noſtri tetragoniſmi (vt infra cernere licebit) principaliter deſumitur. Eas itaq; variandi formulas, in eum libellum de induſtria reſeruamus, quem de tranſmutationibus figurarum conſcripſimus. Quod ideò te latêre noluimus: ne habeas quo inuentum noſtrum (alioqui ſuſcepto ſatiſfaciens negocio) iniuſtè cauillari poſſis.

## Problema ſecundum.

DAto circulo, æquale quadratũ: aliíſque duobus circulis, duo ſimul æqualia quadrata alterum alteri deſcribere. Datóve quadrato, circulum æqualem: aliíſque duobus quadratis, duos æquales circulos alterum alteri ſimul delineare.

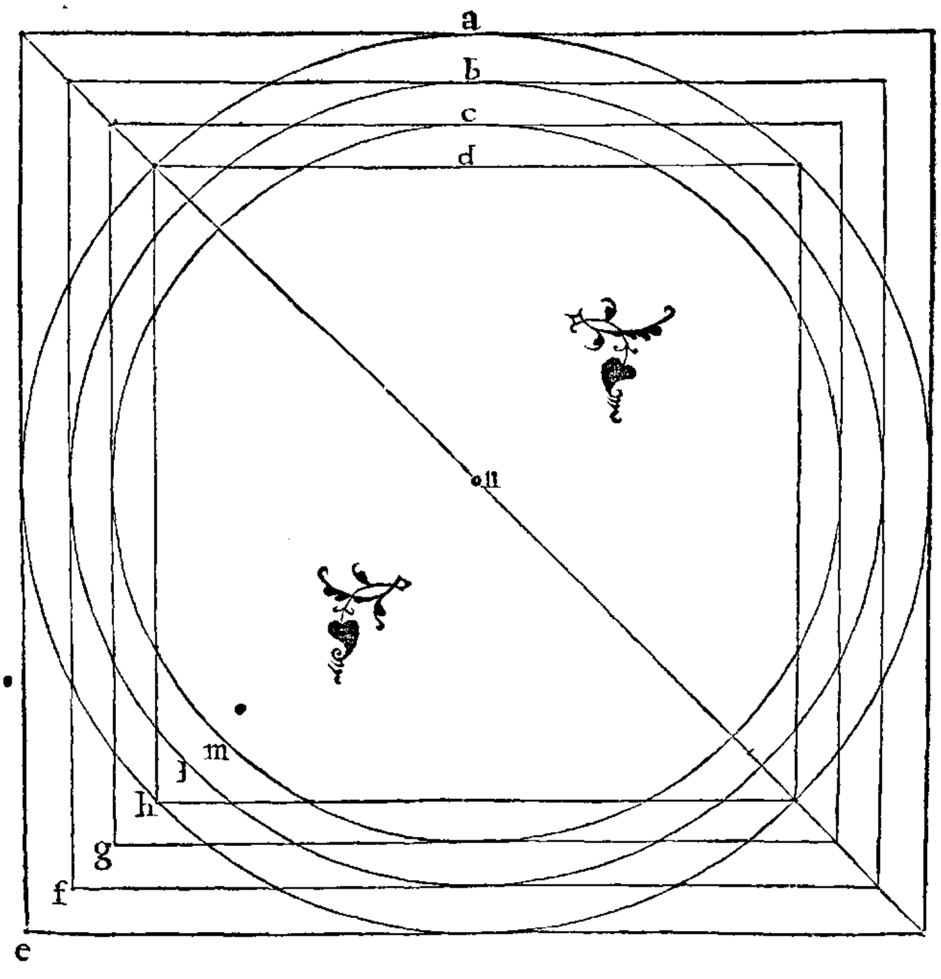
1 ¶ Siue circulo æquale quadratum deſcribere, ſiue dato quadrato circulum æqualem deſignare fuerit operæpretium: eadem prorſus figuræ delineatio cõſtruenda eſt, ſed variato paululum ipſius conſtructionis ordine. Demonſtratio autem mathematica, vtrobique eadem, ac eodem modo colligitur. Dum porrò vni tantummodò circulo æquale quadratum, aut vni quadrato circulum æqualem, per hanc noſtram obtinere volueris inuentionẽ: tria ſimul offendes

*De mirabili huiuſce tetragoniſmi tum facilitate, tũ amplitudine.*

quadrata tribus circulis æqualia, tréſve circulos tribus quadratis reſpondenter æquales: quaſi trinitas in vnitate, vel vnitas in ipſa trinitate, ſub hoc noſtro comprehẽdatur inuento. Neque hîc cognitam ſupponimus circunferentiæ rationem ad ipſum diametrũ, ſiue curuæ in rectam lineam conuerſionem, quæ tot fæliciſſima hactenus cõtorſit ingenia: Sed per viam proportionum à nemine tentatam, nodum ipſum diſſoluere fęliciter (vt ſpero) ſum adgreſſus.

*Conſtructio problematis, dum circulus quadrandus proponitur.*

¶ Sit igitur in primis datus circulus a h, cui oporteat æquum deſignare quadratum. Circa eundem itaq; circulum a h, quadratum deſcribatur a e, per ſeptimam quarti elementorum: intra verò eundem circulum a h, aliud deſcribatur quadratum d h, per ſextam eiuſdem quarti elementorum. Inter ipſa poſtmodum horum duorum quadratorum latera, vtpote a/ & d, binæ rectæ lineæ ſub eadem ratione continuè proportionales inueniantur, per antecedentis primi problematis traditionẽ: ſintq; b/ & c, vt quemadmodum 2



latus a/ad lineam b,sic eadem b/ ad c, atque c/ linea ad latus d. Ex ipsis consequenter lineis rectis b/& c,quadrata describantur b f/& c g, per quadragesimamsextam primi eorundem elementorum: sintq; ipsorum quadratorum b f/& c g/latera, tum inuicem, tum prædictorum quadratorum a e/ & d h/lateribus æquè distātia siue parallela.In ipsis rursum quadratis b f/ & c g, singuli describantur circuli b l/& c m,per octauam quarti prædictorum elementorum: qui quidem circuli, erunt tum inuicem, tum ipsi a h/circulo concentrici atq; paralleli,ob ipsam quadratorū siue laterū hxpothesin.

3 ❡ Quòd si datum in primis fuerit quadratum d h, cui æqualem oporteat describere circulum:eadem figurę resultabit contextura, sed retrogrado & paululum variato descriptionis ordine, in hunc qui sequitur modum. Circa datum quadratum d h, describatur a h/circulus, per nonam quarti elemētorum:atq; circa ipsum a h/ circulum,quadratum describatur a e, per septimam eiusdē quarti. Postmodum inter eorūdem quadratorum latera,quæ sint rursum a/& d,binæ reperiantur lineæ rectæ sub eadem continuata ratione medio loco proportionales, per ipsius antecedentis primi problematis traditionem:quæ sint rursum b,& c.Ex quibus lineis rectis, describantur quadrata b f/& c g,per ipsam penultimam primi elementorum.In ipso demum quadrato b f, circulus b l/describatur: & in ipso pariter quadrato c g, circulus describatur c m, per octauam quarti eorundem elementorum.

*Cū dato quadrato,circulus æqualis describendus est.*

4 ❡ His altero duorū modorū cōstructis,aio quadratum b f,æquari in primis ipsi dato circulo a h:necnon & quadratū c g,circulo b l: atq; d h/quadratū, ipsi c m/circulo simul coæquari. Quemadmodum ex succedentibus problematibus,manifestum faciemus.Cùm igitur circulus proponitur, cui æquale quadratum desideratur:is erit trium circulorum in ipsa descriptione concurrentium primus, atque maximus. Quoties autem quadratum offeretur,cui æqualem volueris dare circulum : ipsum erit quatuor quadratorum in eadem figuræ descriptione simul occurrentium vltimum , atque omnium minimum.Quemadmodùm ex ipsa potes elicere figura: quæ & si vtriq; & quadraturæ circuli & ipsius quadrati circulaturæ (vt ita loquar)indifferenter inseruiat,& præpostero,aut (si mauis)gemino cōstruatur ordine:ipsa nihilominus figura,& proinde via demonstrationis,ex omni parte manet eadem.

*Descripta quadrata, quibus circulis sint æqualia,& de illorum ordine.*

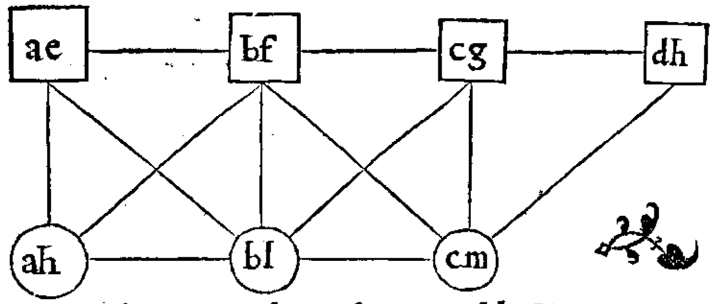
# Problema tertium,

PRædictorum quadratorum atque cir culorum inuicem accidentes propor tiones, in vniuerſum colligere: Triáque interiora & minora quadrata, tribus ipſis circulis, qui in tribus primis. & maioribus quadratis deſcribuntur, ordinatim eſſe proportionalia demonſtrare.

¶Proponantur ordine, in faciliorem ſingulorum elucidationem, quatuor ipſa quadrata a e, b f, c g, d h: & ſub vnoquoque trium antecedentium quadratorum, deſcriptus in eo circulus, vtpote, ſub a e/quadrato circulus a h, & ſub quadrato b f/circulus b l, atq; ſub quadrato c g/circulus c m. Vt in ſubſcripta licet intueri formula.

*Primæ partis ipſius problematis demonſtratio.*

In primis igitur cùm ſit per ipſam conſtructionem, vt a/ recta ad b/rectam, ſic b/ad c, atque c/ad d: & ab ipſis quatuor lineis rectis continuè proportionalibus deſcripta quadrata a e, b f, c g, d h, continuè itidem erunt proportionalia, ſicut quidem quadratum a e/ad quadratũ b f, ſic idem b f/ad c g, & idem c g/ad quadratum d h. Si enim quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea ſimilia ſimilitérq; deſcripta (cuiuſmodi ſunt ipſa quadrata) erunt adinuicem proportionalia, per vigeſimamſecundam ſexti elementorum. Tres præterea circuli a h, b l, c m, qui in ipſis tribus prioribus deſcribuntur quadratis: erunt itidem continuè proportionales. Nam eorundem circulorum dimetientes, ſunt per conſtructionem ipſorum quadratorum latera: & circuli ſeſe inuicem habent, ſicut quæ ex illorum dimetientibus fiunt quadrata, per ſecundam duodecimi eorundem elementorum. Sicut igitur quadratum a e/ad quadratũ b f, ſic a h/



circulus/ad circulum b l:sicut præterea quadratum b f/ad quadratum c g, sic b l/circulus/ad circulum c m. Et proinde erit, vt a h/ circulus ad circulũ b l,sic idẽ circulus b l/ad circulũ c m, per vndecimam quinti ipsorũ elementorum.Item cùm sit vt quadratũ a e/ ad quadratũ b f,sic a h/circulus ad circulũ b l:& permutatim quoq; erit,per decimamsextã eiusdem quinti elementorũ, vt quadratum a e/ad circulum a h,sic quadratũ b f/ad ipsum b l/circulum. Rursum,cùm sit vt quadratum b f/ad quadratum c g,sic b l/circulus/ ad circulũ c m:erit etiam permutatim, per eãdem decimamsextam quinti elementorum, vt quadratum b f/ ad circulum b l, sic quadratum c g/ad eũdem circulum c m. Haud aliter ostẽdetur quadratum a e/ad circulum b l/se habere, vt quadratum b f/ad circulum c m:atq; vt quadratum c g/ad circulũ a h,sic quadratum d h/ ad circulum b l.Quæ omnia in primis ostendere oportebat.

2 ¶Secunda verò pars huiusce problematis,in hunc modum fit manifesta.Cùm sit per ea quæ nunc ostensa sunt,vt quadratum a e/ad quadratum b f, sic idem quadratum b f/ ad quadratum c g: sicut præterea idem quadratum a e/ad quadratum b f,sic a h/circulus/ ad circulum b l. Est igitur per vndecimam ipsius quinti elementorum, vt quadratum b f/ ad quadratum c g, sic a h/ circulus/ ad circulum b l: & permutatim quoque, per decimamsextam quinti elementorum, vt quadratum b f/ ad circulum a h, sic quadratum c g/ad eundem b l/circulum.Insuper,cùm sit vt quadratum b f/ad quadratum c g,sic idem quadratum c g/ ad quadratum d h: sicut rursum idem quadratum b f/ad quadratum c g,sic b l/circulus/ad circulum c m.Erit itaque per vndecimam ipsius quinti elementorum,vt quadratum c g/ad quadratum d h,sic b l/circulus ad circulum c m:& permutatim quoque,per ipsam decimamsextam quinti elementorum,vt quadratum c g/ad circulum b l,sic quadratum d h,ad eundem circulum c m.Præostensum est autem, vt quadratum c g/ad circulum b l,sic quadratum b f/ad circulum a h: & sicut igitur,per eandem vndecimam quinti elementorũ,quadratum b f/ad circulum a h, sic quadratum d h/ad eundem circulum c m. Proportionalia itaque sunt adinuicem,vt quadratum b f/ad circulum a h:sic quadratum c g/ad circulum b l, atq; d h/ quadratum/ ad eũdem circulum c m. ¶Item cùm sit vt quadratum b f/ad circulum a h,sic quadratũ d h,ad circulũ c m:erit quoq; permutatim,

*secundæ partis ostensio.*

*Quæ rursum inuicem proportionalia.*

per ipſam decimamſextam quinti elemẽtorum, vt quadratum b f, ad quadratum d h, ſic circulus a h, ad circulum c m: & à conuerſa demum ratione, per corollarium quartæ eiuſdem quinti elementorum, erit vt quadratum d h, ad quadratum b f, ſic c m, circulus, ad circulum a h. Quæ ſimul oportuit demonſtraſſe.

# Problema quartum.

DE rationũ compoſitione, pauca ſubnotare. Atq; circulum tertium & minimum, ad ſecundum quadratũ eandem habere rationem, quam rectangulum triangulum, ipſius maximi quadrati dimidium, ad ipſum primum & maximum circulum: conſequenter oſtendere.

*De ui, ac poteſtate compoſitionis rationum.*

¶ Quam vim habeant ipſæ rationum compoſitiones, ex magna 1 Ptolemæi cõſtructione (quã vocant Almageſtum) colligere haud difficile eſt: Vniuerſam nanq; cæleſtium motuum contemplationem, ex rationum videtur elicere compoſitionibus. Is enim multis modis demonſtrauit, dabiles fore ſex quantitates in hunc modum proportionatas: vt ratio duarum, conſtet ex binis rationibus reliquarum quatuor. hinc orta eſt illa ſex quantitatum regula, ab ipſo Ptolemæo ſubtiliter excogitata. Ex ijs autem quæ ſuper decima quinti, & quinta ſexti elementorum diffinitione conſcripſimus, ſatis ſuper ſatis fit manifeſtum: omnium duarum quarumuis oblatarum magnitudinũ rationem, cõſtare ex ratione alterutrius earũ, ad quamlibet eiuſdem generis interpoſitam magnitudinem, & ratione ipſius intermediæ ad reliquam.

*Ratio qualiter ex duabus componatur rationibus.*

Omnis porrò ratio, per eandem quintam diffinitionẽ ſexti elementorũ, ex duabus rationibus conſtare dicitur: quando rationum denominatrices quãtitates inuicẽ multiplicatę, aut diuiſæ, aliquã efficiunt rationis quantitatẽ, à qua videlicet procreata ratio denominatur. Multiplicãtur autem datarũ rationũ quantitates adinuicẽ: quando ambæ rationes datæ, aut ſimul maioris, aut ſimul minoris inæqualitatis exiſtunt. Altera verò per reliquam diuiditur: cùm vna maioris, & altera minoris eſt inæqualitatis. tunc enim maior rationis quantitas, per minorem diuiditur rationis quantitatē, vt constans ex ipsis rationibus datis ratio generetur. Veluti pręfata diffinitione quinta sexti elemētorū, & secūdo capite libri quarti nostræ Arithmeticæ practicæ, luculenter expressimus. Sicut igitur ex eisdem numeris, æquales semper gignuntur numeri: haud dissimiliter ex eisdem rationum quantitatibus, eædem rationes de necessitate procreātur. Et proinde rationes quæ ex eisdem constant rationum quantitatibus, vel quæ easdem efficiunt rationum quantitates: eædem sunt adinuicem. Præterea, cùm eædem sint species maioris, quæ ipsius minoris inæqualitatis: fit vt omnis ratio ab eadem quantitate denominetur, qua & eius conuersa. Dupla enim, atq; subdupla ratio, ab eodem (verbi gratia) denominantur numero, vtpote à binario: quemadmodum vtraque & sesqualtera, & subsesqualtera ratio, ab vno integro & eiusdem integri dimidio. Haud aliter de cæteris, etiam surdis quātitatum rationibus, velim intelligas. Sola igitur æqualitatis ratio, ex duabus similibus rationibus componitur, quarum vna est maioris, & altera minoris inæqualitatis. Ex duabus autē rationibus maioris inæqualitatis, ratio itidē maioris inæqualitatis generatur: quemadmodum ex binis minoris inęqualitatis rationibus, minoris quoque inæqualitatis ratio componitur. Ex vna porrò maioris, & altera minoris inæqualitatis ratione (cùm dissimiles fuerint) ea inęqualitatis ratio generatur, quæ à maiori fuerit denominata quantitate. Ex binis verò æqualitatis rationibus, sola ratio componitur æqualitatis. Nam æqualitatis ratio, ab vnitate denominatur: vnitas autem, per vnitatem multiplicata vel diuisa, semper generat vnitatem. Sola igitur ratio æqualitatis in seipsam ducta, rationem producit æqualitatis. Ex vna demum æqualitatis, & altera maioris inęqualitatis ratione, consurgit eadem ratio maioris inæqualitatis: sicut eadem æqualitatis ratio, cum minoris inæqualitatis ratione, eādem quoque minoris inæqualitatis rationem componit. Quoniam ratio æqualitatis, ab vnitate denominata: nullam ipsarum rationum immutat. Omnis ergo ratio (vt his finem imponamus) per seipsam diuisa, rationem producit æqualitatis.

*Eædem rationes, ex quibus procreentur rationibus.*

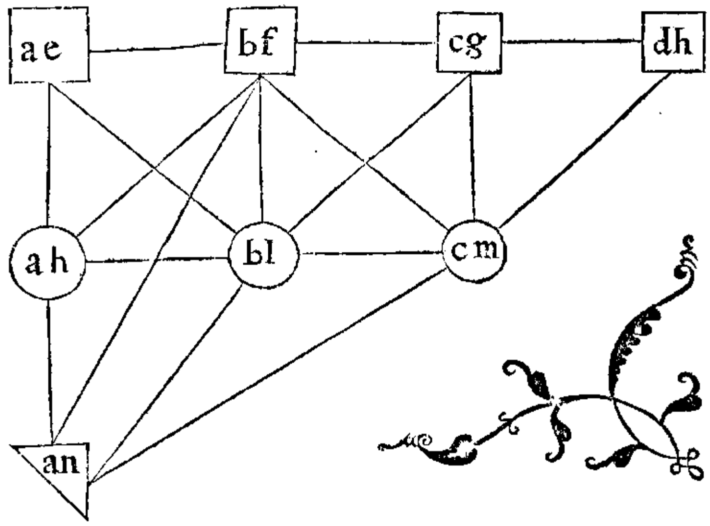
*Quòd omnis ratio ab eadē quātitate denominatur, qua eius conuersa.*

*Ex quibus rationibus tum æqualitatis, tum maioris, atq; minoris inæqualitatis ratio generetur.*

2 ¶ His in hunc modū expositis: resumatur antecedentium quadratorum & circulorum ordinata, atque proximo problemate obiecta distributio. Cui superaddatur tandē triangulum rectangulum

*In secūdæ partis ostēsionē, præābulæ demōstrationes,*

& isosceles a n, ipsius quadrati a e/ dimidium, sub ipso quidem a h/ circulo collocatum: velut ex subscripta licet intueri formula.




Cùm igitur quadratũ d h, eiusdẽ quadrati a e/ sit dimidiũ (describitur enim in eo circulo, cui quadratum a e/ circũscribitur) ęquum est igitur a n/ triangulum, ipsi quadrato d h. nam quæ eiusdẽ sunt dimidium, ęqualia sunt adinuicẽ, per septimam communem sententiam. Quadratum igitur b f, eandem habet rationem ad triangulum a n, quam ad quadratum d h: & è conuerso, per septimam quinti elementorum. Vt autem quadratum b f/ ad quadratum d h: sic circulus a h/ ad circulum c m/ se habere, proximo demonstratus est problemate. Quadratum igitur b f, ad triangulum a n/ eãdem habet rationem, quam circulus a h/ ad circulum c m: & è conuerso. Præterea, quoniam idem quadratum d h, triangulo a n/ est æquale: habet igitur quadratum d h/ ad circulum c m/ eandem rationem, quam ipsum triangulum a n/ ad eundem circulum c m, per eandem septimam quinti elementorum. Sed quam rationem habet quadratum d h/ ad circulum c m, eam obseruat (vti præostensum est) quadratum b f/ ad circulum a h: & triangulum igitur a n/ ad circulum c m/ eandem rationem habet, per vndecimam ipsius quinti elemẽtorum, quam b f/ quadratum, ad ipsum a h/ circulum. Et quoniam omnis ratio ab eadem quantitate denominatur, qua & eius cõuersa: eadem igitur erit quantitas rationis circuli a h/ ad quadratum b f, quæ ipsius trianguli a n/ ad eundem circulum c m: & proinde quæ ipsius circuli c m/ ad idem quadratum d h. ¶ His præostensis: dico triangulum a n/ ad circu- 3
*Secundæ partis ipsius problematis elucidatio.* lum a h/ eandem habere rationem, quam c m/ circulus, ad quadratum b f. Ratio enim circuli a h/ ad quadratum b f (qualiscunque

illa fuerit) ab eadē quantitate denominatur, qua & eius conuersa: scilicet ipsius quadrati b f, ad eundē circulum a h. Sed ratio circuli a h, ad quadratum b f: constat ex ratione ipsius circuli a h/ ad circulum c m, & ratione eiusdem circuli c m/ad ipsum quadratum b f. Ratio autem eiusdem quadrati b f, ad præfatum circulum a h: constat similiter ex ratione ipsius quadrati b f/ ad triangulum a n, & ratione eiusdem trianguli a n/ad ipsum a h/ circulum. Rationes igitur circuli a h/ad circulum c m, & eiusdem circuli c m/ad quadratum b f, eandem efficiunt rationis quantitatem: quam rationes quadrati b f/ad triangulum a n, & ipsius a n/trianguli/ad circulum a h. Rationes porrò, quæ easdem efficiunt rationum quantitates: eædem sunt adinuicem. Ergo rationes circuli a h/ad circulum c m, & ipsius circuli c m/ad quadratum b f: eædem sunt rationibus ipsius quadrati b f/ad triangulum a n, & eiusdem trianguli a n/ad circulum a h. Atqui ratio circuli a h, ad circulū c m: eadem est (vt nuper innotuit) quæ quadrati b f/ad ipsum triangulum a n. Reliqua igitur ratio ipsius trianguli a n, ad circulum a h: eadem est rationi circuli c m, ad ipsum quadratum b f. Si enim ab eisdem rationibus, eædem rationes auferantur: quę relinquuntur, eædē sunt adinuicē.

4 ¶ Idem rursum hoc modo confirmatur. Quoniam ipsa ratio trianguli a n, ad circulum a h: constat ex ratione eiusdem trianguli a n/ ad circulum c m, & ratione ipsius circuli c m/ ad eūdem circulum a h. Ratio autem ipsius circuli c m, ad quadratum b f: constat similiter ex ratione ipsius circuli c m/ ad circulū a h, & ratione eiusdē circuli a h/ad quadratum b f. Circuli porrò a h/ad quadratum b f, eadem præostensa est rationis quātitas: quæ trianguli a n/ad circulum c m. & quantitas rationis eiusdē circuli c m/ad circulum a h, vtriq; communis est. Præfatæ igitur rationes trianguli a n/ad circulum a h, & ipsius circuli c m/ad quadratum b f, ex eisdem constant rationum quantitatibus: & vtraque minoris est inæqualitatis. Quæ autem ex eisdem rationum quantitatibus cōficiuntur rationes, & simul maioris, aut simul minoris sunt inæqualitatis: eædem sunt adinuicem. Ratio igitur trianguli a n, ad circulū a h: eadem est rursum rationi circuli c m/ad quadratum b f.

*Alia eiusdem secundæ partis ostensio.*

5 ¶ Adde quòd eædem rationes trianguli a n/ ad circulum a h, & circuli c m/ad quadratum b f: cum rationibus ipsius a h/circuli/ad eundem circulū c m, & quadrati b f/ ad quadratum d h (quæ eædem sunt adinuicem)

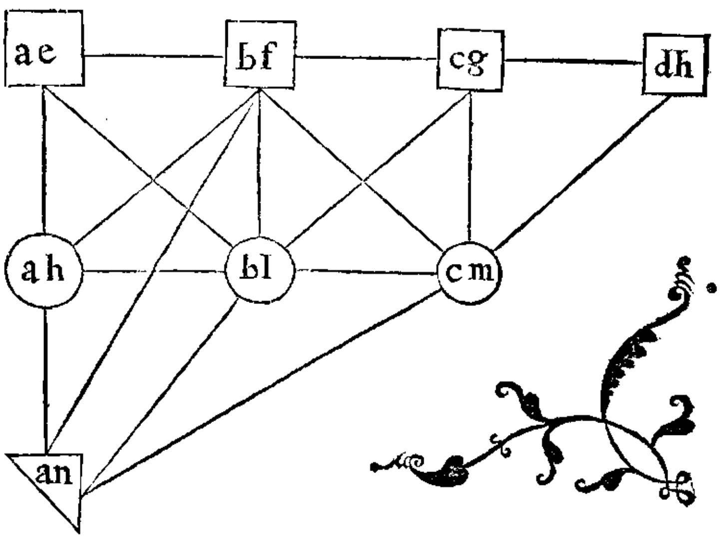
*Eandem rursum partem secundam aliter cōcludere.*

conficiunt rursum easdem rationum quantitates: ipsius inquām trianguli a n/ad circulum c m,& eiusdē circuli c m/ad quadratum d h. Eædem præterea rationes trianguli a n/ad circulum a h,& circuli c m/ad quadratum b f: ex eisdem iterum componuntur rationum quantitatibus. ipsa videlicet ratio trianguli a n/ ad circulum a h, ex rationibus ipsius a n/trianguli/ad quadratum b f,& eiusdem quadrati b f/ad eundem a h/circulum: ratio autem ipsius circuli c m/ad quadratum b f, ex rationibus eiusdem circuli c m/ad quadratum d h,& ipsius quadrati d h/ad idem quadratum b f. Quarum rationum quantitates, præostensæ sunt eædem altera alteri. Rationes itaque trianguli a n/ad circulum a h,& circuli c m/ad quadratum b f: omnibus modis sunt eædem. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

# Problema quintum.

QVòd tria interiora & minora quadrata, ipsis tribus circulis qui in tribus primis & maioribus quadratis describuntur, singulatim & ordine coæquentur, tandem efficere manifestum.

¶ Obijciatur rursum prædictorū quadratorū a e, b f, c g, d h, atq; circulorum a h, b l, c m, vnà cum ipso a n/triangulo, ordinata distributio: vt in proximo dictum est problemate, & in obiecta continetur formula. Aio itaque I



primùm, quadratum b f/æquari circulo a h. Ratio nanq; trianguli a n/ad quadratũ b f, eadem est rationi eiusdem trianguli a n/ad circulũ a h: In primis enim non potest esse maior. Nam si ratio trianguli a n/ad quadratum b f, esset maior ratione eiusdem trianguli a n/ad circulum a h: ipsum quadratum b f, minus foret ipso a h/circulo. Ad quam enim magnitudinem, eadẽ magnitudo maiorem rationem habet: illa minor est, per decimam quinti elementorum. Vt autem a n/triangulum ad quadratum b f, sic c m/ circulum ad circulum a h: atq; vt idem triangulum a n, ad eundẽ circulum a h, sic præfatum circulum c m/ad ipsum quadratũ b f/se habere, proximo ostensum est problemate. Circulus itaque c m/ad circulum a h, maiorem quoque rationem habebit: quàm ad quadratum b f. Minor erit propterea circulus a h, ipso quadrato b f, per ipsam decimam quinti elementorum. Patuit autem quòd & maior: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur ratio trianguli a n/ad quadratum b f, maior ratione eiusdem a n/trianguli ad circulum a h. Similiter ostendetur, quòd neque minor. Nam si triangulum a n/ad quadratum b f/ minorẽ rationem haberet, quàm ad circulum a h: ipse circulus a h, minor foret eodem quadrato b f, per eandem decimam quinti elementorum. Ostensum est autẽ, vt triangulum a n/ ad quadratum b f, sic c m/circulus, ad circulum a h: atque vt idem triangulum a n/ad ipsum circulum a h, sic idem circulus c m/ad quadratum b f. Circulus itaque c m, maiorem quoq; rationem habebit ad quadratum b f: quàm ad circulum a h. Et proinde quadratum b f, minus erit a h/circulo, per sępius allegatã decimam quinti elementorum. Ostensum est autẽ, quòd & maius: quæ rursum impossibilia sunt. Non habet igitur triangulum a n, ad quadratũ b f/ minorem rationem: quàm ad circulum a h. Atqui demonstratum est, quòd neq; maiorem. Triangulum igitur a n/eandem rationem habet ad quadratũ b f, quam ad circulũ a h. Ad quas porrò magnitudines, eadem magnitudo eandem habet rationem: ipsæ sunt inuicem æquales, per nonam quinti eorundem elemẽtorum. Aequum est igitur quadratum b f, ipsi a h/circulo. ❡ Quod rursum in hunc modum confirmatur. Cùm enim rationes quadrati b f/ad triangulum a n, & ipsius trianguli a n, ad circulum a h/similes sint adinuicem, vti nuper ostensum est, & vna maioris, altera verò minoris sit inæqualitatis: Conficiunt igitur, per ea quæ proximo deducta sunt

*Quòd quadratum b f, æquatur circulo a h.*

*Idem aliter concludere.*

problemate,æqualitatis rationem.Quadratū itaq; b f,ad circulum a h/rationem habet æqualitatis:Et proinde ipſum quadratum b f, æquum eſt eidem a h/circulo.

*Idem rurſum aliter ſubinferre.*

❡Idem rurſum licebit aliter concludere.quoniam ratio trianguli a n,ad circulum a h, eadē eſt rationi eiuſdem trianguli a n/ad quadratum b f:ac eidem rationi trianguli a n/ad quadratum b f,ratio quadrati d h/ad ipſum quadratum b f/ ſimiliter eadē.Eadē propterea eſt ratio quadrati d h/ad quadratum b f,quæ trianguli a n/ad circulū a h, per vndecimā quinti elementorū.Sed ratio quadrati d h/ad triangulum a n, conſtat ex ratione ipſius quadrati d h/ad quadratū b f,& ratione eiuſdē quadrati b f/ ad ipſum a n/ triangulū: Ratio autē quadrati b f/ad circulum a h, conſtat ſimiliter ex ratione ipſius quadrati b f/ad triangulum a n, & ratione eiuſdē trianguli a n/ad eūdem a h/circulum. Ergo ratio quadrati b f/ad circulū a h,ex eiſdē componitur rationibus:quibus ipſa ratio quadrati d h,ad triangulū a n.Rationes porrò,quæ ex eiſdem conficiuntur rationibus:eædē ſunt adinuicē.Igitur ratio quadrati b f,ad circulum a h:eadem eſt rationi quadrati d h,ad triangulum a n.Sed quadratum d h,triangulo a n/æquale præoſtēſum eſt: quadratū ergo b f,æquū eſt ipſi a h circulo.

*Qꝫ quadratū c g/circulo b l, & quadratū d h, circulo c m,ſimul adæquantur.*

❡At quoniam oſtenſum eſt tertio problemate, quadratū b f/ ad circulum a h/ eandem habere rationem,quā c g/quadratum/ ad circulum b l, necnon & quam d h/quadratum/ad circulū c m:nūc autē patuit quadratum b f,æquari circulo a h. Quadratum igitur c g/circulo b l,atq; d h/ quadratum circulo c m/ſimul coæquari neceſſum eſt. 2

*Quòd triangulū a n,circulo c m/eſt æquale.*

Præterea, quoniam eidem quadrato d h, æquum eſt ipſum a n/triangulum: æquum eſt igitur idem triangulum a n/eidem circulo c m,per primam cōmunem ſententiam. Dato igitur circulo a h,æquale quadratum b f: aliiſque duobus circulis b l/& c m,duo ſimul æqualia quadrata c g/& d h/alterum alteri deſcripſimus.Datóve quadrato d h,æqualis circulus c m:aliiſque duobus quadratis c g/& b f,duo æquales circuli b l / & a h alter alteri ſimul delineati ſunt. Quod ſecundo,& principali problemate faciendum ſuſceperamus.

*Notandum.*

❡Vno igitur figuræ cōtextu,dato circulo,tres ſimul quadrantur circuli:datóve quadrato,tribus quadratis tres circuli ſimul deſcribuntur æquales.Eiſdem inſuper argumentis & mathematicis inductionibus,ipſorum quadratorum circulatura:quibus & eorundem circulorum quadratura demōſtratur. Et quod magis admirabitur aliquando posteritas, per ipsasmet figuræ partes, coassumpto solummodò extremo & omnia complectente quadrato: propositam quadratorum & circulorum conclusimus æqualitatem.

# Corollarium.

DAto igitur quouis rectilineo, circulus æqualis vel facilè describetur. Et proinde circulus etiam designabitur, sub dato quouis partium aut mensurarum numero compræhensus.

1 ¶Rectilineum adpellamus figuram planam, sub rectis quotcunq; lineis contentam siue terminatam: siue ipsa figura regularis, aut irregularis extiterit. Cuiusmodi sunt pentagona, hexagona, heptagona, & reliquæ multangulæ & regulares, hoc est, æquilateræ & æquiangulę figuræ, tam in circulo, quàm circa ipsum circulum describtibiles: & ipsa amblygonia, vel rectangula parallelogramma, atque demum trapezia omnia, quæ neq; laterum, neq; angulorum obseruant æqualitatẽ. Si igitur ipsi dato rectilineo æquale parallelogrammum rectangulum describatur, per quadragesimam quintam primi elementorum, ac ipsi postmodùm rectangulo parallelogrammo æquale quadratum, per vltimam secundi eorundem elementorum, & huic quadrato circulus tandem figuretur æqualis, per antecedẽtem secundi problematis traditionem: Erunt idem rectilineum, & descriptus circulus eidem quadrato æqualia, & proinde ex ipsa communi sententia æqualia adinuicem.

*Rectilineum quid.*

*Primæ partis dilucidatio.*

2 ¶Item si liberum aliquem partium aut mensurarũ proposueris numerum, & tantæ capacitatis rectangulum efformaueris parallelogrammum (quod factu admodum facile est) ipsi postmodum rectangulo parallelogrammo æquale descripseris quadratũ, per ipsam vltimam secundi elemẽtorum, ac ipsi demum quadrato æqualem figuraueris circulum, per idem secundum problema: Erit idem circulus, eiusdem quantitatis cum præassumpto rectangulo parallelogrammo, vtrunque enim ipsi quadrato erit æquale. Et proinde corollarium ex omni parte fit manifestum.

*Secundæ partis ipsius corollarij uerificatio.*

# Authoris conclusio.

HAbes igitur, candide ac humanissime Lector, à nobis tandem adinuẽtam, & sub compẽdiosa admodùm traditione demonstratã ipsius circuli quadraturã: quã philosophorum parẽs Aristoteles scibilem esse, at nondũ suo tempore scitam, pluribus in locis affirmauit. In qua Circuli quadratura, nõ vni tantummodò circulo æquale quadratũ, vel vni dato quadrato æqualẽ circulum describere seu figurare docuimus: sed tribus circulis tria quadrata singulatim æqualia, trésve circulos tribus quadratis respondenter æquales (vti nuper citatum est) inuenire ac simul conscribere monstrauimus. Eam nanque inuentum nostrum præ se ferre videtur vbertatem, vt ex vna trinã, & ex trina vnicam elicere valeamus ipsius circuli quadraturã. Adde quòd vniuersum nostrę inuentionis atque demonstrationis artificium, sub vnica, eáque simplicissima cõclusimus figurę cõtextura: & ex puris geometricorum elementorum theorematibus (quæ certa, & ab omnibus recepta sunt) ipsius demonstrationis certitudinem confirmauimus. Quod illius fauente clementia, qui solus trinus & vnus metitur singula, facere ac tandẽ ostendere posse non diffidebamus. Hunc porrò laborem nostrum, tibi ac cunctis bonæ voluntatis hominibus, tam gratum ac vtilem fore percupimus: quàm durum & graue illis adfuturum non dubitamus, (si palmam hanc reportauerimus) qui infęlicissimo sydere nati, dum nihil agunt, omnibus omnia inuident, & meæ inciuiliter nimiùm aduersantur fęlicitati. Quos aut meliores reddet, aut malè perdet Dominus. Cui soli sit honor & gloria.

*Vbertas huius quadraturæ.*

*Quàm cõpendiosa eiusdem quadraturæ demonstratio.*

(∴)

*Quadraturæ circuli recens adinuentæ, & demonstratæ,*

FINIS.

*Virescit vulnere virtus.*

# EIVSDEM ORONTII, DEmonstrationes duæ, altera de area circuli, altera verò de ratione circunferẽtiæ ad diametrum: quæ duo Archimedis existimantur inuenta.

1 RECEPTVM EST AB OMNIBVS, Archimedem Syracusanum inter alia monimenta Mathematica, duo reliquisse posteris admodùm singularia: quorum alterum est de circuli area, reliquum verò de ratione circunferentiæ ad ipsius circuli diametrum, quod ad executionem primi videtur admodùm necessarium. Ex primo siquidem inuento (vt ex ijs quæ sequuntur apparebit) fit manifestum: semidiametrum circuli in dimidiam circunferentiam ductum, efficere rectangulum parallelogrammum ipsi circulo æquale. Et proinde necessum est habere rectam, quæ eidem circunferentiæ sit æqualis: si eiuscemodi volueris conficere rectangulum, & ipsum demum rectangulum, per vltimam secundi elementorum, conuertere in quadratum. Hic enim fuit omnium eorum scopus, qui præfatam rationem circunferentiæ ad diametrum (vt curuæ rectam haberẽt æqualem) tanta
2 diligentia inuenire conati sunt. ¶ At quoniam ipsa duo Archimedis quæ nunc citauimus inuenta, succincta nimium & scabrosa deductione, ab ipso demonstrantur Archimede (saltem quantùm ex ijs, quę ad manus nostras peruenerunt exemplaribus deprehendere valui) adeò vt ijs solis innotescant, qui diu ac non infęliciter in Mathematicis versati sunt: Rem meo officio dignam, & ijs omnibus gratam, ac vtilem simul me facturum existimaui, qui Mathematicis oblectantur institutionibus, si post nostram circuli quadraturam, vtrunque nouis clarioribúsque demonstrationibus elucidarem, & præcisiorem vtcunque rationem circunferentiæ ad ipsum diametrum, aliáque non aspernenda tandem colligerem. In qua re, partim geometricis elemẽtis, partim verò numerorum (ad ipsius Archimedis imitationem) fretus sum adminiculo. Sit igitur hæc quæ sequitur de circuli area, prius dilucidanda propositio.

*Duo Archimedis inuẽta necessaria.*

*Authoris argumentum.*

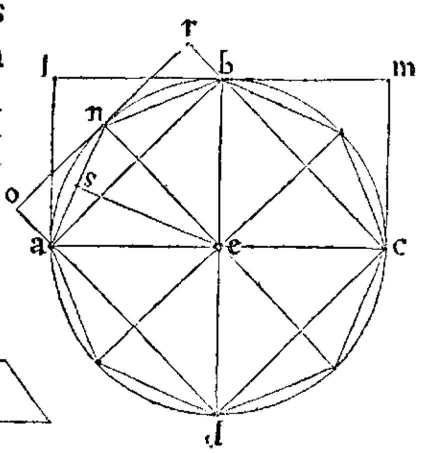
# De area circuli, Propoſitio I.

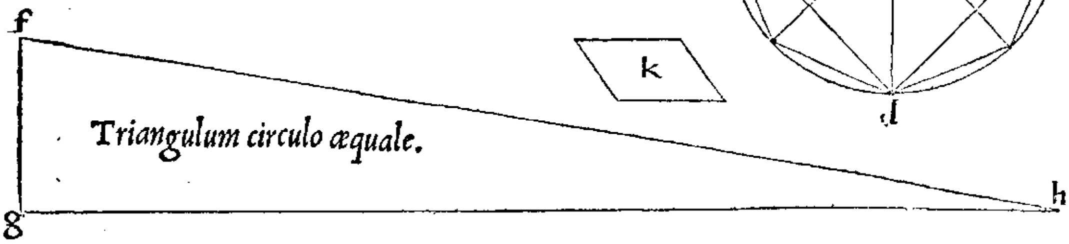
QVòd circulus ſit æqualis triãgulo rectangulo, cuius alterum laterum quæ ad rectum ſunt angulum ſemidiametro, reliquũ verò circunferentiæ eiuſdem circuli eſt æquale: demonſtrare.

¶ Sit datus circulus a b c d, cuius centrum e: datum verò triangu- 1
lum rectangulum f g h, cuius angulus qui ſub f g/ & g h/ lateribus continetur rectus exiſtat, & ipſum latus f g/ ſemidiametro, g h/ verò circunferentiæ eiuſdem circuli ſit æquale. Aio datum circulum a b c d, ipſi triangulo rectangulo f g h/ eſſe æqualem. Si nanque circulus a b c d, eidem triangulo f g h/ non fuerit æqualis: erit aut eo maior, vel eodem triangulo minor. Vtrunque porrò eſt impoſſibile. Nam ſi idem circulus a b c d, ipſo triangulo f g h/ fuerit maior: id erit ſecundum aliquam magnitudinem. Eſto illa (ſi poſſibile fuerit) magnitudo k. Circulus itaque a b c d, triangulo f g h, & ipſi k/ ſimul iunctis erit æqualis: & proinde k/ magnitudo, minor eſt ipſo a b c d/ circulo. Auferatur igitur ab eodẽ circulo maius quàm dimidium, & à reſiduo iterum maius quàm dimidium, & deinceps ita quantumlibet: donec relinquatur magnitudo, quæ ſit minor ipſa k, per primam decimi elementorum. Hoc autem in hunc modum abſoluetur. In ipſo dato circulo, quadratum deſcribatur a b c d, per ſextam quarti eorundem elementorum. Quo ſub tracto ex toto circulo: detractum erit maius quàm dimidium. Productis enim a c/ & b d/ eiuſdem quadrati dimetientibus, in centro e/ ad rectos ſeſe dirimentibus angulos: per punctum b, ipſi a c/ parallela ducatur l b m. & rurſum per a/ & c/ pũcta, ipſi e b/ parallelę ducãtur a l/ & c m, per trigeſimamprimã primi elementorũ: quæ per corollariũ decimæſextæ tertij ipſorũ elementorũ, tangẽt ipſum a b c d/ circulum. Parallelogrammum erit igitur a l m c/ rectangulum: & ipſius triãguli a b c, hoc eſt, dimidij quadrati in dato circulo deſcripti duplũ, per quadrageſimãprimam ipſius primi elemẽtorũ, ſunt enim in eadẽ baſi a c/ & in eiſdẽ parallelis a c/ & l m/ cõſtituta.

*Quòd circulus, propoſito triangulo non eſt maior.*

Et proinde triangulo a b c, æqualia ſunt a b l/& b c m triangula: quæ relictis eiuſdem circuli ſectionibus, ſuper a b/& b c/lateribus ipſius quadrati deſcriptis, ſunt maiora, per nonã communẽ ſententiã. Triangulum propterea a b c, eiſdem circuli ſectionibus eſt maius: nam æqualia, eorundem ſunt æquè maiora, per ſextæ communis ſententiæ conuerſionem. Haud aliter oſtendetur triangulum a d c, reliquis eiuſdem circuli ſectionibus, ſuper a d/& d c/lateribus deſcriptis, fore maius. Totum igitur quadratum a b c d, relictis quatuor circuli ſectionibus eſt maius. Eo itaque ſubtracto, à toto circulo: detractũ erit maius, quàm ipſius circuli dimidium. Quòd ſi reſiduum fuerit maius ipſa magnitudine k: auferatur rurſum maius quàm dimidium ipſius reſidui, in hunc qui ſequitur modum. Diuidatur arcus a b/bifariam in puncto n, per trigeſimam tertij elementorum: & productis d a/& c b/lateribus in directum & continuum, per datũ punctũ n/ipſi a b/parallela ducatur o r, per trigeſimamprimã primi elemẽtorum: & connectantur a n/& n b/lineæ rectæ, per primũ poſtulatũ. Parallelogrammum erit igitur a o r b/ rectangulum: & ipſius trianguli iſoſcelis a n b/ duplum, per quadrageſimãprimam eiuſdẽ primi elementorũ, conſiſtunt enim ſuper eadẽ baſi a b, & in eiſdẽ parallelis a b/ & o r. Et proinde a n o/& b n r/triangula, eidem triangulo a n b/ſunt æqualia. quæ cũ ſint maiora relictis circuli ſectionibus,



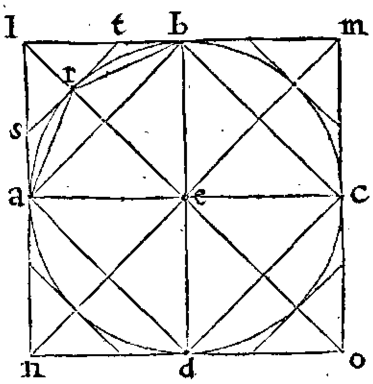



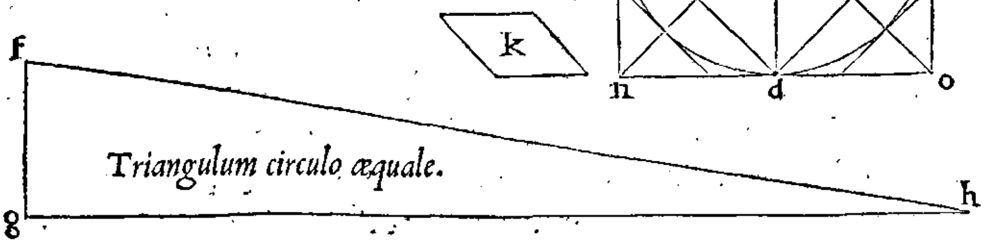

ſuper a n/& n b/lateribus cõſtitutis: fit vt idẽ triangulũ a n b, eiſdẽ ſectionibus ſit maius. Haud aliter, diuiſis reliquis arcubus bifariã, & deſcriptis iſoſcelibus triangulis ſuper reliquis eiuſdem quadrati lateribus: vnumquodque triangulum, relictis eiuſdẽ circuli ſectionibus, ſuper ipſius trianguli lateribus cõſtitutis, maius oſtendetur. Quatuor itaque iſoſcelibus triangulis ſubtractis: detractum erit à præfato reſiduo maius, quàm dimidium. At ſi reſiduæ octo circuli ſectiones,eadem magnitudine k/ſint maiores: ſubtrahātur rurſum octo iſoſcelia triangula,ſuper antecedentium triangulorum lateribus deſcripta.detrahetur enim ab ipſo reſiduo maius q̄ dimidium: quemadmodùm ex proximo diſcurſu deducere haud difficile eſt. Idque deinceps continuetur:quatenus ipſum reſiduum,eadem magnitudine k/fuerit minus: Et ſupponantur exempli gratia,relictæ octo ſectiones, ſuper a n/& n b/atque reliquis ſimilibus conſiſtentes lateribus:præfata magnitudine k/fore minores.Clarum eſt igitur,ipſam multilateram & octogonam ſuperficiem, ex quadrato & circunſtantibus triangulis reſultantem:maiorem eſſe dato f g h/ triangulo.continet enim ipſum f g h/triangulum,& partem ipſius k, eam videlicet qua præfatum reſiduum eadem magnitudine k/ minus eſt:cùm per hypotheſin,circulus ipſis triangulo f g h/& k/ magnitudini ſimul iunctis, ſit æqualis. Atqui oſtendetur etiam, quòd & minor eſt eadē multilatera ſuperficies,ipſo triangulo f g h. Diuidatur enim vnum latus ipſius multilateræ ſuperficiei bifariam, per decimam primi elementorum:vtpote, a n/in puncto s.& connectatur recta linea e s: quæ per tertiam tertij eorundem elementorum, ipſam a n/ ad rectos diſpeſcet angulos. Quod igitur ſub a n/& e s/continetur rectangulum, duplum eſt trianguli a e n,per ſæpius allegatā quadrageſimamprimā primi elementorū:fiet enim parallelogrammum,in eadem baſi a n, & in eiſdem parallelis cum ipſo triangulo a e n/conſtitutum.Et proinde quod ſub eadem e s,& quolibet alio eiuſdem poligonæ latere continetur rectangulum: duplum eſt eius trianguli, quod ſuper eodem latere verſus e/centrum conſtituitur. Quotuplex autem eſt vnum prædictorum rectangulorū,vnius trianguli:totuplicia ſunt & omnium triangulorum omnia rectangula,per primam quinti ipſorum elementorum. Quæ igitur ſub eadem e s, & omnibus eiuſdem multangulæ lateribus continentur rectangula : dupla ſunt omnium triangulorum,ſuper eiſdem lateribus conſiſtentium:& ipſius propterea multangulæ ſuperficiei dupla, vtpote,quæ ex eiſdem conſtat triangulis. Ipſa igitur multangula ſuperficies : dimidium eſt eorum, quæ ſub e s/& quolibet eiuſdē ſuperficiei latere continentur rectangulorū.Atqui ipſa e s,minor eſt dati circuli ſemidiametro,cui æquale ſupponitur latus f g:& eadem latera,circunferentia eiuſdem circuli ſunt minora,cui reliquum latus g h/æquale ſupponitur.& ſub minoribus rectis, minora comprehēduntur rectāgula. Quæ igitur sub e s,& quolibet ipsius multangulæ superficiei latere continētur rectangula:minora sunt eo, quod sub f g/& g h/cōtinetur. Id autē quod sub f g/& g h/cōtinetur rectangulū, duplū est ipsius triāguli f g h, per eandē quadragesimāprimā primi elemētorum:& proinde ipsum triangulū, eiusdē rectanguli dimidiū. Quæ autē inæqualium sunt dimidium, inæqualia sunt adinuicem:nam partes & æquè multiplicia, sunt inuicem proportionalia, per decimamquintam quinti ipsorū elementorū. Minor est itaq; præfata multilatera superficies, ipso triangulo f g h. Patuit autē quòd & maior: quę simul impossibilia sunt. Nō est igitur circulus a b c d, maior ipso triangulo f g h.

¶ Aio præterea, quòd neque minor est idem circulus a b c d, ipso triangulo f g h. Si nanq; fuerit minor: sit rursum illorum differentia, superficies k. Et circa datum circulum a b c d, quadratū describatur l m n o, per septimam quarti elementorum. Aut igitur quadratum l m n o, maius est, aut minus ipso rectilineo k: vel eidem æquale. Sit in primis maius. & ab ipso quadrato l m n o, subtrahatur maius quàm dimidium, & rursum à residuo maius quàm dimidium, & deinceps ita: quatenus relinquatur magnitudo quædam minor ipso k, per primam decimi eorundem elementorum. Tollatur itaque primùm, datus circulus a b c d: subtrahetur enim maius quàm dimidium. Descripto nanque intra circulū quadrato a b c d, per sextā quarti elementorū: cuius anguli tangant ipsius quadrati circūscripti latera, productísq; binis illius dimetientibus a c/ & b d: clarum est inscriptum quadratum a b c d, dimidium fore circunscripti l m n o. At circulus ipse, inscripto quadrato maior est: eo itaque subtracto, detrahetur maius quàm dimidium eiusdem circunscripti quadrati l m n o. Relinquentur itaq; quatuor triangula, ad ipsius circunscripti quadrati angulos consistentia, & arcuatas circunferētiæ obtinentia bases. Quæ si pręfata magnitudine k/fuerint maiora: subtrahatur rursum ab illis maius quàm dimidium, in hunc qui sequitur modum. Connectatur recta linea e l, diuidens bifariam arcum a b/in puncto r: & per ipsum punctum r, ad angulos rectos excitetur s r t, per vndecimam primi elementorum, ipsius quadrati circunscripti tangēs latera, quæ per corollarium decimæsextæ tertij eorūdem elementorum, tangit ipsum a b c d/circulum in eodem puncto r. Aio itaq;, quòd subtracto rectilineo triangulo

*Quòd idē circulus, ipsō triangulo proposito non est minor.*

l s t, cuius basis est recta s t, à triangulo a l b, cuius basis est arcus a r b: detractum erit maius, quàm dimidium. Connexis enim a r/& r b/lineis rectis, quoniam l r t/& t r b/triangula sub eodem sunt vertice, scilicet r: se habent igitur vt bases l t/& t b, per primã sexti prædictorum elementorum. Sed basis l t, basi t b/maior est: & triangulum igitur l r t, maius est triangulo t r b. quapropter & multò maius triãgulari extra circulum relicta portione t b r, cuius vnum latus est arcus r b. Quòd autem basis l t, sit maior basi t b: sit manifestũ. Nam anguli e b r/& e r b, trianguli b e r, sunt per quintam primi elemẽtorum inuicem æquales, & rectus e b t/recto e r t/æqualis, per quartum postulatum: reliquus igitur angulus b r t, reliquo t b r, per tertiam communẽ sententiã est æqualis. Et latus propterea b t, lateri t r, per sextam





*Triangulum circulo æquale.*

eiusdem primi æquale. Sed latus l t, maius est latere t r, per decimamnonam eiusdem primi, subtendit enim angulum rectum qui ad r/vtroque reliquorum duorum maiorem: quapropter & maius ipso latere t b. Haud dissimiliter ostendetur, triangulum l r s, maius esse triangulo a s r, cuius basis est arcus a r. Et proinde totum l s t/triangulum, maius est binis triangularibus superficiebus a s r/& r t b, quarum bases sunt arcus a r, & r b. Et reliqua deinde triangula, ad reliquos angulos ipsius quadrati consistentia: maiora similiter ostendentur reliquis similibus similitérque positis, & extra circulum derelictis triangulis. Detractis igitur eisdem angularibus triangulis: subtractum erit ab ipso residuo maius quàm dimidium. Si autem ipsum residuum, fuerit adhuc maius eadem magnitudine k: productis rursum ex centro e, ad s/& t/atque reliqua similia puncta lineis rectis, suscitatísque in transuersum ad angulos rectos quæ ipsum tangant circulum, & circunscripti poligoni attingant latera: si ea quæ ad ipsius poligoni consistunt angulos ſubducantur triangula, detractũ erit ab eodẽ reſiduo maius quàm dimidium. quemadmodùm ex proximo diſcurſu, demonſtrari vel facilè poteſt. Idq; deinceps cõtinuetur: quatenus ipſum reſiduum, eadem magnitudine k/ fuerit minus. Supponantur igitur maioris euidentiæ cauſa, præfatæ octo triangulares ſuperficies extra circulum derelictę, ipſo rectilineo k/ fore minores. Et quoniam circulus a b c d, & magnitudo k, triangulo f g h/ ſunt æqualia: erit igitur circunſcriptum poligonum eodem f g h/ triangulo minus, comprehẽdit enim ipſum circulum, & reſiduum minus ipſo k, per conſtructionem. Atqui circũſcripti poligoni latera, maiora ſunt ipſius circuli circunferentia: & ipſi circunferentiæ æquale ſupponitur latus g h, ſemidiametro autem latus f g. Quæ igitur ſub circuli ſemidiametro, & quolibet ipſius poligoni latere continentur rectangula: maiora ſunt eo, quod ſub f g/ & g h/ continetur rectangulo. Eorum autem quæ ſub eodem circuli ſemidiametro, & quolibet ipſius poligoni latere continentur rectangulorum, dimidium eſt ipſum poligonum circulo circunſcriptum: triangulum verò f g h, dimidium eius quod ſub f g/ & g h/ rectanguli continetur. quemadmodùm de inſcripto poligono, prima huius parte deductũ eſt. Partes autem & æquè multiplicia, ſunt per decimamquintam quinti elementorum inuicem proportionalia. Maius eſt igitur poligonum circulo circunſcriptum, eodem f g h/ triangulo. Patuit autem quòd & minus: quæ ſimul impoſſibilia ſunt. Non eſt igitur circulus a b c d, minor ipſo triangulo f g h. Et oſtenſum eſt quòd neque maior. Aequalis igitur eſt ipſe circulus a b c d, eidem triangulo rectangulo f g h: cuius vnum latus eorũ quæ ad rectum ſunt angulum ſemidiametro, alterum verò circunferentiæ eiuſdem circuli eſt æquale. Idem, ac multò facilius oſtendere licebit: vbi circunſcriptum quadratum l m n o, æquale, vel minus datum fuerit ipſo rectilineo k. Quod demonſtrandum tandem ſuſceperamus.

## Corollarium I.

QVod igitur ſub circuli ſemidiametro, & dimidia circunferentia continetur rectangulum: æquum eſt ipſi circulo.

¶ Patuit enim suprà, circulum a b c d, æquum esse triangulo rectangulo f g h, cuius latus f g, semidiametro, g h/ verò circũferentiæ ipsius circuli supponitur æquale: Ipsum quoque triangulum f g h, & proinde circulum a b c d, dimidium fore eius rectanguli quod sub f g/ & g h/ continetur. Eiusdem præterea rectanguli dimidium est, quod sub eodem semidiametro, & dimidia continetur circunferentia. Quæ autem eiusdem sunt dimidium, inuicem sunt æqualia, per septimam communem sententiam. Quod igitur sub circuli semidiametro, & dimidia illius circunferentia continetur rectangulum, ipsi circulo est æquale. Hac igitur de causa, innumeri circunferentiam ipsius circuli in iustam mensuræ rationem (veluti præfati sumus) redigere conati sunt. Quos omnes longè superauit Archimedes: cuius inuentum hic subnectere, & noua demonstrandi ratione confirmare non duximus importunum.

*Cur innumeri circunferentiam in rectã uertere conati sunt.*

# Corollarium 2.

AREa consequenter dati cuiuslibet regularis poligoni: æquatur rectãgulo, quod sub perpendiculari ex centro in latus vnum demissa poligoni, & dimidio continetur ambitu.

¶ Patuit enim ex primæ partis huiusce propositionis discursu, id quod sub e s/ perpẽdiculari & omnibus inscripti poligoni a n b c d/ lateribus continetur: duplum fore ipsius poligoni. Fiunt enim tot rectangula parallelogramma, quot sunt isoscelia triangula super eisdem lateribus consistentia: quorum rectangulorum quodlibet præostensum est ipsius trianguli esse duplum. Si igitur ex centro dati cuiuslibet regularis poligoni, in vnum eius latus perpendicularis ducatur: ipsa perpendicularis per dimidium ambitum multiplicata, conficiet aream eiusdem oblati poligoni.

*Vt dimetiẽda area dati cuiuslibet poligoni regularis.*

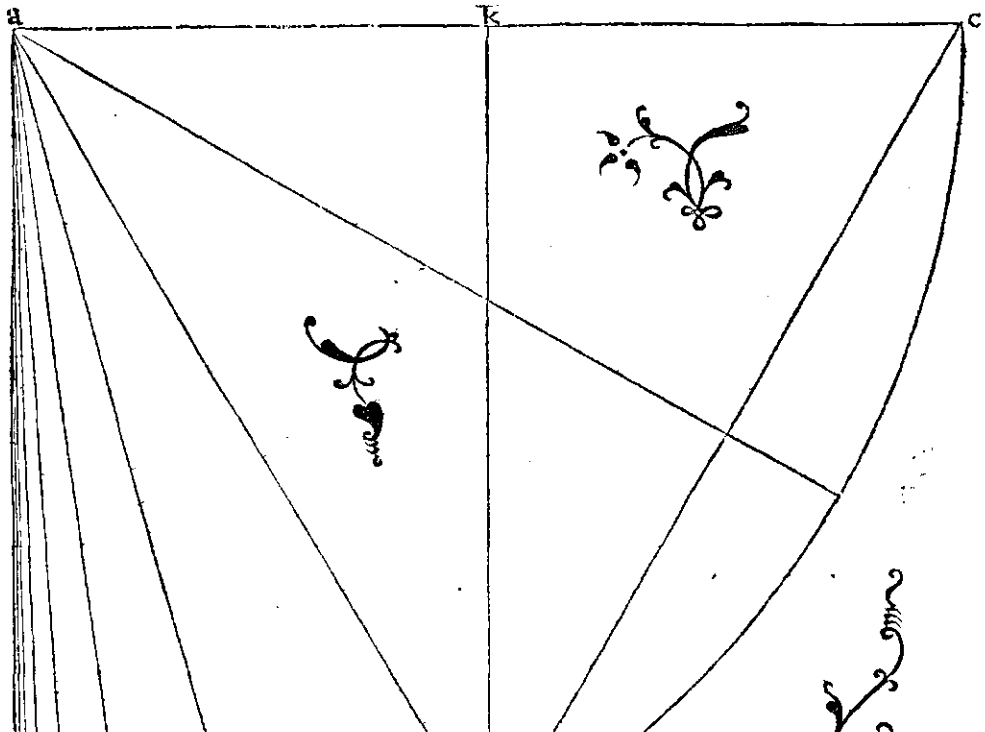
# De ratione circunferentiæ, ad circuli diametrum, Propositio secunda.

CIrcunferentiam circuli ad eius diametrum, rationem habere tripla ſeſquiſeptima minorem; maiorem autem tripla ſeſquioctaua.

1 ¶Hoc præſtantiſſimum Archimedis inuentũ de ratione circunferentiæ ad circuli diametrũ, quemadmodum & proximum de ipſius circuli area: longè faciliori, magíſq; ſuccincta, atq; fida demonſtratione, q̃ fecerit idẽ Archimedes, vel illius ſequaces, conabimur reddere manifeſtum. Eſto igitur circuli quadrans a b c, ſub a b/ & a c/ ſemidiametris, & quarta circũferentiæ parte b c/ comprehenſus. In hoc itaq; circuli quadrante, dato a b/ vel a c/ ſemidiametro: æqualis recta linea coaptetur c d, per primam quarti elementorum. Et à puncto b/ dati a b/ ſemidiametri, ad angulos rectos excitetur b e, per vndecimam primi ipſorum elemẽtorum: quæ per corollarium decimæſextæ tertij eorundem elementorum, tanget circunferentiam b c/ in puncto b. Connectatur deinde recta a d e, per primum poſtulatum: conueniet enim tandem cum ipſa b e, per quintum poſtulatum. Erit itaq; recta c d, latus hexagoni æquilateri & æquianguli in circulo (cuius quadrans eſt a b c) deſcripti, per corollarium decimæquintæ quarti prædictorum elementorum: & ſubtendens propterea arcũ 60 graduum, qualium b c/ quadrãs eſt 90. Reliquus igitur arcus d b, erit ſimilium graduum 30: & deductus propterea ſuper eodẽ arcu angulus b a d, tertia pars anguli recti: atq; duplum ipſius b e, latus hexagoni æquilateri & æquianguli, eidem circulo circunſcripti. Diuidatur itaq; idẽ angulus b a d/ ſeu b a e/ bifariam, per nonam primi elementorum: ſub recta quidem a f. Erit igitur angulus b a f, pars ſexta ipſius anguli recti, ſubtendens gradus 15: duplum autem ipſius b f, latus dodecagoni regularis, circa præfatũ circulum deſcripti. Diuidatur rurſum angulus b a f/ bifariam, per eandem nonam primi: ſub recta quidem a g. Angulus ergo b a g, eiuſdem anguli recti pars erit duodecima, ſubtendens gradus 7 & 30 prima minuta: & proinde duplum ipſius b g, conficiet latus poligoni regularis habentis latera 24, circa eundem circulum deſcripti. Angulus conſequenter b a g/ bifariam diuidatur, ſub a h/ recta. Erit itaque angulus b a h, ipſius anguli recti pars vigeſimaquarta,

*Cõſtructio primæ partis huiuſce propoſitionis.*

ſubtendẽs gradus tres,vnà cum primis minutis 45:duplum autem ipſius b h,erit latus circũſcripti poligoni regularis ſub 48 lateribus comprehenſi.Diuidatur ſimiliter angulus b a h/bifariam:ſub recta quidem a l.Angulus ergo b a l,erit quadrageſima octaua pars eiuſdem anguli recti,ſubtendétque gradum vnum,prima minuta 52,& ſecunda 30: & proinde duplum ipſius b l,cõficiet latus circunſcripti poligoni regularis,latera 96 continẽtis.Angulus rurſum b a l, bifariam diuidatur, ſub recta a n. Erit ergo angulus b a n,præfati anguli recti pars nonageſima ſexta,ſubtendens prima tantum modò minuta 56,ſecunda verò 15:vnde ipſius b n/duplum, erit latus regularis poligoni habentis latera 192, ac eidem circulo circunſcripti. Tandem ſi angulus b a n,per ipſam nonã primi elementorum bifariam diuidatur,ſub recta quidem a o:neceſſum eſt angulũ b a o, centeſimam & nonageſimãſecundã partem anguli recti continere,



ſubtenderéque vnius gradus prima minuta 28,& ſecunda ferè 7:atque duplum ipſius b o,fore latus poligoni æquilateri & æquianguli circa prefatum circulum deſcripti,cuius latera ſunt numero 384.

*Quòd circumferẽtia ad diametrũ rationẽ habeat tripla ſeſquiſeptima minorem ex prædictis colligere.*

¶His ita conſtructis & præoſtenſis,inuenienda eſt ipſarum a b/atque b o/quantumuis minutim diſtributarum quantitas.Supponemus itaque ſubtenſam a o, continere (verbi gratia) partes 60000: & quot ſimilium partium fuerit vtraq; & a b/& b o, ex ea ſinuum tabula, quæ maximum ſinum habet partium 60000, in hunc qui ſequitur modum colligemus. Accipiemus enim ſinum rectum illius arcus quem ſubtendit angulus b a o, quem prædiximus fore primorũ minutorum 28, & ſecundorum ferè 7: is autem ſinus erit partium 490, tot igitur partium erit ipſa b o. Deinde accipiemus ſinum rectum complementi eiuſdem arcus, vtpote 89 graduum, 31 primorum minutorum,& ſecundorum ferè 53:quem ſinum experieris eſſe partium 59998,tãtus eſt ſemidiameter a b. Duplentur conſequenter eædem 490 partes,conſurgent partes 980:tot igitur partium eſt latus poligoni regularis habentis latera 384,quod circa circulum(cuius quadrans eſt a b c) deſcribitur. Multiplicentur itaq; 980, per 384, reſultabunt 376320: tantus eſt ambitus eiuſdem poligoni.Duplentur inſuper ipſæ 59998 partes a b, conſurgent totius diametri partes 119996: quæ triplatæ conficient partes 359988. Atqui 376320 partes,continent ſemel 359988,& præterea 16332,quæ non faciunt ſeptimam partem ipſorum 119996: nam ea eſt 17142/ & $\frac{2}{7}$.Habet igitur ambitus ipſius poligoni, ad diametrũ rationem tripla ſeſquiſeptima minorem. Et quoniam circunferentia circuli, minor eſt ambitu eiuſdem circunſcripti poligoni:à fortiori igitur eadem circunferentia,ad ipſum diametrum rationem habet tripla ſeſquiſeptima minorem.

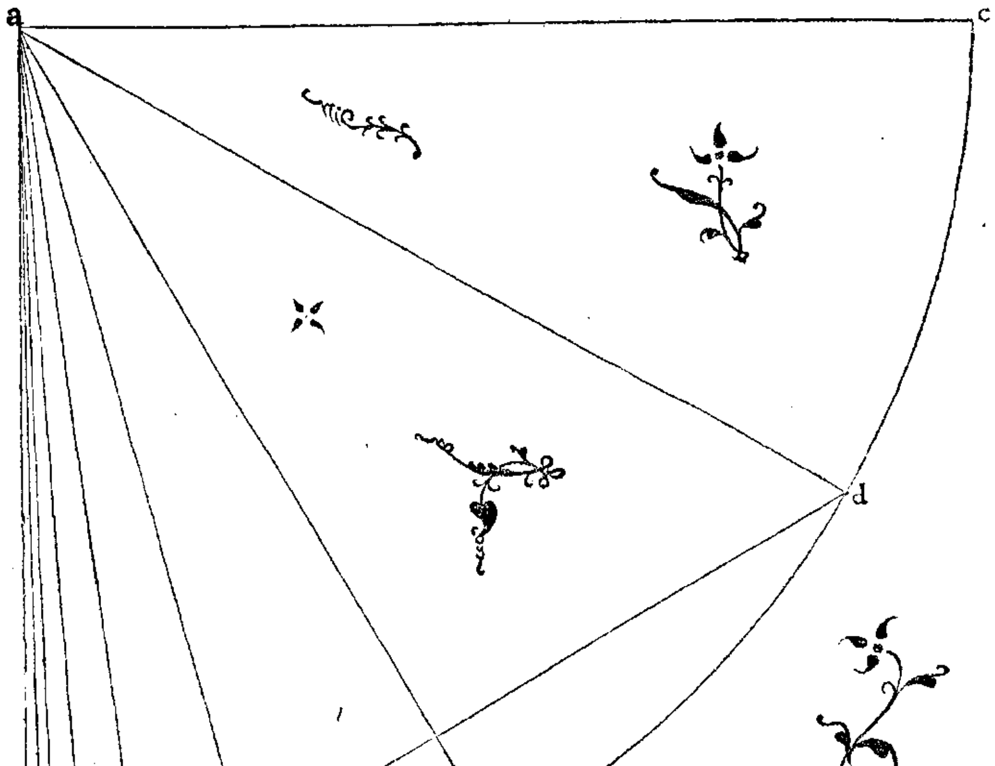
*Dato triangulo rectãgulo, & uno acutorum angulorum noto, cũ latere angulũ rectum ſubtendente, reliqua innoteſcere latera.*

¶Quòd autem in rectangulis triangulis,dato latere angulum rectum ſubtendente,& vno acutorum angulorum noto, reliqua innoteſcãt latera:ſic demonſtratur.Sit datum(in exemplum)rectangulum triangulum a d m,cuius latus a d/rectum ſubtendens angulum ſit notũ,& angulus d a m/notus.deſcribatur igitur circa punctum a, & ad interuallũ a d,quadrãs circuli a b d c:& per punctum d,ipſi a m parallela ducatur quæ ſit d k, per trigeſimamprimã primi elementorum . Parallelogrammum eſt igitur a m d k: & latus d k,ipſi a m/æquale,per trigeſimãquartã ipſius primi.Et quoniam angulus b a d/notus est,arcus igitur b d/est notus:& proinde sinus rectus d m,ex tabula sinuum fiet notus. Nota erit etiā & d k,sinus rectus complementi d c:cui æquatur a m.Bina igitur latera a m/& m d/fient nota:idq; pro ratione partium ipsius a d. In præfato autem triangulo rectangulo b a o, angulus qui ad a/est notus, & arcus b o/notus, atq; illius complementū o c/notum (veluti nuper ostensum est)quapropter & ipsa a b/& b o/latera supradicto modo fiunt manifesta,in partibus quidem,qualium a o/data est 60000.

*Secundæ partis ostēsio mathematica.*

SECVNDA verò pars,vtpote,quòd eadem circuli circunferentia, ad diametrum rationē habet tripla sesquioctaua minorem: haud dissimili via demonstrabilis est.Repetatur itaque circuli quadrans a b c. Et dato a b/vel a c/semidiametro, æqualis recta linea b d/rursum coaptetur,per ipsam primam quarti elementorum: & connectatur a d/recta,per primum postulatum.Erit igitur per corollarium decimęquintæ ipsius quarti,recta b d/latus hexagoni æquilateri & æquianguli, circulo cuius quadrans est a b c/inscripti: subtendens sextam circunferentiæ partem,hoc est,arcum b d/graduum 60,qualium tota circūferentia est 360, & ipse quadrās b d c/ (à quo rectus qui sub b a c/dimetitur angulus) 90.Et proinde angulus b a d,duo tertia comprehendit ipsius anguli recti.Diuidatur igitur idem angulus b a d/bifariam,per nonam primi eorundē elementorum,sub recta quidē a e:& connectatur chorda b e,per primum postulatum.Angulus itaque b a e, tertia pars erit eiusdē anguli recti,subtendēs arcū b e/graduū 30,nempe dimidiū ipsius b d: & ipsa chorda b e,latus erit dodecagoni æquilateri & æquianguli, in eodē circulo descripti. Diuidatur rursum angulus b a e/ bifariā, sub recta a f,per eandem nonā primi elementorum: & cōnectatur chorda b f.Erit igitur angulus b a f, sexta pars ipsius anguli recti, subtendēs arcum b f/graduum 15:& ipsa chorda b f,latus poligoni regularis in præfato circulo descripti,habentis latera 24.Angulus consequenter b a f/bifariam diuidatur,sub recta a g:& cōnectatur chorda b g.Erit itaque angulus b a g,eiusdē anguli recti pars duodecima,subtendens arcum b g/graduum 7, & primorum minutorum 30:ipsa quoque b g/recta,erit latus inscripti poligoni regularis,sub 48 lateribus comprehēsi.Rursum diuidatur angulus b a g/ bifariam,sub recta b h: & connectatur chorda b h. Angulus ergo b a h,vigesimaquarta pars erit anguli recti,& subtensus arcus b h/

trium graduum & primorum minutorum 45: chorda autem b h, latus inſcripti poligoni regularis, latera 96 cõtinentis. Haud aliter diuiſo bifariam angulo b a h, ſub recta a l, & connexa chorda b l: angulus b a l, quadrageſimamoctauã partẽ ipſius anguli recti comprehẽdet, arcus proinde b l/ vnũ gradum, prima minuta 52, & ſecũda 30: eritq; chorda b l, latus poligoni regularis habentis latera 192, in eodem circulo deſcripti. Quòd ſi angulus b a l/ bifariam tãdem diuidatur, per eandem nonam primi elementorum, ſub recta quidem a n, & connectatur chorda b n: erit angulus b a n, ipſius anguli recti pars nonageſimaſexta, & arcus propterea b n/ primorum tantùm minutorum 56, ſecũdorum præterea 15: Chorda porrò b n, latus poligoni æquilateri & æquianguli, continentis latera 384, & in eodem circulo (cuius quadrans eſt a b c) deſcripti.



*Quod circunferẽtia ad diametrũ rationẽ habeat tripla sesquioctaua minorem, numeris elucidare.*

¶His ita cõstructis, & demõstratis: supponatur semidiameter a b, totius quadrãtis sinus rectus, fore partiũ 60000. Et per sinuũ tabulã, cuius sinus maximus est partiũ itidẽ 60000 suscipiatur chorda b n, quę ex sinu recto dimidij arcus geminato consurgit. Dimidiũ itaq; ipsius arcus b n, cõtinet prima minuta 28, & secũda ferè 7: quorum sinus rectus, habet partes 490. bis autẽ 490, cõficiunt 980: tot igitur partium est ipsa chorda b n. Multiplicẽtur ergo 980, per numerum laterum ipsius poligoni cuius b n, recta est vnum latus, vtpote, per 384: fient partes 376320. tantus est ambitus ipsius inscripti poligoni, habẽtis latera 384. Bis autem 60000, cõficiunt 120000: tot igitur partium est ipsius circuli diameter. Ipsum ergo poligonum, se habet ad diametrum, vt 376320 ad 120000. Sed numerus 376320, cõtinet 120000 ter, vtpote 360000, & præterea 16320, quæ superant ipsorum 120000 octauam partem: nam ea est 15000. Ratio itaque 376320, ad 120000: maior est tripla sesquioctaua. Præfatum ergo poligonum, ad diametrũ rationem habet tripla sesquioctaua maiorem. Ipsius autẽ poligoni lateribus, maior est circunferentia circuli, in quo sæpius expressum describitur poligonum. A fortiori igitur eadem circunferentia circuli, ad ipsum diametrũ rationẽ habet tripla sesquioctaua maiorẽ. Quod susceperamus ostẽdendum.

# Corollarium 1.

*Contra alteram Archimedis partem, de ratione circũfe. ad diame.*

NOn habet ergo circũferẽtia circuli, ad diametrũ rationẽ tripla superdecupartiẽte septuagesimasprimas (vt asserit Archimedes) maiorem.

¶Si diuiseris enim 120000 partes diametri, per 71, prosilient 1690, vnà cùm $\frac{10}{71}$: quæ decies sumpta, cõficiunt 16901 & $\frac{29}{71}$. Hæc autem maiora sunt 16320, quibus idem ambitus poligoni partium 376320, superat triplati diametri partes 360000: excedunt enim 581 partibus. Et proinde circunferentia circuli, ter continet diametrum, & minus decem illius septuagesimisprimis.

# Corollarium 2.

RAtio tripla sesquiseptima, magis accedit ad veram rationem circunferentiæ ad diametrum:quàm tripla sesquioctaua.

¶Nam differentia inter residuum triplati diametri,à toto ambitu circunscripti vel inscripti poligoni regularis habentis latera 384,& septimã totius diametri partem:minor est differẽtia eiusdẽ residui, & octauæ partis ipsius diametri.Iuxta enim huiusce propositionis primã partẽ, ipsum residuũ fuit partium 16332: iuxta verò partem secũdam,16320.Et vtrobiq; pars septima diametri,partiũ ferè 17142: octaua autẽ, partium circiter 15000.Differẽtia porrò inter 16332/& 17142,est 810: inter verò 15000/& 16332,est 1332. Differentia rursum inter 16320/& eadẽ 17142,est partium 822:& ipsa 15000,partiũ 1320. Minus ergo distat ipsum residuum à parte septima,q̃ ab octaua:& proinde ratio tripla sesquiseptima,pręcisior est tripla sesquioctaua.

# Corollarium 3.

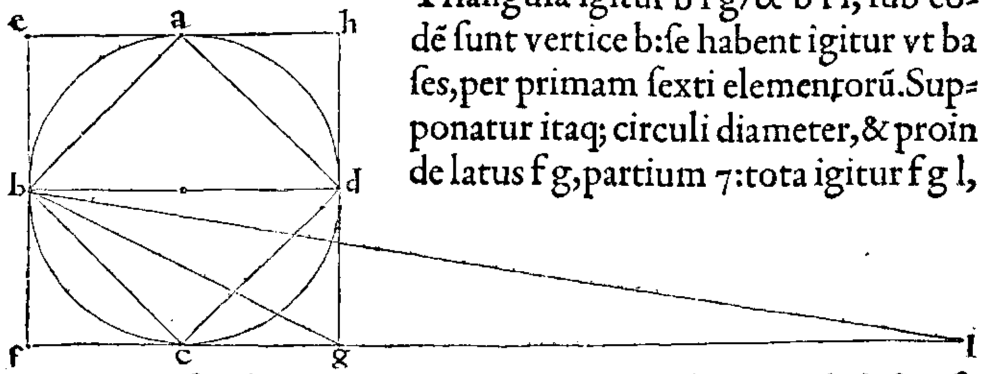
PRæcisior adhuc est ratio tripla superbipartiens quindecimas (vt 3,ad 1 & $\frac{2}{15}$) ipsa ratione tripla sesquiseptima.

¶Duo enim quindecima,consurgunt ex $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{8}$ simpliciter iunctis: & neq; septimam,neq; octauã efficiũt ipsius diametri partem, inter quas eadem ratio circunferentiæ ad diametrum versatur.Quòd autem ea sit præcisior tripla sesquiseptima: ex numeris primæ partis huius propositionis, fit manifestum. Nam diameter,fuit partium 119996:& ipsorum 119996 pars quindecima,est 7999 & $\frac{11}{15}$.duæ porrò quindecimæ,conficiunt 15999 & $\frac{7}{15}$:quæ ferè complent differẽtiam inter ambitum poligoni circulo circunscripti habẽtis latera 384,& triplum diametri eiusdẽ circuli (quæ differẽtia,fuit partiũ 16332)& plus differũt ab ipsius diametri parte septima, quæ est partiũ 17142 & $\frac{2}{7}$,q̃ ab ipsis 16332.Distant enim 15999 & $\frac{7}{15}$,ab ipsis 17142 & $\frac{2}{7}$,partibus 1142 vnà cum $\frac{86}{105}$:ab ipsis autem 16332,partibus tantummodò 332 & $\frac{8}{15}$.Et quoniam secundo corollario demonstratum est, rationem triplam sesquiseptimam,præcisiorem esse tripla sesquioctaua: longè itaq; præcisior erit eadem ratio tripla superbipartiens quindecimas,ipsa ratione tripla sesquioctaua.

# Corollarium 4.

AREa itaque circuli, ad circunſcriptum quadratum rationem ferè habet, quam 11 ad 14: ad inſcriptum autem quadratum, quam 11 ad 7.

*Hypotheſis corollarij.* ¶Hoc velim intelligas, ſuppoſito ꝙ circunferentia ad diametrum rationẽ habeat triplã ferè ſeſquiſeptimam. Sit enim datus circulus a b c d: circũſcriptum autẽ ex dimetiente quadratum, e f g h. Cuius latus f g, in directum producatur verſus l: ponatúrq; f g l, circunferentiæ ipſius circuli æqualis, ter cõtinens diametrum & ſeptimam eiuſdẽ diametri partẽ. Connectãtur demum b g/ & b l/ lineæ rectę. Triangula igitur b f g/ & b f l, ſub eodẽ ſunt vertice b: ſe habent igitur vt baſes, per primam ſexti elementorũ. Supponatur itaq; circuli diameter, & proinde latus f g, partium 7: tota igitur f g l,




erit partium ſimiliũ 22. Triangulũ ergo b f l, ad triangulũ b f g/ ſe habet, vt 22 ad 7. Sed per antecedẽtẽ primã propoſitionẽ, triangulo b f l/ æqualis eſt a b c d/ circulus. Idẽ ergo circulus a b c d, ad triangulũ b f g/ ſe habet, vt 22 ad 7: æquales enim magnitudines, ad eandem magnitudinem eandem habẽt rationem, per ſeptimam quinti eorundem elementorum. Qualium ergo partium triangulũ b f g/ eſt 7, talium circulus a b c d/ eſt 22. Sed qualium partium idẽ b f g/ triangulum eſt 7, talium quadratũ e f g h/ eſt 28: quadruplum eſt enim ipſum quadratũ e f g h, eiuſdẽ trianguli b f g. Qualium ergo partiũ circulus a b c d/ eſt 22, taliũ circunſcriptũ quadratũ eſt 28. Se habet igitur idẽ circulus a b c d/ ad circunſcriptũ quadratũ e f g h, vt 22 ad 28: & proinde vt 11 ad 14, qui ſunt minimi numeri in data ratione conſtituti. Quod autẽ in eodẽ circulo deſcribitur quadratũ a b c d, dimidiũ eſt circũſcripti. Qualiũ ergo partiũ circulus ipſe eſt 22, taliũ idẽ inſcriptũ quadratũ eſt 14. Circulus ergo a b c d, ad inſcriptũ quadratũ rationẽ habet, quã 22 ad 14: & proinde quã 11 ad 7.

FINIS.

*Vireſcit Vulnere Virtus.*

# ORONTII FINAEI DELphinatis, Regij Mathematicarũ Lutetiæ profeſſoris, De abſoluta rectilinearum omnium & multangularum figurarum (quæ regulares adpellantur) deſcriptione, tam intra quàm extra datũ circulum, ac ſuper quauis oblata linea recta: Libellus hactenus deſideratus.

*De dignitate ac utilitate huius operis.*

1 INTER EA QVAE POST CIRculi quadraturã, ab ipſis Mathematicis ſummopere deſiderari percepimus: erat multãgularum omnium & regularium figurarum, tam intra, quàm extra circulum, vniuerſalis & abſoluta deſcriptio: Vtpote, ſine qua nec circulus, nec angulus rectus (ad quem cæteri referuntur anguli rectilinei) in liberas quotcunque partes inuicem æquales diuidi minimè poteſt. à qua quidem diuiſione, quamplurima & abſtruſiora rerum Mathematicarum videntur pendere ſecreta. Euclides enim libro quarto elementorum, hexagoni deſcriptionẽ minimè tranſgreſſus eſt (nam vltima ipſius quarti libri, quæ de quintidecagoni deſcriptione tradita eſt propoſitio, ex trianguli atque pentagoni æquilateri & æquianguli deſcriptione corollariè deducta eſt) vtpote, qui elementa tantùm, & non omnia quę ab ipſis deriuari poſſunt elementis, tradenda ſuſceperat.

*Quid mouerit authorem, ad hoc opus conſcribẽdum.*

2 ¶ Cùm igitur à nonnullis, etiam nõ vulgariter eruditis, quid de ea re ſentirem (neſcio an seriò, vel ioco) ſæpius admonerer exprimere, neque tunc aut per ocium, aut per rerum mearum & negotiorum opportunitatem, illorum petitioni ſatisfacere liceret: ſuffuratus ſum tandem noctes aliquot, quas huic tam gratæ ac optatæ inquiſitioni (etiam inuita calamitatum mearum multitudine) non infęliciter adcommodaui. Nam certam & vniuerſalem viam demum excogitaui, & conſcripſi: qua multangula quæuis rectilinea atque

*Quæ in hoc continentur opere.*

regularis figura primùm in circulo, deinde super quauis data linea recta, describi vel facilè possit. quod neminem hactenus tentasse, nedum absoluisse, nusquam legi vel audiui. Ex qua quidem vniuersali & absoluta descriptione, miranda & antea ignota subintuli corollaria. Deinde circa datum circulum, multangulam quamlibet & regularem figuram: atq; tam intra, quàm extra datam multangulam & regularem figuram, circulum versa vice describere (vt hoc absolueremus negotium) noua ac vniuersali ratione demonstraui.

*Sincerum authoris argumentum.*

Vt ijs satis hac in parte facerem, qui id à me bona fide, ac sciendi cupiditate, postulare videbantur: vtque simul illos grauiore torquerem inuidia, qui de meo diffidentes ingenio, idem vel arrogantia, vel curiosa quadam leuitate potius, quàm syncero & amico efflagitare simulabant affectu. Quibus & nos haud parum debere, fatemur ac recognoscimus: vtpote qui vires ingenij nostri vulneribus virescere faciunt, & ad moliendum semper aliquid aut subtile, aut vtile simul, inuitare solent. Quod tam gratum studiosis omnibus futurum exoptamus, quàm liberali animo hunc laborem assumere consueuimus. Sed iam prologo finẽ imponẽdo, rem ipsam fęlici adgrediamur auspicio: & primũ hoc anteponamus problema.

# Problema primum.

DAtam quamuis lineam rectam præfinitam, in quotcunque partes inuicem æquales diuidere: illiúsve partẽ quotam, à dato quouis numero denominatam inuenire.

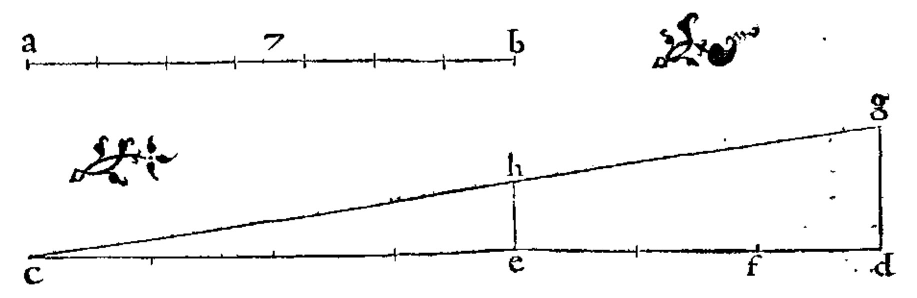
¶ Esto data linea recta terminata a b, quam oporteat in quotcunque partes inuicem æquales diuidere: seu quotam illius partem, à dato quouis numero denominatã, geometricè reperire. 1

*Cũ dátus partium numerus fuerit pariter par.*

In primis itaque si datus partium numerus, à pariter pari numero fuerit denominatus: diuides ipsam rectam lineam bifariam, & rursum quãlibet eius partem bifariam, per decimam primi elementorum geometricorum, ídque toties continuabis, quatenus propositum obtinueris partium numerum. Sunt enim pariter pares numeri, in duos

numeros inuicem æquales continuè diuiſibiles, quouſque ad impartibilem peruentum fuerit vnitatem: cuiuſmodi ſunt 2,4,8,16, 32, 64, 128, & ſimiles quotcunque numeri à binario continuè du-
2 plicato procreati. ¶ At ſi propoſitus earundem partium numerus fuerit impariter par, aut de ijs quos primos nuncupare ſolemus, qui ſcilicet nullam habent partem quotam præter vnitatem (cuiuſmodi ſunt 5,7,11,13,17,&c.) ſic facito. Eſto clarioris intelligẽtiæ gratia propoſitum, diuidere eandem rectã lineam a b, in ſeptem partes inuicem æquales. Proponatur igitur alia quædam linea recta, indefinitæ quantitatis quoad alterum eius extremum, quæ ſit c d: à qua ſecetur æqualis ipſi a b, per tertiam primi elementorum, vtpote c e. Diuidatur poſtmodùm c e, in tot partes inuicem æquales, quot ſunt vnitates in maximo pariter pari numero intra datũ partium numerum comprehẽſo, per primam partem huiuſce problematis, vtpote in 4: nam maximus pariter par numerus, qui in ſeptenario continetur numero, eſt quaternarius. Qualium deinde partium c e/ eſt quatuor, talium ſecetur e d/ trium, per eandem tertiam primi elementorum: ſitque d f/ ipſius e d/ tertia, vel ipſius c e/ quarta, totiúſve c d/ pars ſeptima. Conſequenter à puncto d/ ipſius c d/ lineæ rectæ, ad angulos rectos excitetur d g, per vndecimam eiuſdem primi elementorum (nec referet, ſi eandẽ d g/ ad obliquos ſuſcitaueris angulos) ſecetúrque d g, ipſi d f, æqualis, per eandem tertiam primi elementorum. Et connectatur c g/ recta, per primum poſtulatum: tandémque per e/ punctum, ipſi d g/ parallela ducatur e h, per trigeſimamprimam eiuſdem primi elementorum. Aio itaque e h, dimetiri ipſius c e, aut a b (quæ eidem c e/ data eſt ęqualis) partem ſeptimam: quod ſic demonſtratur. Triangula enim c d g/

*Vbi datus partiũ numerus fuerit prim⁹, uel impariter par.*




& c e h, ſunt inuicem ęquiangula: quoniam angulus c e h/ interiori & ex oppoſito ad eaſdem partes c d e/ eſt æqualis, necnon & c h e/

*Demonſtratio problematis.*

angulus ipſi angulo c g d, per vigeſimamnonam ipſius primi elementorum, & is qui ad c angulus vtrique triangulo communis. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia ſunt latera quæ circum æquales angulos,& ſimilis rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur,per quartam ſexti eorundem elementorum.Sicut igitur c d recta ad d g,ſic c e ad rectam e h. Atqui d g ipſius c d eſt pars ſeptima,per constructionem: & e h igitur ipſius c e, & proinde ipſius a b pars erit ſeptima. Secentur igitur ex a b, linea data,à puncto a verſus b (aut è diuerſo) æquales ipſi e h, per ſæpius allegatam tertiam primi elementorum, donec ſeptenarius datarum partium abſolutus fuerit numerus:nam ipſa a b linea data,in ſeptem partes inuicem æquales tandem erit diſtributa. Haud aliter,dato quouis alio partium numero,peragēdum eſt. Quod in primis oportuit feciſſe.

# Problema 2.

DAto triangulo iſoſcele,cuius vterque angulorum qui ad baſin duplus ſit reliqui:cætera iſoſcelia triangula conſtituere,quorum vnuſquiſque eorum qui ad baſin ſunt angulorum eam rationem obſeruet ad reliquum,quā datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latus quæ per oblatum deſcribetur iſoſceles,ſimul reddere notum.

*Hypotheſis, totius artis fundamentum.*

¶Sit datum iſoſceles triangulum a b c,cuius vnuſquiſque eorum 1
qui ad baſin b c ſunt angulorum,duplus ſit reliqui anguli qui ad a,per decimam quarti geometricorum elementorum: cuius inſuper trianguli a b c, eadem baſis b c ſit latus pentagoni, in circulo qui eidem circūſcribitur triangulo deſcripti,per vndecimam eiuſdem quarti elementorum. Ex hoc itaq; triangulo iſoſcele a b c, veluti radicali & primario,cætera deducemus & procreabimus iſoſcelia triangula : quorum vnuſquiſque eorum qui ad baſin erunt angulorū,cęteras rationes multiplices,vtpote triplá,quadruplam,

quintuplam, sextuplam (& sic consequenter) ad reliquum obseruabit angulum: quorum præterea bases, cæterarum multangularum & regularium figurarum latera, in eis descriptarum circulis, qui eisdẽ circunscribentur triangulis, suo præfinient ordine. Quod neminẽ hactenus vel fecisse, vel excogitasse: quamplurimos autem & proposuisse, & sæpius desiderasse compertum habemus.

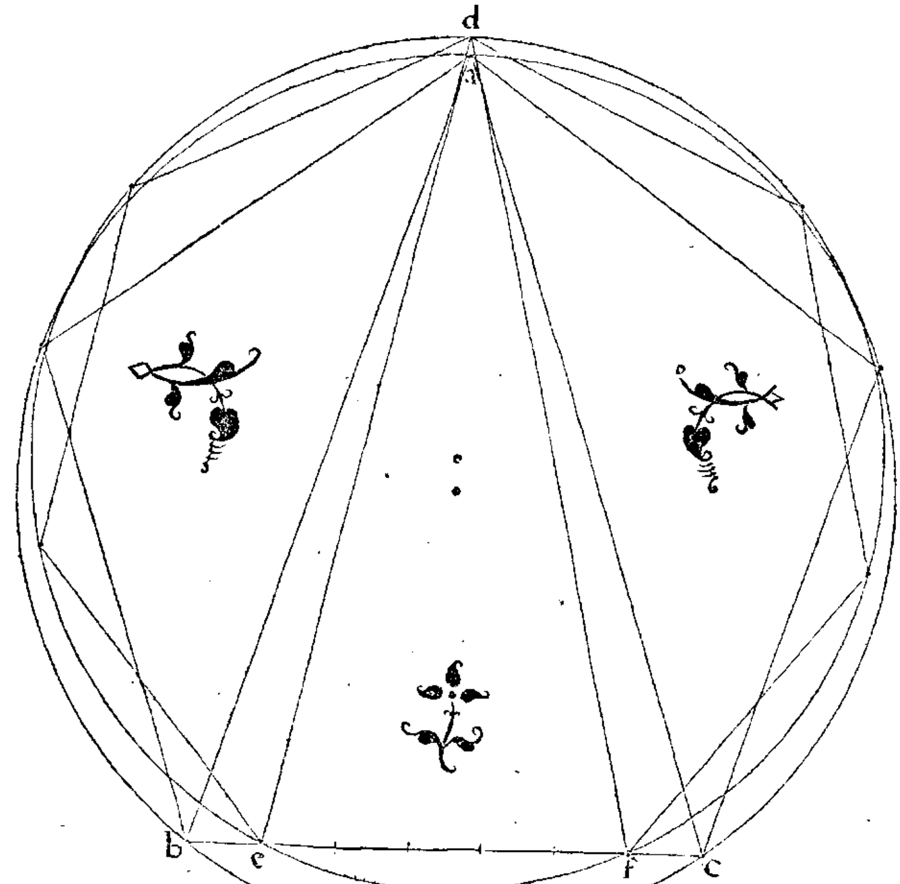
2 ¶ In primis itaque (vt ad rem ipsam deueniamus) diuidatur basis b c, ipsius trianguli isoscelis a b c, in septem partes inuicem æquales, per antecedens problema primum: & relicta vna septima parte ad vtrosque limites ipsius b c, reliquæ quinque partes intermediæ in basin subrogentur alterius isoscelis trianguli, cuius bina latera ipsis a b/ & a c/ lateribus sint æqualia: sitque huiuscemodi triangulum d e f, cuius basis est ipsa e f/ prædictarum 5 partium. Aio itaque primùm, angulum e d f, qui sub æquis lateribus ipsius trianguli d e f/ comprehenditur, subtendere latus heptagoni æquilateri & æquianguli, descripti intra circulum eidẽ triangulo d e f/ circunscriptum: vtrunque præterea angulum qui ad basin consistit e f, triplum fore reliqui anguli, qui sub eisdem lateribus inuicem æqualibus continetur. Cùm enim duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales: basin quoque basi habent æqualem, per quartam primi elementorum. Bina rursum triangula, habentia duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & basin basi æqualem: habent versa vice contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales, per octauam ipsius primi elemẽtorum. Quoties insuper duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, angulum verò angulo sub æquis lateribus contento maiorem: basis vnius basi alterius respondenter est maior, per vigesimamquartam eiusdem primi elementorum. Item si eadem bina triangula, habuerint duo latera duobus lateribus alternatim æqualia, basin autem basi maiorem: è conuerso angulum sub æquis lateribus contentum angulo maiorem habebunt, per ipsius primi elementorum vigesimamquintam. Ex quibus haud difficile colligere est, in quibuslibet duobus triangulis, habentibus duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: ex data basium magnitudine, proportionatam subsequi eorundem angulorum qui sub æquis continentur lateribus quantitatem, hoc est, angulos ipsos

*Cõstructio isosceles, cũ quo heptagonũ regulare in circulo describit.*

*Quatuor insigniores primi elementorum propositiones, à quibus vniuersum pẽdet artificium.*

*Qz in triãgulis æqualiũ laterũ, bases sub sequuntur ratione angulorũ, sub æquis lateribus contentorum, & è conuerso.*

basium imitari proportionem , & è diuerso . Cũm igitur præfata isosceliа triangula a b c/& d e f, habeant duo latera duobus lateribus omnibus modis ęqualia,& bases b c/& e f/sint adinuicem inæquales:si vnius trianguli angulus qui sub æquis lateribus contineatur;ab alterius trianguli basi denominetur, necessum est & reliquum angulum à reliqua basi respondenter denominari. Tantum enim altera prædictarum inæqualium basium subtensum auget angulum, quantum minuit & reliqua:ob seruatam laterum inuicem æqualium hypothesin . Angulus porrò b a c,subtendit basin b c/partium 7:quæ est latus pentagoni æquilateri & æquianguli,à quinario numero partiũ basis e f/denominati, & in eo circulo descripti,qui ipsi a b c/triangulo circunscribitur,per vndecimam quarti ipsorum elemẽtorum. Angulus igitur e d f,subtendit versa vice latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quòd à septenario numero partium basis e f/ denominatur, & in circunscripto eidem



triangulo d e f/deſcribitur circulo: vtpote baſin e f/partiũ 5,qualium ipſa b c / eſt 7. Nam qualium partium circunferentia circuli eſt 35:talium latus inſcripti pentagoni regularis ſubtendit 7,heptagoni verò latus 5.quinquies enim 7,aut ſepties 5:conficiunt 35.Baſis igitur e f/ipſius trianguli iſoſcelis d e f,eſt latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunſcripto eidem triangulo d e f/ deſcribitur circulo.

*Quòd uterq; angulus qui ad baſin eiuſdem iſoſcelis eſt triplus reliqui.*

Quòd autem vterque angulorum,qui ad baſin conſiſtunt e f, ipſius iſoſcelis trianguli d e f, triplus ſit reliqui anguli qui ſub e d f/continetur:fit per ſeſe manifeſtum.Cùm enim angulus e d f/ſubtendat baſin e f, quæ eſt latus heptagoni æquilateri & æquianguli,in circulo qui ipſi d e f/triangulo circũſcribitur deſcripti:ſubtendit ergo ſeptimam circunferentiæ partem eiuſdem circunſcripti circuli. Reliqui itaque duo anguli d e f/& d f e, qui ſunt ad baſin e f,reliquas ſex partes ſeptimas ſibi vendicabunt:qui cùm ſint æquales adinuicem, per quintam primi elementorum, vterque eorundem æqualiũm angulorum,tres ſubtendet eiuſdem cirunferentiæ ſeptimas.Et proinde vterque triplus erit reliqui anguli,qui ſub æqualibus lateribus continetur. Quemadmodùm ex ipſa præcedenti licet intueri figura.

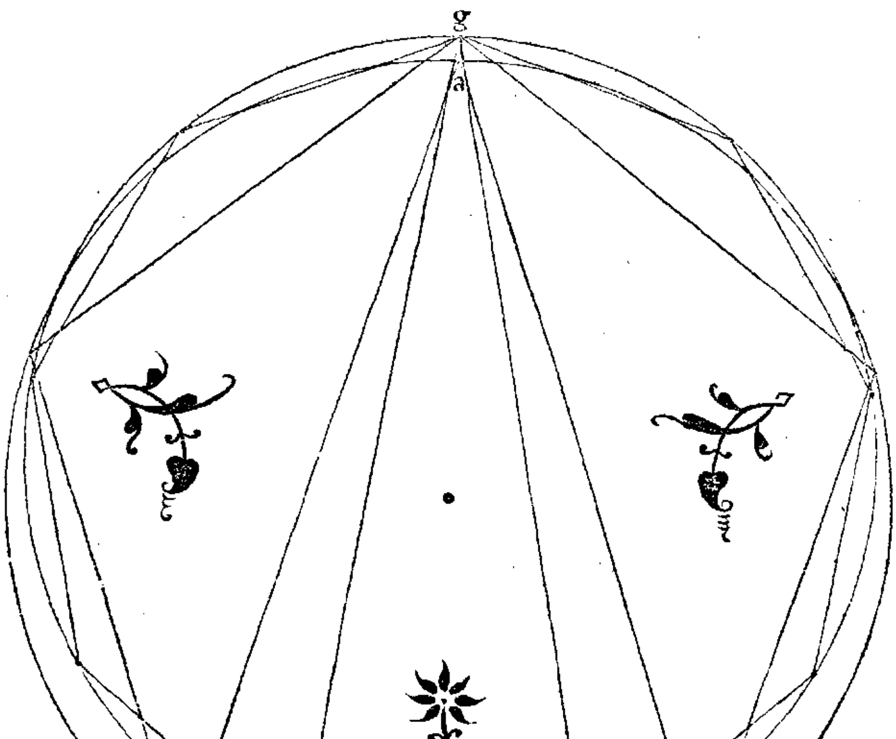
*Cõſtructio iſoſcelis, cũ quo nonagonũ regulare in circulo deſcribitur.*

3 ¶Item ſi præfata baſis b c/ eiuſdem iſoſcelis trianguli a b c, in nouem partes inuicem æquales per antecedens problema diuidatur: & relictis vtrinq; binis partibus ad limites ipſius b c,quinq; rurſum intermediç partes in baſin noui coaptẽtur iſoſcelis,cuius duo latera ipſis a b/& a c/lateribus ſint rurſum çqualia,cuiuſmodi videtur eſſe triangulum g h l,cuius baſis eſt ipſa h l/partium 5,qualium tota b c/eſt 9. Erit eadem baſis h l/latus nonagoni æquilateri & æquianguli,quod in circunſcripto ipſi triangulo g h l / deſcribitur circulo: Et vterquæ eorum qui ad ipſam baſin h l/ſunt angulorum, quadruplus erit reliqui, qui ſub h g l/ continetur anguli.

*Qz baſis ipſius iſoſcelis eſt latus eiuſdem nonagoni,&c*

Per ea enim quæ de reciproca baſium & ſubtẽſorum angulorum talium iſoſceliũ proportione,proxima parte ſunt demõſtrata:neceſſum eſt baſin h l/partium 5, quã ſubtendit angulus h g l/ſub æquis lateribus comprehenſus, fore latus nonagoni æquilateri & æquianguli, à numero partium ipſius baſis b c/denominati,& in eo circulo deſcripti,qui eidem g h l/circunſcribitur triangulo,Quemadmodùm baſis b c/partium 9 ſimilium, quam ſubtendit angulus b a c/ſub æquis itidem lateribus contentus, eſt latus pentagoni regularis quod à partium ipſius baſis h l/denominatur numero,& in circulo deſcribitur ipſi triangulo g h l/circunſcripto. Qualium enim partium circunferentia circuli eſt 45: talium latus inſcripti pentagoni regularis ſubtendit 9,& ipſius nonagoni latus 5. nam quinquies 9, vel nonies 5:efficiunt 45.Baſis igitur h l,iſoſcelis trianguli g h l:eſt latus nonagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunſcripto deſcribitur circulo. Quòd autem vterque angulorum qui ad baſin h l,quadruplus ſit reliqui anguli qui ſub h g l: fit manifeſtum. Cùm enim angulus ipſe h g l, ſubtendat baſin h l/latus nonagoni æquilateri & æquianguli, & in eo circulo deſcripti qui ipſi g h l/ triangulo circunſcribitur: ſubtendit igitur nonam circunferentiæ eiuſdem circuli partem.Reliqui ergo duo anguli,qui ad baſin conſiſtunt h l:reliquas octo nonas eiuſdem circunferentię partes occupabunt.qui quidem anguli,cùm per quintam primi elementorum æquales ſint adinuicem, vterque eorum quatuor nonas præciſè

*Quòd uterq; angulus qui ad baſin ipſius iſoſcelis, quadruplus eſt reliqui.*

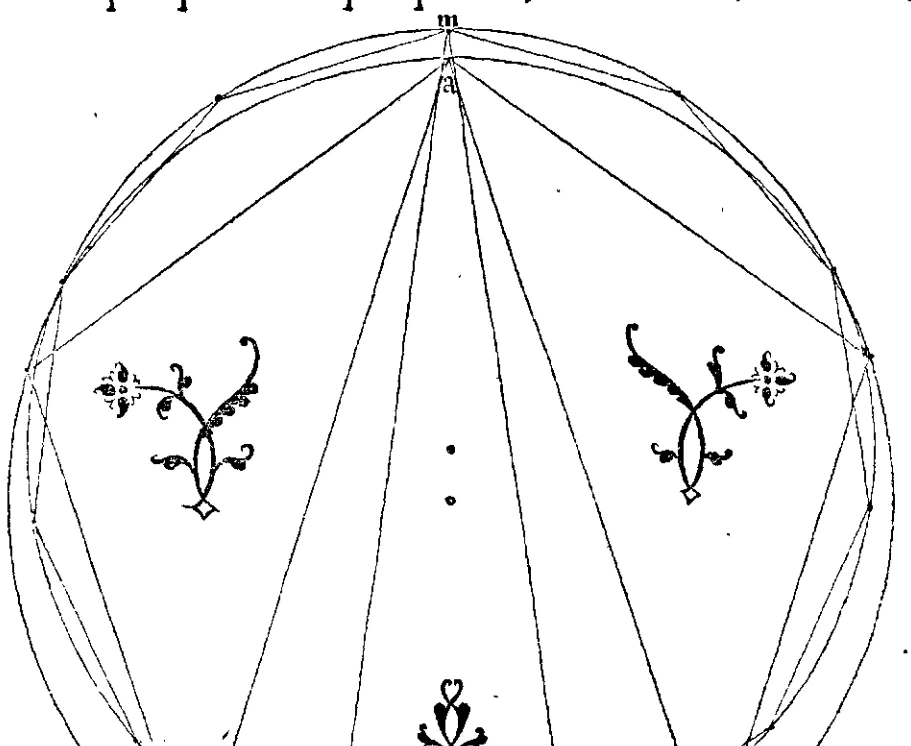


ſubtendet:& proinde quadruplus erit reliqui, qui ſub h g l/continetur anguli. Vt ex ipſa quæ præcedit, potes elicere figura.

4 ¶Conſequenter ſi eadem baſis b c, præfati iſoſcelis trianguli a b c, in vndecim partes inuicem æquales diuidatur: & relictis ad vtroſque limites ipſius b c/tribus partibus, reliquæ quinque partes intermediæ, fiant baſis iſoſcelis trianguli m n o, cuius latera m n/& m o/ipſis lateribus a b/& a c/ſint rurſum æqualia. Erit propter ſupradictam laterum hypotheſin, baſis ipſa n o, latus vndecagoni regularis, ab vndecim partibus ipſius b c/denominati, & in eo deſcripti circulo, qui eidem triangulo m n o/circunſcribitur: Quemadmodùm baſis b c/trianguli a b c, eſt latus pentagoni itidem regularis, quod in circunſcripto circulo deſcribitur, & à quinque partibus ipſius baſis n o/ verſa vice denominatur. Qualium enim partium circunferentia ipſius circuli eſt 55: talium latus inſcripti pentagoni regularis ſubtendit vndecim, ipſius verò vndecagoni latus quinque. nam quinquies 11, vel vndecies 5: efficiunt 55.

*cõſtructio iſoſcelis, cũ quo undecagonum regulare ĩ circulo deſcribit.*

*Q; baſis ipſius iſocelis, eſt latus eiuſdem undecagoni.*



*Quòd vterq; angulus qui ad basin eiusdem isoscelis, quintuplus est reliqui.*

Vterq; pręterea angulorum qui ad basin n o, quintuplus erit reliqui anguli, qui sub n m o/æqualibus ipsius trianguli lateribus continetur. Nam idem angulus n m o, subtendit latus ipsius vndecagoni regularis, hoc est, æquilateri & æquianguli, in circulo eidem triangulo m n o/circunscripto descripti: Subtendit igitur vndecimam circunferentiæ partem, eiusdem circunscripti circuli. Et proinde reliqui duo anguli, qui ad basin consistunt n o: reliquas decem vndecimas sibi vendicabunt. Qui anguli cùm æquales sint adinuicem, per quintã primi elemẽtorũ, vterq; 5 subtendet vndecimas: & ideo quintuplus erit reliqui anguli, sub ęquis lateribus cõprehensi. Quemadmodũ ex præcedenti figura colligere haud difficile est.

*De cõstructione cæterorum isoscelium, cũ quibus cætera poligona à primis numeris denominata in circulo describuntur.*

¶ Haud aliter diuisa basi b c, supradicti trianguli isoscelis a b c, in 13 partes inuicem æquales, postea in 15, deinde in 17, & sic cõsequenter, iuxta numeros impares binario continuè se se inuicem excedentes: & subrogatis semper quinque medijs partibus ipsius b c, inter limites b/ & c/ comprehensis, in bases triangulorum isoscelium, quorum latera eisdem lateribus a b/ & a c/ coæquentur: atque circunscriptis eisdem triangulis suo ordine circulis. Erunt ipsorum isoscelium triangulorum bases, præfatas quinque partes intermedias continentes, latera poligonarum & regularium figurarum, à numero partium in quas diuidetur eadem b c/ basis denominatarum. Vterque præterea angulorum qui ad basin consistent eorundem isoscelium, totuplex erit reliqui anguli sub æquis lateribus contenti: quotuplex fuerit dimidius numerus partium ipsius b c/ vnitate dẽpta, ad ipsam vnitatẽ relatus. Vtpote, cùm b c/ diuidetur in 13 partes, vterq; prædictorum angulorũ sextuplus erit reliqui: si in quindecim, septuplus: si in 17, octuplus: & sic consequenter. Nam dimidius numerus ipsorũ 13, vnitate dempta, est senarius: & ipsorũ 15, septenarius: ipsorum verò 17, octonarius. Haud alienum habeto iudicium de cæteris imparibus, & in infinitũ crescentibus numeris. 5

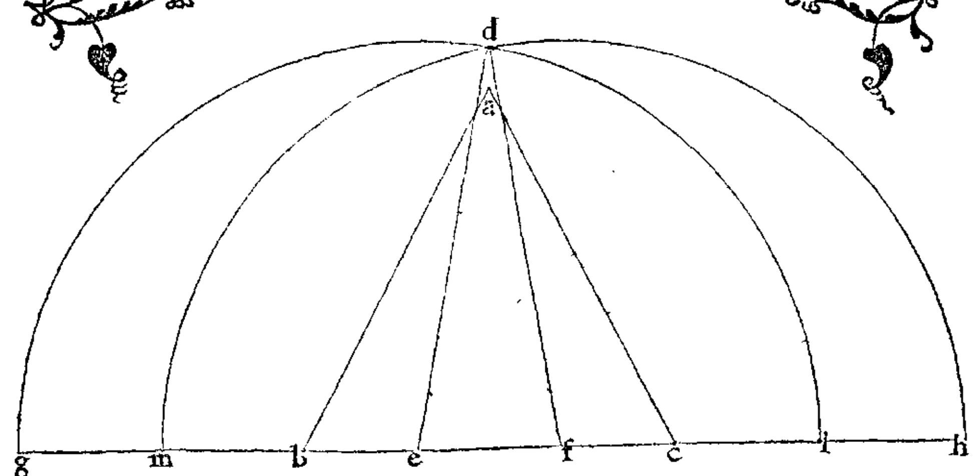
*Recollectio generalis supradictorum.*

¶ Habes igitur viam perfacilem & certam, construendi isoscelia triangula: quorum vterque eorum qui ad bases consistunt angulorum, totuplus sit reliqui anguli sub æquis lateribus comprehensi, quotuplex fuerit oblatus numerus ipsius vnitatis. Et simul ipsarum regularium & multangularum figurarum, à dato quouis numero denominatarum, latera nota: earum potissimum, quæ in circulis eisdẽ isoscelibus circunscriptis describuntur. Et proinde bonã ipſius geometriæ partem, hactenus deſideratam.

# Notandum.

6 QVòd ſi forſitan ignoraueris, qua ratione eadẽ iſoſcelia triangula, ipſis a b/ & a c/ lateribus dati trianguli a b c/ æqualia ſemper habentia latera; ſuper datis baſibus deſcribantur: id paucis aperire (vt in vniuerſum negocium hoc abſoluamus) non duximus importunum. Eſto igitur datũ iſoſceles triangulum a b c, cuius baſis a c, & in medio ipſius baſis b c/ ſumpta e f: ſuper quam oporteat deſcribere triangulũ itidẽ iſoſceles, cuius duo latera, ipſis a b/ & a c/ ſint æqualia. Producatur ergo b c/ baſis in directũ & cõtinuum ad vtraſque partes, verſus g/ & h, per ſecundũ poſtulatum. Et data recta linea a b/ vel a c, æquales ſecentur e g/ & f h, per tertiam primi elementorum. Centro deinde e, interuallo autem e g, ſemicirculus deſcribatur g d l: centro rurſum f, interuallo autẽ f h, alius deſcribatur ſemicirculus h d m, per tertium poſtulatum. Hi autem ſemicirculi, ſeſe inuicem neceſſariò interſecabunt: cùm ſint in eodem plano, & habeant partes ſemidiametri vtrique ſemicirculo communes. Sit ergo ſectionis punctum d: & connectantur d e/ & d f/ lineę rectæ, per primum poſtulatum. Iſoſceles erit itaq; d e f/ triangulum: & illius latera d e/ & e f, ipſis a b/ & a c/ lateribus omnibus modis æqualia. Nam d e/ ipſi e g, & d f/ ipſi f h, per circuli diffinitionem eſt æqualis. At e g/ & f h, æquales ſunt adinuicem: nempe eidem a b/ vel a c/ æquales, per conſtructionem. Quæ autem eidem, vel æqualibus ſunt æqualia: ea ſunt æqualia adinuicem, per

*Qualiter ſuper data linea recta, iſoſcelia datorum laterum triangula deſcribantur.*



primam communem sententiam. Latera igitur d e/& d f, tum inuicem, tum ipsis a b/& a c/sunt æqualia. Quod facere oportebat.

# Problema 3.

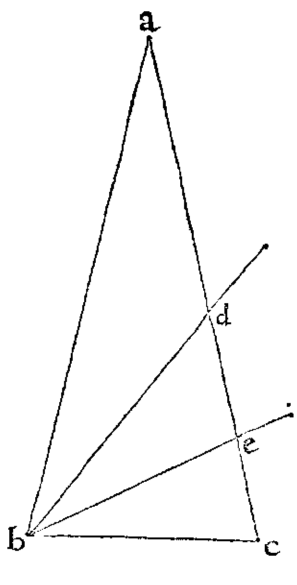
ANgulo rectilineo dato, alterius anguli rectilinei multiplici: ipsum angulũ datum in tot æquales angulos discindere, quotuplex is fuerit reliqui.

*Cùm angulus in partes à numero pariter pari denominatas partiendus est.*

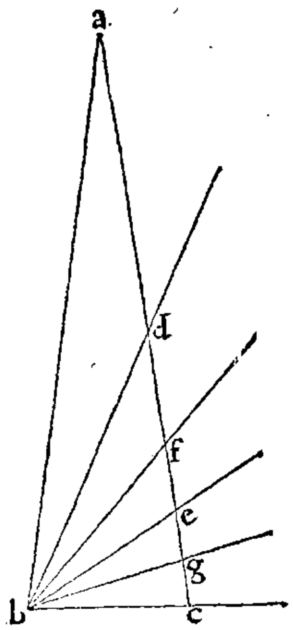
¶ Si datus in primis angulus rectilineus totuplex fuerit reliqui, 1
quotuplex est aliquis pariter parium numerorũ ipsius vnitatis, vtpote duplus, quadruplus, octuplus, sedecuplus, &c: diuides ipsum angulum bifariam, & rursum quamlibet eius partem bifariam, per nonam primi elementorum: ídque toties obseruabis, quatenus datus ipse multiplex angulorum absoluatur numerus. Cuius rei exẽplum dare, inutile prorsus iudicamus.

*Vbi angulus in partes à numero primo, uel impariter pari denominatas, diuidendus offertur.*

¶ At si datus angulus rectilineus tam multiplex fuerit reliqui, 2
quàm multiplex est aliquis primorum, vel impariter parium numerorum ipsius vnitatis, vtpote triplus, quintuplus, sextuplus, septuplus, nocuplus, &c: sic facito. Esto verbi gratia in a b c/triangulo isosceele, datus angulus a b c/qui ad basin b c, triplus ipsius anguli qui ad a: quem oporteat in tres angulos inuicem æquales diuidere. Ad datum itaque latus a b, atque ad illius pũctum b, dato angulo rectilineo qui ad a: æqualis angulus rectilineus constituatur a b d, per vigesimãtertiam primi elemẽtorum. Et rursum per eandẽ vigesimamtertiam primi elementorum, ad datam rectam lineam d b, atque ad eius punctum b: eidem angulo qui ad a, æqualis angulus rectilineus constituatur d b e. Cùm igitur totus angulus qui sub a b/& b c/continetur, ter per hypothesin comprehendat angulum qui ad a, & a b e/angulus bis per constructionẽ eundem angulum qui ad a/comprehendat: reliquus igitur angulus e b c, eidem angulo qui



ad a/ reſpondenter æquabitur. Tres igitur anguli qui ſub a b d/ d b e/& e b c/cõtinentur,æquales ſunt adinuicem,per primã communem ſententiam.Poterit & angulus d b c(conſtituto in primis a b d/angulo) bifariam diuidi, per nonam ipſius primi elementorum:quæ vnà cum ipſa vigeſimatertia, nonnunquam erit ſubroganda. Angulus igitur a b c,in tres angulos tum inuicem, tum ei qui ad a/continetur æquales,diuiſus eſt.




3 ¶ Quòd ſi idem angulus a b c,fuerit quintuplus eiuſdem anguli qui ad a:conſtituendus erit in primis ad latus a b,atque ad eius punctum b,angulus a b d,ei qui ad a/æqualis,per ipſam vigeſimamtertiam primi elementorum:dein reliquus angulus d b c/bifariam,ac rurſum quilibet reliquorum angulorum bifariam diuidendus, per nonam ipſius primi elementorum.Vt ex ipſa potes elicere figura. Haud aliter datos quoſcunque rectilineos angulos,alterius cuiuſcunque anguli multiplices,nunc per ſolam vigeſimamtertiam,aut vnà cum nona eiuſdem primi elementorum, diuidere poteris. Quod facere oportebat.

*Aliud exemplum,ubi datus angulus in quinq; angulos inuicem æquales diuidi iubetur.*

# Pròblema 4.

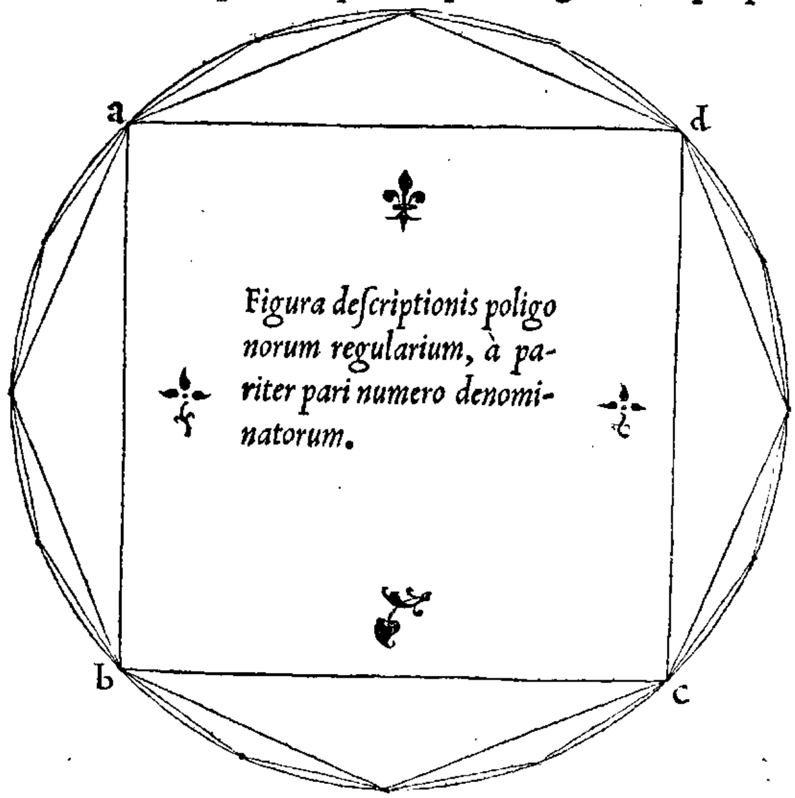
IN dato circulo,poligonum æquilaterum & æquiangulum,à dato quouis numero denominatum, conſequenter deſcribere.

1 ¶ Conſiderandum in primis, an numerus laterum oblati poligoni fuerit pariter par:cuiuſmodi eſt numerus laterum octogoni, & ſedecagoni. Tunc enim in dato circulo deſcribendum eſt quadratum, per ſextam quarti elementorum. Quælibet inde quarta circunferentiæ pars bifariam diuidenda eſt, & rurſum pars quælibet bifariam,per trigeſimam tertij ipſorum elementorum:ídque deinceps quãtumlibet obſeruãdum,donec propoſitus æqualiũ arcuum

*Cùm datũ poligonum à numero pariter pari fuerit denominatum.*

eiuſdem circunferentiæ pariter par inſurgat numerus,ipſi numero laterum vel angulorũ oblati poligoni æqualis.Connectendæ tandem ſunt ſingulæ lineæ rectæ,inter quælibet duo proxima diuiſionum puncta ſubtenſæ,per primũ poſtulatũ: quæ per ſecundã tertij eorundem elementorum cadent intra circulum,erúntque inuicem æquales per vigeſimamnonam ipſius tertij,vtpote quę ſub ęqualibus eiuſdẽ circũferentię ſubtendentur arcubus. Et proinde æquilaterum erit ipſum poligonum,& in dato circulo,per tertiam diffinitionem quarti prædictorum elemẽtorum deſcriptum. Aequiangulũ erit inſuper idem poligonũ,in dato circulo hoc modo deſcriptum.nam ipſius poligoni quilibet anguli ſub æqualibus eiuſdem circunferentiæ itidem ſubtendentur arcubus, & omnes propterea eiuſdem poligoni anguli ęquales erũt ad inuicem, per vigeſimamſeptimã eiuſdẽ tertij elementorũ. ❡Quemadmodũm ex ſequenti, & in exemplũ adiuncta,potes elicere figura.In primis enim in dato circulo a b c d/deſcribitur quadratum:& huius quadrati adminiculo,figuratur octogonum. poſtmodũm eodem octogono mediãte, conſurgit tandem ſedecagonum æquilaterum & æquiangulum,in dato circulo a b c d, per eas quas nuper allegauimus propoſitiones

*Exemplum.*



descriptum. Nec alienum velim habeas iudicium, de similibus quibuscunq; oblatis poligonis, à quouis pariter pari numero denominatis, & in dato circulo respondenter delineandis.

2 ¶ At si datum poligonum, à primo quopiam denominetur numero, qui nullam scilicet quotam habet partem, præter vnitatem: figurandum est in primis triangulum isosceles, cuius vnusquisque angulus qui ad basin totuplex sit reliqui, quotuplex est dimidius numerus laterum ipsius oblati poligoni (vnitate dempta) ad ipsam relatus vnitatem, per antecedentis secundi problematis traditionem. Huic postmodùm triangulo, æquiangulum triangulum in dato describendum est circulo, per secundam quarti elementorum. Diuidendus est consequenter vterque angulus qui ad basin eiusdem inscripti trianguli, in tot angulos inuicem æquales, quotuplex is fuerit reliqui, per antecedens problema tertium: productis vsque ad circunferentiam, ipsius circuli lineis rectis angulos ipsos subdiuidẽtibus. Tandẽ cõnectenda sunt ipsius poligoni latera, singulos angulos & arcus inuicẽ æquales subtendentia, per primũ postulatum. Hoc enim artificio, descriptum erit in dato circulo oblatum poligonum æquilaterum & æquiangulum. Nam singuli arcus, singulos æquales angulos qui ad circunferentiam subtendentes, erunt inuicem æquales, per vigesimam sextam tertij elementorum: & proinde singula latera eosdem æquales angulos subtendentia inuicem respondenter æqualia, per vigesimamnonam ipsius tertij. Singuli rursum eiusdem poligoni anguli, sub æqualibus demum subtendentur arcubus: quapropter illi inuicem erunt æquales, per vigesimamseptimam eiusdem tertij elementorum. Quemadmodũ vndecima quarti eorundẽ elementorũ, de pẽtagono præostendimus. ¶ In exemplum eorum quæ diximus, geminas subiecimus figuras. In quarum prima, heptagonũ æquilaterum & æquiangulũ in dato circulo describitur: mediante videlicet isoscele triangulo e f g, cuius vnusquisq; eorũ qui ad basin f g/ sunt angulorum, triplus est reliqui, qui sub f e g/ cõtinetur anguli. In secunda porrò figura vndecagonum æquilaterũ pariter & æquiangulum, in oblato describitur circulo: adminiculo scilicet isoscelis trianguli h l m, cuius vterq; angulus qui ad basin l m, quintuplus est reliqui, qui sub l h m/ continetur anguli. Idẽ respondenter facito de cæteris quibuscunq; poligonis, à quouis alio primo numero denominatis.

*Vbi datum poligonum, à numero primo denominatur.*

*Exemplum.*

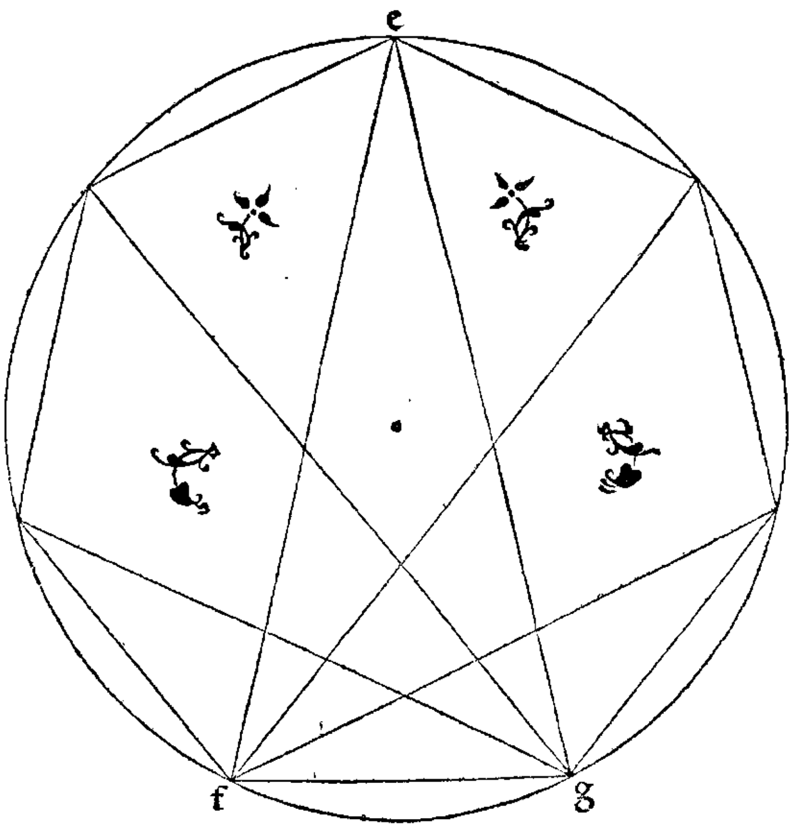



*Figura descriptionis heptagoni regularis in dato circulo.*

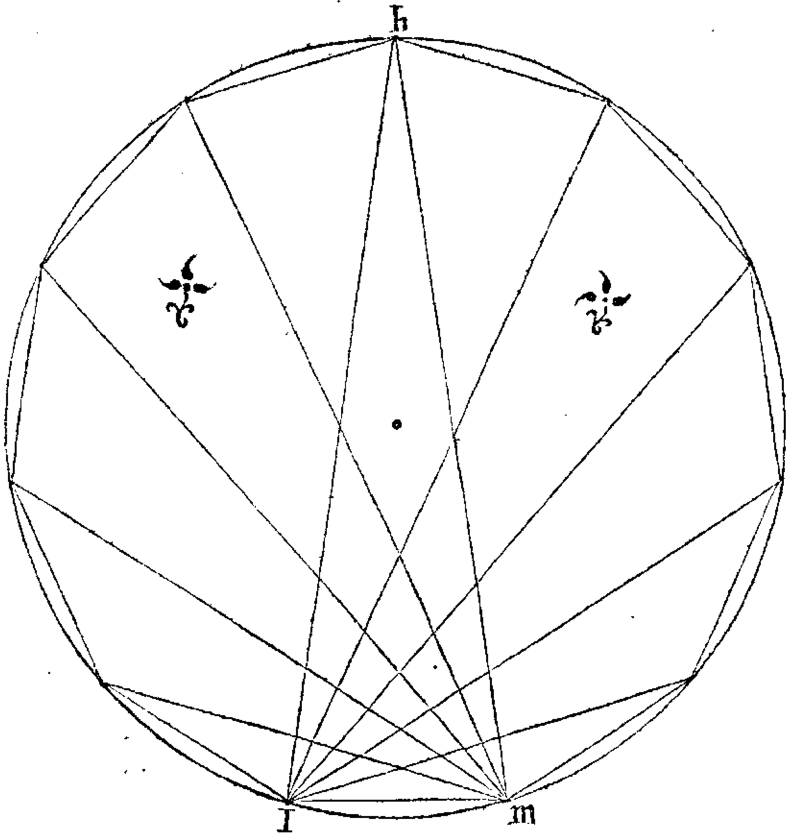



*Figura descriptionis undecagoni regularis, in dato circulo.*

3 ¶ Quòd si datum poligonum, ab impariter pari numero fuerit denominatum: poterit eius inscriptio, in hunc, qui sequitur modum vtcunq; facilitari. Describatur in primis in oblato circulo, poligonum æquilaterum & æquiangulum, à dimidio & impari numero laterum ipsius poligoni denominatum: per secundam huiusce problematis partem. Quælibet deinde subtensa à lateribus huius poligoni circunferentiæ pars, bifariam diuidatur, per trigesimam tertij elementorum. Nam connexis tandem per singulas proximas diuisiones lineis rectis, propositum in dato circulo descriptum erit poligonũ: quod per eas, quas nunc citauimus, tertij elementorum propositiones, æquilaterum erit & æquiangulum. ¶ Quemadmodùm ex succedentibus, & in exemplũ adiunctis, licet deprehendere figuris. In quarum prima, decagonum æquilaterum & æquiangulum, in dato describitur circulo: adminiculo scilicet prius descripti pentagoni a b c d e. In secunda verò figura, dodecagonum æquilaterum similiter & æquiangulum, in oblato describitur circulo: mediante videlicet prius descripto f g h l m n/hexagono.

*Inscriptio poligoni, à numero pariter pari denomĩati.*

*Exemplum.*

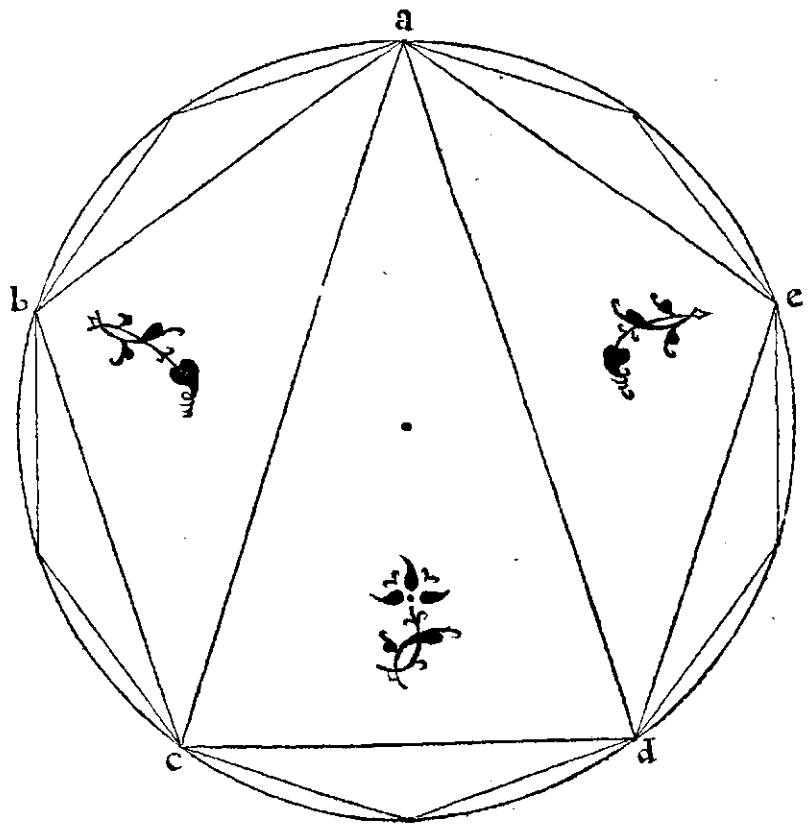
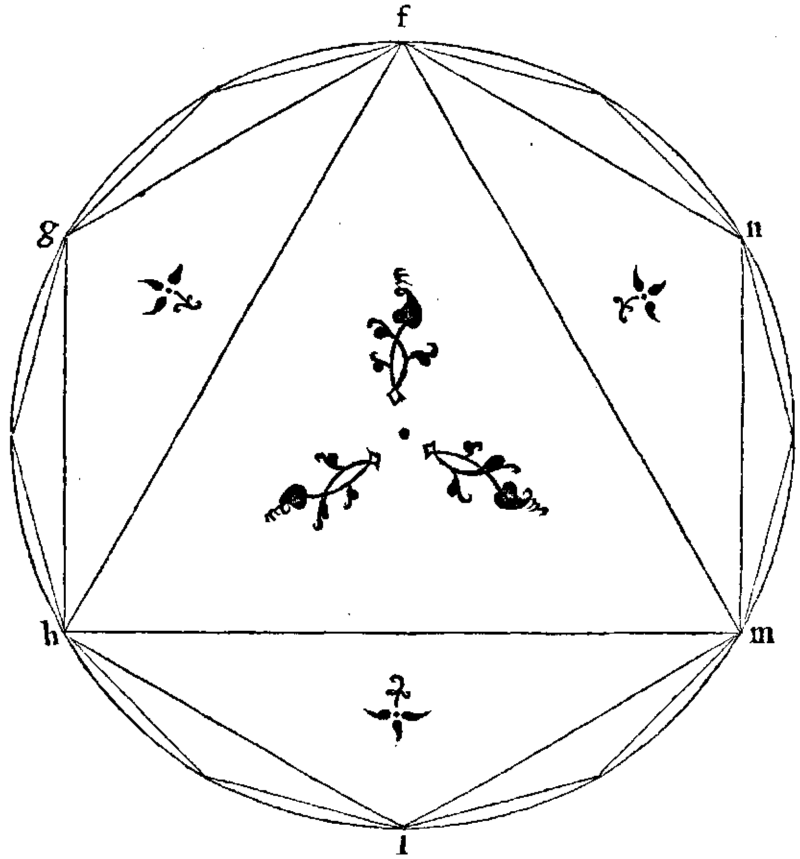



*Figura descriptionis decagoni æquilateri & æquianguli in dato circulo.*




*secunda figura de decagoni regularis in circulo descriptione.*

*Alia hexagoni intra circulũ descriptio.*

¶Quanquã porrò ipsum hexagonũ æquilaterũ & æquiangulum, decimaquinta quarti elemẽtorũ alia ratione describatur: potest nihilominus idem hexagonum f g h l m n, descripto prius æquilatero & æquiangulo triangulo f h m, per secundã quarti eorundẽ elementorum, in oblato describi circulo. Sed ex ipsius descriptionis, quæ eadẽ decimaquinta quarti traditur, demonstratione: hoc vtile admodũ elicitur corollarium. Quòd scilicet hexagoni latus, ei quę ex centro circuli (in quo ipsum describitur hexagonũ) est æquale.

# Corollarium I.

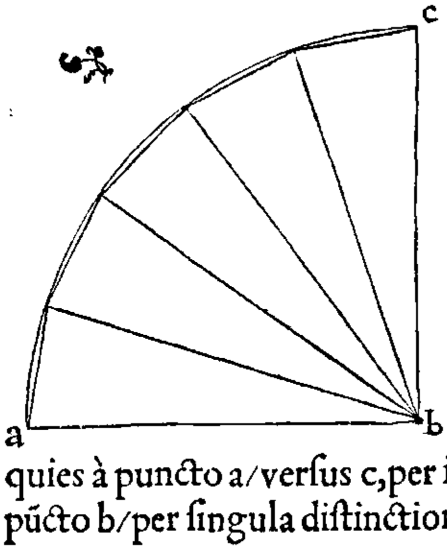
CIrcunferentia itaq; dati cuiuscunq; circuli, in quotcunq; partes inuicem æquales vel facilè diuidetur: quod hactenus fuerat desideratum.

¶Cùm enim poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum, hoc est, à libero quouis laterũ vel angulorũ numero denominatũ, in dato circulo per antecedẽtia ꝓblemata describatur: & cuiuslibet poligoni latera inuicem æqualia, æquales circunferentiæ eius circuli in quo describitur subtendant arcus, per vigesimamoctauam tertij elemẽtorum. Corollarium ipsum, vtile admodùm, hactenúsque desyderatum, fit in promptu manifestum: quòd videlicet circunferentia dati cuiuslibet circuli, in quotcunque partes inuicem æquales diuidi vel facilè possit.

## Corollarium 2.

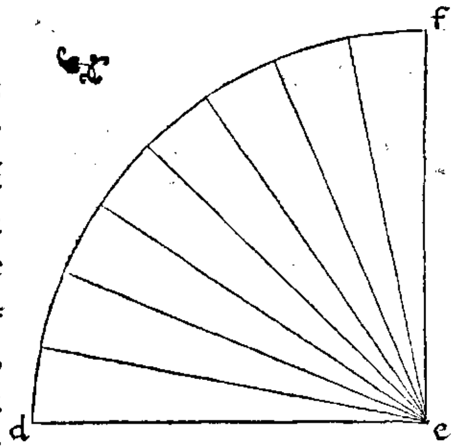
ANgulus præterea rectus, in quotlibet partes inuicem pariter æquales, consequenter diuisibilis erit.

1 ¶ Cùm enim circuli quadrãs, rectũ cõtineat & metiatur angulum, & quatuor sint in circulo quadrantes: si propositus igitur partium numerus, in quot ipse rectus angulus proponetur diuidendus, per quatuor multiplicetur, & à producto numero denominati poligoni æquilateri & æquiãguli, & in eo circulo descripti, cuius quadrãs rectum ipsum capit angulũ, per antecedentia problemata latus inueniatur: & toties eidem quadranti per primã quarti elementorum coaptetur, quotus est subquadruplus laterũ vel angulorũ eiusdem poligoni numerus, & à centro quadrantis siue anguli recti vertice, per singulas ipsius quadrãtis siue laterum distinctiones, rectæ educãtur lineæ: Idẽ angulus rectus, iuxta datũ partium inuicem æqualium numerum tandem diuidetur. ¶ Vtpote, si datum angulum rectum a b c, in quinque partes inuicem æquales diuidi iubeatur: quadruplabis quinque, fient 20. Dico quòd latus poligoni æquilateri & æquianguli, 20 latera & angulos habẽtis, & in eo circulo descripti, cuius quadrans fuerit arcus a c: quinquies subtendetur in ipso quadrante a c. Coaptetur igitur latus ipsum, per antecedentia problemata repertũ, quinquies à puncto a/versus c, per ipsam primã quarti elementorũ: & à pũcto b/per singula distinctionũ puncta, rectæ producantur lineæ. *Exemplum secundi corollarij.*



Hoc enim modo,datus angulus rectus a b c,in quinq; angulos acu-
tos inuicē æquales,per vigeſimamſeptimā tertij eorundē elemēto-
rũ,diuidetur. ¶Verùm ſi datus angulus rectus,in partes quotlibet 2
à numero pariter pari denominatas diuidi iubeatur:id multò leuius
abſolui poterit.Deſcripto enim circa ipſius anguli verticē,ad alter-
utrius linearũ rectarum ipſum angulũ rectum cõtinentium inter-
uallum , quadrante circuli: ſi quadrans ipſe bifariam diuidatur, ac
rurſum quælibet eius pars bifariã,
per trigeſimam tertij elementorũ,
ídque toties cõtinuetur,quatenus
datus partiũ pariter par abſoluatur
numerus, & ex cẽtro demũ quadrã
tis per ſingulas ipſius diuiſiones ſin
gulæ producãtur lineæ rectæ: Ipſe
angulus rectus,in tot acutos & in-
uicem æquales angulos diuidetur,
quotus fuerit ipſe pariter par obla
tarũ partiũ numerus . Quẽadmo-
dũ ex obiecto angulo recto d e f, in octo acutos & inuicẽ æquales
angulos, ſupraſcripto modo diſtributo: colligere vel facilè potes.

*De angulo recto, in partes à pariter pari numero denominatas diuidendo.*




# Corollarium 3.

RAtio inſuper anguli cuiuſlibet poligoni æqui
lateri & æquianguli , ad ipſum angulum re-
ctum,fit pendenter manifeſta.

*Qualiter angulus dati poligoni,& angulus rectus, ſub certam redigantur menſuram.*

¶Angulus enim dati cuiuſlibet poligoni æquilateri & æquiangu- 1
li,tot complectitur angulos rectilineos, ei qui ſub vno laterum ad
circunferentiam ſubtenditur ęquales:quotus eſt laterum ipſius po-
ligoni numerus,duobus tantùm exceptis,nempe ijs lateribus,quæ
datũ ipſum poligoni continent angulum.Rectus porrò angulus,ad
circunferentiã itidem relatus: dimidiã circũferentiam eius circuli,
in quo deſcribitur,ſubtendit.Sicut autem ſubtenſa circunferentiæ
pars,ad ſubtenſam partem:ſic & angulus,ad angulum.Partes itaq;
à cuiuſlibet poligoni angulo ſubtenſæ,ad partes anguli recti ſimi-
les, ſub certam numerorum rationem reducere non eſt difficile.

2 ¶ Nam si datum poligonum ab impari denominetur numero, is numerus duplādus erit: dein cōsiderandum, quot partes à duplato numero denominatas capiat eiusdē poligoni angulus. quam enim rationē habebūt illæ partes, ad dimidiū similium partiū totius ambitus numerum (qui recto debetur angulo) talem rationē habebit angulus ipsius poligoni, ad angulū rectum. Proponatur in exemplum pentagonū, à quinario numero denominatum. Dupla igitur quinq;, fient 10. Qualiū igitur partiū tota circūferētia est 10, talium angulus pētagoni subtendit 6, & angulus rectus 5. Angulus igitur pentagoni, ad angulum rectum eam habet rationem, quam 6 ad 5.

*De angulo poligoni, ab impari numero denominati.*

*Exemplum.*

3 ¶ At si poligonum ipsum, à pari denominetur numero: ipsę partes ab eodē poligoni angulo comprehensæ, dimidio similium partium totius circūferentiæ numero comparandæ sunt. Qualem enim rationem habebūt ipsæ partes, ad eundē dimidium numerum: talem habebit angulus poligoni, ad angulum rectum. Vt in hexagono à senario nnmero denominato, qualium partium tota circūferentia est 6, talium angulus ipsius hexagoni subtendit 4: angulus verò rectus ad circunferentiam relatus, 3. Habet igitur angulus hexagoni, ad angulum rectum eam rationem, quam 4 ad 3. De similibus idem respondenter habetur iudicium. Quemadmodùm subscripta, & in maiorem prædictorū elucidationem adiūcta, cōplectitur formula.

*De angulo poligoni à pari numero denominati.*

*Exemplum.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Pentagoni* | | $\frac{3}{5}$ | | 6, *ad* 5. |
| *Hexagoni* | | $\frac{4}{6}$, *vel* $\frac{2}{3}$. | | 8, *ad* 6: *vel* 4, *ad* 3. |
| *Heptagoni* | | $\frac{5}{7}$. | | 10, *ad* 7. |
| *Octogoni* | *angulus,* | $\frac{6}{8}$, *vel* $\frac{3}{4}$ | *Et se ha* | 6, *ad* 4: *vel* 3, *ad* 2. |
| *Nonagoni* | *subtēdit* | $\frac{7}{9}$. | *bet ad* | 14, *ad* 9. |
| *Decagoni* | *circunfe* | $\frac{8}{10}$, *vel* $\frac{4}{5}$. | *angulū* | 16, *ad* 10: *vel* 8, *ad* 5. |
| *Vndecagoni* | *rentiæ* | $\frac{9}{11}$. | *rectum,* | 18, *ad* 11. |
| *Dodecagoni* | *circuli.* | $\frac{10}{12}$, *vel* $\frac{5}{6}$. | *vt* | 10, *ad* 6: *vel* 5, *ad* 3. |
| *Tredecagoni* | | $\frac{11}{13}$. | | 22, *ad* 13. |
| *Quartidecagoni* | | $\frac{12}{14}$, *vel* $\frac{6}{7}$. | | 24, *ad* 14: *vel* 12, *ad* 7. |
| *Quintidecagoni* | | $\frac{13}{15}$. | | 26, *ad* 15. |
| *Sedecagoni* | | $\frac{14}{16}$, *vel* $\frac{7}{8}$. | | 28, *ad* 16: *vel* 14, *ad* 8. |

Et sic consequenter de cæteris poligonorum angulis, continuato numeratorum atque denominatorum earundem partium ordine: iuxta naturalem numerorum, & ab illis denominatorum poligonorum successionem, quæ nunquam finem consequi videtur.

# Corollarium 4.

ANguli ruſum cuiuſlibet æquilateri & æquiangulli poligoni, à primo, vel impariter pari numero denominati: ad illius iſoſcelis angulum, cum quo ipſum deſcribitur poligonum, ratio tandem dignoſcetur.

*De angulo poligoni à primo numero denominati.*

¶De angulo iſoſcelis velim intelligas, qui ad illius baſin conſiſtit. 1
In primis igitur, angulus oblati poligoni ab aliquo primorum numerorum denominati, bis capit angulum qui ad baſin proprij iſoſcelis cum quo ipſum deſcribitur poligonum, vno tantùm angulo minus, ei qui ſub æquis eiuſdem iſoſcelis continetur lateribus ęquali. Vt in heptagono fit manifeſtum. Clarum eſt enim ex ſupra dictis, angulum ipſius heptagoni ſubtendere partes quinq;, qualium tota circũferentia eſt ſeptẽ. Sed qualium tota circũferentia eſt 7, taliũ angulus qui ad baſin iſoſcelis, cũ quo ipſum deſcribitur heptagonum, eſt trium, cùm ſit triplus ad reliquũ, qui ſub ęquis eiuſdem iſoſcelis lateribus cõtinetur. Angulus igitur heptagoni, ad angulũ qui ad baſin ſui iſoſcelis, ſe habet vt 5 ad 3. Idem reſpondẽter intelligito, de cæteris poligonis à primo quouis numero denominatis.

*Exemplum.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Cùm igitur vterque angulus qui ad baſin iſoſcelis, reliqui anguli fuerit* | *duplus,* | *Angulus poligoni capiet ſemel eum qui ad baſin, atque eiuſdem anguli* | *dimidium.* |
| | *triplus,* | | *duo tertia.* |
| | *quadruplus,* | | *tria quarta.* |
| | *quintuplus,* | | *quatuor quinta.* |
| | *ſextuplus,* | | *quinque ſexta.* |
| | *ſeptuplus,* | | *ſex ſeptima.* |
| | *octuplus,* | | *ſeptem octaua.* |
| | *nocuplus,* | | *octo nona.* |
| | *decuplus,* | | *nouem decima.* |
| | *vndecuplus,* | | *decem vndecima.* |
| | *dodecuplus,* | | *vndecim duodecima.* |
| | *tredecuplus,* | | *duodecim decimatertia.* |
| | *quartidecuplus,* | | *tredecim decimaquarta.* |
| | *quintidecuplus,* | | *quatuordecim quindecima.* |
| | *ſedecuplus,* | | *quindecim, ſedecima.* |

Et deinceps ita quantumlibet,ipſorũ iſoſcelium triangulorũ,atq; circunſcriptorũ poligonorũ ordinẽ continuando, pro creſcente in infinitum numerorũ multitudine.Nam quemadmodũ in numeris nunquã peruenitur ad numerũ maximũ,vtpote, qui per cõtinuam vnitatis additionẽ in infinitũ augmentantur:ſic nunquam dabitur regulare aut irregulare poligonum, à maxima laterum multitudine denominatum. Et proinde antecedens formula,quantumuis pro numerorum ordine continuata,nunquam finem adipiſcetur.

2 ¶ Angulus autem poligoni æquilateri & æquianguli,ab impariter pari numero denominati (qui ſcilicet in duos impares,& inuicem æquales numeros immediatè diuiditur) continet ſemel angulum poligoni,quod à dimidio & impari denominatur numero: & totam inſuper eiuſdem anguli partem, quotus eſt ipſe dimidius numerus binario dempto.Poligoni verò angulus,quod ab ipſo dimidio numero denominatur, continet bis angulum qui ad baſin ſui iſoſcelis, cum quo idem poligonum deſcribitur, vno tantum angulo minus,ei qui ſub æquis eiuſdẽ iſoſcelis lateribus cõtinetur angulo æquali:vti nuper declarauimus.Hinc fit,vt angulus ipſius poligoni ab impariter pari numero denominati,ad angulũ qui ad baſin eiuſdem iſoſcelis, cum quo deſcribitur ipſum poligonum à dimidio numero denominatum, duplam rationem ſemper obſeruet (quod ſcitu dignum eſt) ex præfatis rationibus indifferenter reſultantem. *De angulo poligoni, ab impariter pari numero denominati.*

Exempli gratia, angulus decagoni æquilateri & æquianguli,continet angulum pentagoni (quod à dimidio ipſius denarij numero denominatur) cum quo iuxta tertiæ partis antecedẽtis problematis traditionẽ in eodem circulo deſcribitur:& tertiam inſuper eiuſdem anguli partem. Angulus porrò ipſius pentagoni, capit ſemel eum angulũ qui ad baſin ſui iſoſcelis:& dimidiã inſuper eiuſdem anguli partẽ,hoc eſt,bis eum qui ad baſin,dempto reliquo qui ſub æquis lateribus cõtinetur, angulo. Qualiũ igitur partium tota circũferentia circuli eſt 10: taliũ angulus decagoni eſt 8,ipſius verò pentagoni 6,& is qui ad baſin iſoſcelis 4.Atqui 8 ad 6/habẽt rationẽ ſeſquitertiam, & 6 ad 4 ſeſqualterã: ex quibus dupla ratio componitur.Habet igitur angulus decagoni,ad angulũ ſui pentagoni rationem ſeſquitertiam:ad angulũ verò qui ad baſin iſoſcelis pẽtagoni duplam.Idem reſpondẽter in cæteris poligonis,à quouis impariter pari numero denominatis,deducere haud difficile eſt. *Exemplum.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 10, | | *pentagoni,* | | *tertiam.* | |
| | 14, | | *heptagoni,* | | *quintam.* | |
| | 18, | | *nonagoni,* | | *septimam.* | |
| *Angulus* | 22, | *semel* | *vndecagoni,* | Et | *nonam.* | *Bis au-* |
| *itaq; po* | 26, | *con-* | *tredecagoni,* | *par-* | *vndecimam.* | *tem an-* |
| *ligoni ha* | 30, | *tinet* | *quintidecagoni,* | *tem* | *tredecimam.* | *gulum* |
| *bentis la* | 34, | *angu* | *septemdecagoni,* | *eius* | *quindecimam.* | *proprij* |
| *tera* | 38, | *lum* | *nouemdecagoni,* | | *decimāseptimā.* | *isoscelis.* |
| | 42, | | *vndeuigecagoni,* | | *decimamnonam.* | |
| | 46, | | *tredeuigecagoni,* | | *vndeuigesimam.* | |
| | 50, | | *quintiuigecagoni,* | | *tredeuigesimā.* | |

Et consequenter ita de cæteris, ab impariter paribus numeris denominatis, & in infinitum progredientibus poligonis.

# Problema 5.

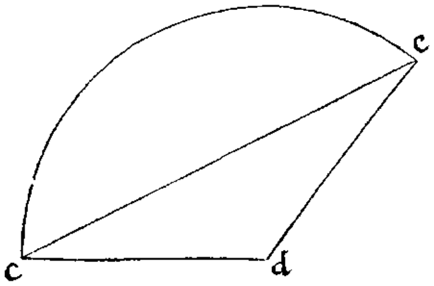
SVper data linea recta terminata, poligonum quoduis æquilaterū & æquiangulum describere.

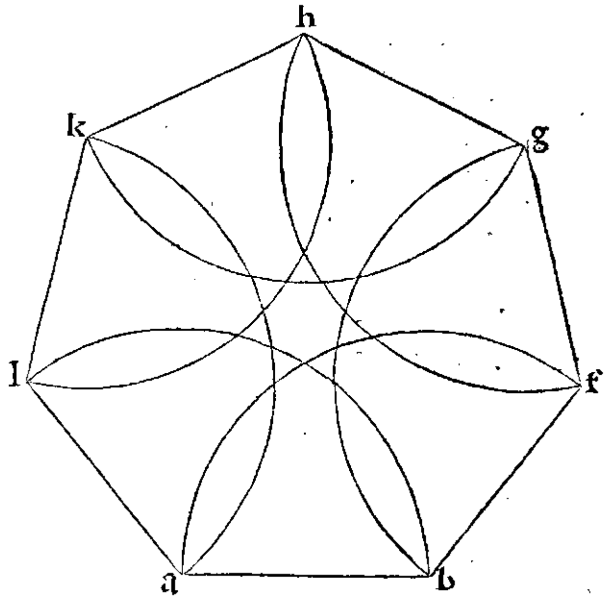
*Angulus describendi poligoni, præparandus.*

¶ Sit data linea recta terminata a b, super quam oporteat poligonum aliquod, vtpote, heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere: hoc est, ipsam lineam rectam a b/ in latus eiusdē coassumere siue coaptare poligoni. Suscipiatur igitur ex altero duorum antecedētium corollariorum, ipsius heptagoni angulus: sitque c d e, sub duabus lineis rectis c d/ & d e, inuicem atque ipsi a b/ ęqualibus comprehensus. Et centro d, interuallo autem d c/ vel d e, circuli describatur arcus c e, per tertium postulatum: cui subtendatur chorda, siue recta c e. Dato postmodùm angulo rectilineo c d e, ad datam rectam lineam a b, atque ad eius punctum b, æqualis angulus rectilineus constituatur a b f, per vigesimamtertiam primi elementorum: sub a b/ quidem & b f/ lineis rectis, tum inuicem, tum ipsis c d/ & d e/ æqualibus comprehensus. Describetur autem a b f/ angulus, ipsi c d e/ angulo æqualis: vbi circa b/ cētrum, ad interuallum autē ipsius a b/ aut b f, arcum a f/ ipsi c e/ æqualem, per subtēsam rectam a f/ ipsi c e/ rectæ itidē æqualem delineaueris. Aequales enim rectæ in circulis æqualibus, æquales

*Qualiter eodē angulo mediante, ipsum describatur poligonum.*

auferunt arcus, per vigesimamoctauam tertij elementorum: & æquales arcus in circulis æqualibus, æquales subtendunt angulos, per vigesimamseptimam eiusdem tertij. Ad datam consequenter lineam rectam b f, atq; ad eius punctum f, dato rursum angulo rectilineo c d e: æqualis angulꝰ rectilineus




constituatur b f g, per eandem vigesimamtertiam primi elementorum, qui sub b f/& f g/ lineis rectis, tum inuicem, tum eisdem a b/c d/& d e/ æqualibus contineatur. Idque circumeundo toties obseruetur: donec ipsum a b f g h k l/compleatur heptagonum, & vltimus eiusdem poligoni angulus sub l a/& a b/lateribus tandem comprehendatur. Aequilaterum erit itaque, descriptum in hunc modum heptagonum. singula enim ipsius heptagoni latera, tum ipsi a b, tum eisdem c d/& d e/sunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per primam communem sententiam. Aio demum, quòd & æquiangulum est idem heptagonum: nam singuli eius anguli, eidem angulo c d e/sunt per constructionem æquales, & æquales propterea adinuicem, per eandem primam communem sentẽtiam. Super data igitur linea recta terminata a b, heptagonum æquilaterum & æquiangulum descripsimus: Quod faciendũ susceperamus.

*Quòd descriptum poligonum sit æquilaterũ, & æquiangulum.*

Haud aliter cætera quæuis data poligona, super quacunq; linea recta itidem terminata, per proprios eorundẽ angulos describẽtur.

## Problema 6.

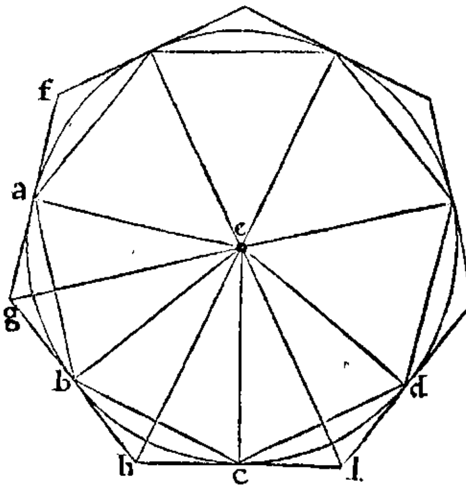
CIrca datum circulum, poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum describere.

¶Quanquam ex ijs,quæ duodecima,decimatertia,& decimaquarta propositione libri quarti elementorum, de pentagono tradidimus,coadiuuante hac vniuersali & per nos inuenta poligonorum omnium in circulo descriptione: cæterorum poligonorũ circa datum circulum, atq; circuli tam intra,quàm circa datũ poligonum descriptiones,colligi vel facilè possint.Vt tamen hoc negotium in vniuersum absoluamus:nouas,ac longè clariores (quas recens excogitauimus) inscribendi ac circunscribendi placuit annectere demonstrationes. ¶Esto igitur in exemplũ vniuersale propositum, describere heptagonũ æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulum a b c d, cuius centrum sit e. Describatur itaque primùm in ipso a b c d/circulo,heptagonum æquilaterum & ęquiangulum a b c d,per antecedens problema quartum. Connectantur deinde e a,e b,e c,e d,& reliqui eiusdem circuli semidiametri, per primum postulatum. A punctis consequenter a,b,c,d, atque reliquis semidiametrorum limitibus, rectæ quædam lineæ ad rectos vtrinque excitẽtur angulos,per vndecimam primi elemẽtorum:cuiusmodi sunt a f/& a g,b g/& b h,c h/& c l. In directum itaq; constituentur singulæ binæ lineæ rectæ,ab vnoquoque semidiametrorum limite prodeuntes, per decimamquartam ipsius primi elementorum, veluti sunt f g,g h,& h l:tangéntque in eisdem punctis,hoc est,semidiametrorum limitibus, eundem circulum datũ, per corollarium decimæsextæ tertij eorundem elemẽtorum.Conuenient præterea lineæ ipsæ ad vtrasque partes in directum productæ, per quintum postulatum:vtpote,f g/& g h/in punctum g,g h/& h l/in pũctum h,& reliquæ deinceps suo ordine. Nam singula inscripti poligoni latera, singulos diuidunt angulos rectos: efficiúntque extra idem poligonum, binos interiores & ad easdem partes omnifariam occurrentes angulos,duobus rectis minores.Heptagonum est igitur ipsum f g h l/poligonũ:& circa datum a b c d/ circulum,per quartam diffinitionem quarti eorundem elementorum descriptum.

*Heptagoni in exemplũ descriptio, circa datum circulum.*

¶Reliquum est,demonstrare quòd idem heptagonum sit æquilaterum & æquiangulum.Connectantur igitur,e g,e h, & e l:& reliquæ similes lineæ rectæ,per primũ postulatum.Cùm igitur e a,ipsi e b,per circuli diffinitionem sit æqualis,isosceles est a e b/triangulum:& angulus propterea e a b,angulo e b a, per quintã primi elementorum æqualis. Atqui rectus e a g, recto e b g, per quartum

*Quòd huiusce modi heptagonũ,sit æquilaterum.*




æquatur poſtulatum.Reliquus igitur angulus g a b,reliquo g b a,per tertiam communem ſentẽtiam eſt æqualis.Et latus propterea a g,lateri g b,per ſextam ipſius primi elementorum coæquatur. Similiter oſtẽdetur,quòd b h/ipſi h c,& c l/ ipſi l d:& reliquę deinceps,reliquis ſunt æquales. Item quoniam a e/ ipſi e b/eſt æqualis, & e g/vtrique communis, baſis quoque a g/ baſi g b/æqualis:angulus igitur a e g, angulo g e b, per octauam eiuſdem primi elementorum eſt æqualis. Vterque propterea dimidius eſt ipſius anguli a e b.Haud aliter oſtendetur,vterq; angulus b e h/ & h e c,dimidius anguli b e c:& conſequenter in hunc modum de cæteris. Anguli porrò a e b/& b e c, æquales ſunt adinuicem, per vigeſimamſeptimam tertij eorundem elementorum : ſub æqualibus enim deducũtur arcubus.Quæ autem eiuſdem,vel æqualium ſunt dimidium,ea ſunt æqualia adinuicem,per ſeptimam communem ſententiam:æqualis eſt igitur angulus b e g,angulo b e h. Rectus præterea e b g/recto e b h,per quartum æquatur poſtulatum. Bina ergo triangula b e g/ & b e h, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri, & latus e b/ vtrique commune, quod æquis adiacet angulis:reliqua igitur latera,reliquis lateribus habebũt æqualia alterum alteri,per vigeſimamſextã primi elementorum. Aequalis eſt igitur b g, ipſi b h: & tota proinde g h,ipſius b h/dupla eſt. Similiter demonſtrabitur h l,ipſius c h/dupla.Quæ autẽ eiuſdem vel ęqualium duplicia ſunt,adinuicem ſunt æqualia, per ſextam communem ſententiam:æqualis eſt igitur g h,ipſi h l. Eodẽ prorſus modo cõuincentur reliqua ipſius heptagoni latera, diuidi bifariam: & tum inuicem, tum vtrique ipſarum g h/ & h l/ fore æqualia.Aequilaterum eſt itaque,ipſum f g h l/heptagonum.

¶ Aio demũ,quòd & æquiangulum. Oſtenſum eſt enim a g/ ipſi g b, & b h/ ipſi h c, necnon g b/ ipſi b h coæquari: quatuor igitur a g,g b,b h,& h c,æquales ſunt adinuicẽ.Bina ergo triangula a g b/ & b h c,habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, atque baſin a b/ baſi b c/ æqualem (ſunt enim latera inſcripti *Quòd idẽ heptagonum eſt æquiangulũ.*

heptagoni æquilateri & æquianguli) angulus igitur a g b, angulo b h c, per octauam ipsius primi est æqualis. Haud dissimiliter ostendentur reliqui eiusdem heptagoni anguli, tum inuicem, tum vtriq; ipsorũ a g b/ & b h c/ respondenter coæquari. Aequiangulum est igitur ipsum f g h l/ heptagonum. Patuit quòd æquilaterum, & circa datum a b c d/ circulum descriptum. Quod oportuit fecisse. Eodem modo cætera poligona, eidem circunscribentur circulo.

# Problema 7.

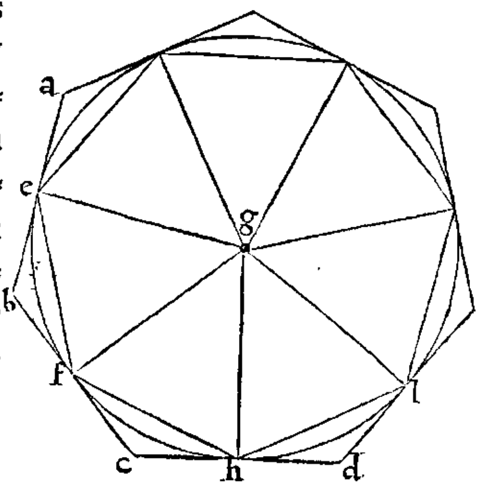
IN dato quouis poligono æquilatero & æquiangulo, circulum versa vice describere.

*Quæ requirantur ad circuli descriptionem in dato poligono.*

¶ Cùm datus circulus, in oblato quouis poligono æquilatero & æquiangulo proponitur describendus: operæpretium est inuenire tot lineas rectas inuicem æquales, & ab vno puncto medio simul procedentes, atque in singula poligoni latera ad rectos incidentes angulos, quot fuerint ipsius dati poligoni latera.

*Circuli in heptagono, in aliorum exemplum descriptio.*

Sit igitur verbi gratia datum heptagonũ æquilaterũ & æquiangulum a b c d, in quo expediat circulum describere. Secetur in primis vtrunq; latus a b/ & b c/ bifariam, per decimam primi elementorum: in punctis quidẽ e/ & f. Et ab ipsis punctis e/ & f, ad angulos rectos suscitẽtur e g/ & f g, per vndecimã ipsius primi: & connectatur e f, per primum postulatum. Cùm igitur vterq; angulus b e g/ & g f b/ sit rectus, erunt interiores & ad easdem partes anguli e f g/ & g e f, binis rectis minores: conuenient igitur ipsæ e g/ & f g/ in directũ productæ, per quintũ postulatum. Cõueniant itaq; ad punctum g. Et diuidãtur reliqua eiusdẽ pentagoni latera bifariam, per eandẽ decimam primi elementorũ: vtpote c d/ in puncto h, & d l/ in puncto l, & sic de reliquis suo ordine. Connectãtur demum g h/



& g l,& reliquæ deinceps similes lineæ rectæ,per primũ postulatũ.

¶ His ita cõstructis,quoniam recta e b/rectæ b f/est æqualis (sunt enim æqualium,hoc est,ipsarum a b/& b c/dimidium) æqualis est angulus b e f,angulo b f e,per quintã primi elementorũ.Et proinde angulus c f h, angulo c h f/itidem æqualis. Atqui rectus angulus b e g,recto g f b,per quartum æquatur postulatum:reliquus igitur e f g,reliquo g e f,per tertiam communem sententiam est æqualis. Et latus consequenter e g, lateri g f,per sextam eiusdem primi erit æquale.Insuper, quoniam bina latera e b/& b f/trianguli b e f,sunt æqualia duobus lateribus f c/& c h/trianguli c f h,alterum alteri, & angulus qui ad b/angulo qui ad c/per hypothesin æqualis:Basis igitur e f,basi f h/est æqualis,atque reliqui anguli reliquis angulis æquales,sub quibus æqualia subtẽduntur latera,per quartam eiusdem primi elementorum. Vterque igitur angulus b e f/ & e f b, vtrique c f h/ & f h c/est æqualis. Et quoniam rectus b f g, recto g f c/est æqualis:subductis æqualibus angulis b f e/& c f h,reliquus e f g,reliquo g f h, per tertiam communem sententiam erit æqualis. Duo itaq; triangula e f g/& g f h, habent duo latera e f/& f g, duobus lateribus g f/& f h/æqualia alterum alteri:& contentos sub æqualibus lateribus angulos,inuicem æquales.Basis igitur e g,basi g h,per eandem quartam primi elementorum est æqualis: & reliquus angulus f e g, reliquo g h f/ æqualis. Quibus si æquales addantur anguli b e f/& f h c:consurget angulus b e g,angulo g h c, per secundam communem sententiam æqualis. Angulus porrò b e g,rectus est per constructionem:& g h c/igitur angulus itidem rectus erit.& proinde reliquus angulus g h d/rectus, per decimam tertiam eiusdem primi elementorum. Rursum, quoniam e g,ipsi g f/ostensa est æqualis:binæ igitur f g/& g h,eidem e g/sunt æquales,& propterea æquales adinuicem. Haud dissimiliter ostendetur, vnusquisque angulorum qui circa l, & reliqua similia puncta, rectus:atque g l/ipsi f g/æqualis, & reliquæ demum ex eodem puncto g/prodeuntes,tum inuicem,tum ipsis e g/g f/& g h/coęquari.

*Qz lineæ ex pũcto g,in media laterũ pũcta incidẽtes, sunt adinuicẽ æquales.*

¶ Centro itaq; g,interuallo autem g e, vel alterius cuiusuis æqualium,circulus describatur e f h l,per tertium postulatum. Trãsibit ergo ipsius circuli peripheria per singula puncta e,f,h,l,atque reliquorũ semidiametrorũ eiusdem circuli limites.Qui quidem semidiametri,cùm ad dati heptagoni latera ad rectos ( vt præostensum

*Finalis circuli descriptio, in dato heptagono.*

eſt) incidant angulos: tangit propterea ipſius deſcripti circuli cir-circunferentia ſingula eiuſdem heptagoni latera, per corollarium decimæſextæ tertij eorundem elementorum. Per quintam igitur ipſius quarti elementorum diffinitionem, in dato heptagono æquilatero & æquiangulo a b c d, deſcriptus eſt circulus e f h l. Quod expediebat facere. Haud diſſimiliter, in dato quouis alio poligono æquilatero & æquiangulo, circulus ipſe deſcribetur.

## Corollarium.

¶Circulus igitur, qui in dato quouis poligono æquilatero/& æquiangulo deſcribitur, tangit ipſius poligoni latera in medijs eorundem laterum punctis: atque verſa vice circunſcriptum poligonum, eundem circulum.

# Problema 8.

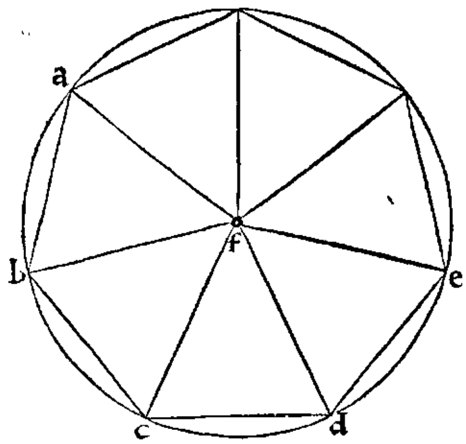
CIrca datum quoduis poligonum æqui laterum & æquiangulum, circulum tandem figurare.

*Quæ requirantur ad deſcribendũ circulũ, circa datũ poligonũ.*

¶Quoties circa datum aliquod poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulum ipſum deſcribere fuerit operæprecium: inueniendæ erunt tot lineæ rectæ inuicem æquales, & ab eodem puncto in medio poligoni ſumpto in ſingulos eiuſdem poligoni angulos incidentes, quot fuerint anguli ipſius dati poligoni. Reſumatur igitur in exemplũ, antecedẽs heptagonum æquilaterũ & æquiangulum, ſitq; a b c d e: circa quod, circulũ deſcribere oporteat. Diuidatur itaq; bifariam vterq; angulus qui ſub a b c/& b c d/cõtinetur, per nonã primi elementorum, productis b f/& f c/ lineis rectis: quę per quintum poſtulatum, conuenient tandem adinuicem intra datũ heptagonum. Vterq; enim angulorum qui ſub b c f/& f b c, recto minor eſt: nẽpe dimidius anguli eiuſdem heptagoni, qui binis rectis eſt minor. Cõueniant igitur ad ipſum pũctum f: & connectantur a f/& f d/ & reliquæ ſuccedẽtes lineæ rectæ, per primũ poſtulatum. ¶His ita conſtructis, quoniam angulus a b c, angulo b c d/per hypotheſin eſt æqualis: & quæ eiuſdem vel æqualium ſunt dimidium, æqualia ſunt adinuicẽ, per ſeptimã cõmunem

*Deſcriptio circuli, circa heptagonum in aliorum exemplum.*

*Qualiter oẽs lineæ ex puncto f/prodeuntes, oſtendantur æquales.*




ſententiam. Angulus igitur b c f, angulo f b c/ eſt æqualis: & latus propterea b f, lateri f c/reſponden ter æquale, per ſextam primi elementorum. Rurſum quoniam latus b c, lateri c d/eſt æquale, & c f/ vtrique commune: Bina ergo latera b c/& c f/trianguli b c f, binis lateribus f c/ & c d/ trianguli f c d, ſunt æqualia alterum alteri, & æquos inuicem continent angulos, per conſtructionem. Baſis igitur b f, baſi f d, per quartam ipſius primi elementorum eſt æqualis: atque reliquus angulus c b f, reliquo f d c/æqualis. Angulus porrò c b f, dimidiũ eſt anguli a b c: & f d c/ igitur angulus, dimidium eſt ipſius anguli c d e. quæ enim æqualia ſunt, eiuſdem vel æqualium ſunt dimidiũ, per ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem. Reliquus igitur angulus f d e, eiuſdem anguli c d e/eſt dimidium: & proinde ipſi angulo c d f/æqualis. Haud diſſimiliter e f, ipſi f c/ æqualis: & reliquæ demum lineæ rectæ, ex eodem puncto f/ in ſingulos heptagoni angulos incidentes, tum inuicẽ, tum ipſis b f/f c/& d f/coæquari demonſtrabuntur. ¶ Centro igitur f, ad interuallum autem f b, alteriúsve cuiuſuis æqualium linearum ex eodem puncto f/egredientium, circulus deſcribatur a b c d e, per tertium poſtulatum. Tranſibit ergo ipſius circuli circunferentia per ſingulos ipſius dati heptagoni angulos: tangetqúe propterea, vnunquenque eiuſdem heptagoni angulum. Circa datum igitur heptagonum æquilaterum & æquiangulum, circulus ipſe a b c d e/deſcriptus eſt, per quartam ipſius quarti elementorum diffinitionem. Quod tandem faciendum ſuſceperamus. *Circũſcriptio finalis ipſius circuli.*

¶ Non aliter circa datum aliud quoduis poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulus ipſe deſcribetur.

*Libri de abſoluta multangularum & regularium figurarum deſcriptione,*

FINIS.

*Vireſcit Vulnere Virtus.*

# Orontij Finęi Delphinatis, REGII MATHEMATICArum Lutetiæ professoris: De inuenienda longitudinis duorum quorumcunque locorum differentia, etiam dato quouis tempore, aliter quàm per Lunares eclipses, Liber singularis.

DVO SVNT À QVIBVS VNIuersa Geographicæ artis pendere videtur institutio:& quæ vnicuique Geographo non vtilissima tãtummodò,sed in primis sunt valde necessaria. Primum est,longitudinalis oblatorum quoruncunq; locorum differentia : quæ in ipso supputatur Aequatore, ac inter ipsorum locorum comprehenditur Meridianos. Alterum est differentia latitudinis, quæ sub eorundem locorum clauditur parallelis:& in ipso numeratur Meridiano. Harum nanq; differentiarum adminiculo,locorum positiones sitúsve deprehenduntur,& in rotunda vel plana superficie respondenter designantur: eorundémque locorum distantiæ,seu viatoriæ & directæ colliguntur elongationes. Ipsa porrò latitudinalis datorum quoruncunque locorum differentia,singulo die artificiali,Sole sub Meridiano lucẽte circulo,per illius declinationem, & contingentem hora meridiana sublimitatem:vel noctu per aliquam fixarum stellarum,quæ oriatur & occidat, aut quæ perpetuò super Horizontem exaltetur, indifferenter colligitur. Quẽadmodùm libro quinto nostrę Cosmographiæ seu Mundanæ Sphęrę tradidimus,& amplissimis declarauimus exemplis. Qualiter autem longitudinalis eorundem locorum differentia, fidissima deprehendi possit inspectione, vnicam viam prisci nobis reliquere Geographi,quã omnes hactenus sunt insequuti:per Lunarium scilicet defectionum obseruationes.Cum enim Luna eodẽ momento

*Quæ Geographo potissimũ uidentur esse necessaria.*

*Qualiter locorũ obseruetur latitudo.*

*Locorum differentia longitudinalis, per Lunares eclipses à priscis obseruata Geographis.*

temporis vniuerso deficiat Orbi: per diuersas ipsius temporis supputationes, pro Meridianorum varietate contingentes, ipsorum Meridianorum elicitur diuersitas, hoc est, longitudinalis vnius ab altero differentia. Veluti præfato libro quinto Sphæræ nostræ, clarissimè descripsimus: vbi per vulgarem aut solidam vel armillarem Sphæram, ipsam longitudinalem locorum differentiam (coadiuuante positionis angulo) simul colligere docuimus. Quanquam porrò eiuscemodi obseruandi ratio per Lunares eclipses, facillima sit atq; certa: rarò tamen & non liberè, aut statuto tempore, ea frui vel vti permittitur. vtpote, quoniam ipsa Luna rarò patitur eclipsim: & plærunq; dum eclipsatur sub Horizonte constituitur, aut nebuloso & talibus obseruationibus inepto obfuscatur aëre. Hinc factum est, vt plerique alium quempiam obseruandi modum excogitare conati sint: quo præfata longitudinalis differentia, dato quouis elici posset tempore. Inter quos neminem offendes, qui hoc negotium fæliciter tentarit: tantum abest ne absoluerit. Nec defuerunt qui per Lunares obseruationes, etiam alias quàm per eius eclipses, ididem obtineri posse subdubitarint. Sed qua ratione vel artificio id foret adgrediendum & absoluendum, ne verbum quidem fecerunt: & proinde id ignorasse visi sunt. Quod ei non videbitur mirum, qui considerauerit bonam eorum hominum partem, qui sese Geographos vel Hydrographos temerè profitentur, aut nullam rerum Mathematicarum habere cognitionem, & iudicio propterea carere, suspectisq; semper inniti coniecturis: aut si quid in Mathematicis acceperint, non tamen in illis tandiu ac fęliciter esse versatos, qui tales excogitare possint adinuētiones. Nam tam rari sunt hodie, ac semper fuerunt subtiliorum rerum (potissimum Mathematicarum) inuestigatores: quàm rari sunt, ac fuerunt hactenus illorum fautores, atq; Mecœnates. Imò (quod iniquius est, & abhominandum) sæpius videas audacissimum ac inutilem rabulam & merum impostorem, eas dignitates & munera reportare: quæ synceris ac studiosis debentur Philosophis, rempublicam literariam omnibus modis illustrantibus. ¶ Ego igitur (qualiscunque futura sit meorum laborum retributio) tum pro meo officio, tum vt cæteros geographicæ artis amatores ab hac in posterum liberem angustia: inter alia inuenta mea Mathematica, viam demum excogitaui, qua præfata lōgitudinalis oblatorū quoruncūque locorum

*obiectio contra prædictū obseruādi modum.*

*Cur differentia longitudinis, nondū planè fuerat adinuenta.*

*Cur rari subtiliorū rerū inuestigatores.*

differẽtia, aliter quàm per Lunares eclipſes, dato quouis deprehendi valeat tempore. Idque in primis, per corporis Lunaris applicationem ad ipſorum locorum Meridianos (quæ ſemel intra quemlibet diem naturalem, vbiq; terrarum accidit) ad fixum quempiam Meridianum, & veluti radicalem locum relatorum. Quam applicationem, tum ex ipſa prima & rapidiſſima vniuerſi Orbis latione, tum ex ipſius Lunæ motu, inter omnium errantium ſyderum velociſſimo, leui admodùm calculo, ac fidiſſima obſeruatione colligemus. Secundò, per inſtrumentum planum & huic negocio ſingulariter adcommodum, quod ex ipſa Planiſphærij ſiue Aſtrolabij contextura fabricaui, & Geographicum propterea libuit appellare Planiſphærium: mira & penè incredibili facilitate, idem conſequenter inuenietur. Ex quo præterea inſtrumento, viatoriam intercapedinem, ſeu directam eorundem locorum elongationem (modò cognitam habeant longitudinem, atque latitudinem) obtinere verſa vice poteris. Quas adinuentiones poſteris omnibus, potiſſimùm rerum Geographicarum ſtudioſis, grata ſimul & vtilia (etiam cum admiratione) futura non deſperamus. Quod is dignetur concedere, qui ſua clementi ac ineffabili prouidentia, bonis mentibus in dies occurrere non ceſſat.

*Inuentum Authoris, de obſeruanda locorum longitudine.*

*Planiſphæriũ geographicũ, ab ipſo authore excogitatũ.*

# Problema Primum.

DE longitudine atque latitudine locorum, & earum conparatione cum longitudine atque latitudine ſyderum, ac vtriuſque differentia, officio, & vtilitate: generalia quædã in primis elucidare præambula.

1 ¶ Quemadmodùm igitur adminiculo longitudinis atque latitudinis ſtellarum, quæ ab ipſis notatæ ſunt Aſtronomis: in earundem ſtellarum cognitionem vel facilè deuenimus, atque illarum elongationem ſiue diſtantiam, quam habent adinuicem, conſequenter numeramus. Haud diſſimiliter mediante longitudine atque latitudine datorum quoruncunque locorum, ſuper ipſa tellure deſignatorum: in eorundem locorum ſitum ac poſitionem peruenire ſolemus, illorúmque viatoriã diſtantiam, ſeu directam elongationem

*Collatio lõgitudinis atque latitudinis locorum, cũ longitudine atq; latitudine ſyderum.*

respondenter consequimur. In hunc enim finem, ipsæ longitudines atque latitudines, ab Astronomis & Geographis videntur excogitatæ ac definitæ.

*Qualiter & in quo circulo longitudo numeretur syderum.*

¶Præterea, vt omnium stellarum longitudo 2
(quæ verus illarum est motus) in longum Eclipticæ siue Zodiaci, à vernali eiusdem Eclipticæ cum Aequatore sectione, hoc est, ipsius Arietis capite, per æstiuale solstitium, & æquinoctium autumnale, iuxta signorum consequentiam, in contrariam primi & vniuersalis motus supputatur positionem: & in eo terminatur circulo magno, qui per polos eiusdem Eclipticæ siue Zodiaci, & ipsas stellas transire diffinitur.

*Vt locorum longitudo respondẽter designetur, & in quo circulo.*

Sic ipsa longitudo datorum quorumcunq; locorum in terra designatorum, in longum Aequatoris circuli, à communi eiusdem Aequatoris sectione cum eo circulo Meridiano, quem fixum appellant, & per ipsius Aequatoris siue Mundi polos, atque occiduum nostræ habitabilis terminum educitur, versus ortum, iuxta eorundem signorum successionẽ respondenter dinumeratur: & in ipsis finitur Meridianis, qui per data loca, aut illorum producuntur vertices.

*De latitudine stellarum, & earum supputatione.*

¶Quemadmodùm insuper arcus circuli 3
magni, per Zodiaci vel Eclipticę polos & datas stellas pertranseuntis, inter ipsum Zodiacum & easdem stellas comprehensus: earundem stellarum boream vel austrinam exprimit latitudinem, prout ipsæ stellæ versus boreum vel austrinum deuiant Eclipticæ polum.

*De latitudine locorũ, & eorum respondenti calculo.*

Pari modo arcus Meridiani circuli dati cuiuscunque loci, qui inter ipsum Aequatorem & verticem eiusdem loci continetur: ipsius dati loci latitudo vocitatur, borea quidem vel austrina, prout datus locus boream vel australem ab Aequatore positionem obtinuerit. Respondent itaq; locorum longitudines atq; latitudines, ipsis stellarum longitudinibus atq; latitudinibus.

*Commune longitudinũ atq; latitudinum officium.*

Et quemadmodùm vtriusque longitudinis officium est, à signato vel Zodiaci vel Aequatoris initio, numeratam in eius circunferentia præfinire distantiam: Sic vtraque latitudo, ab eodem Zodiaco vel Aequatore in alterutram Mundi partem, deuiationem videtur exprimere. Et proinde vt stellarum in Cælo, sic locorum in terra situm, atq; positionem obtinere solemus.

*Elongatio stellarum.*

¶Item, velut arcus magni circuli, per duas quasuis 4
stellas in cælo notatas educti, qui inter ipsas stellas comprehenditur: veram earundem stellarum metitur elongationem, siue distantiam. Similiter arcus circuli magni, per duo quæuis terrestria loca, aut ipsorum locorum vertices pertranseuntis, inter ipsa loca

comprehenſus:veram eorundem locorum diſtātiam,ſeu directam exprimit elongationē.Nam ſuper talium circulorum magnorum circunferentia,directæ profectiones fiunt itinerum, atque in ipſo mari nauigationes: nunquam autem ſuper circunferentia alicuius paralleli, alteriúsve minoris circuli. Hunc itaque circulum magnum, qui per duo quæuis notata loca tranſire diffinitur: viatorium eorundem locorum circulum meritò vocitamus. Quemadmodùm præallegato Libro quinto noſtræ Coſmographiæ ſiue Mundanæ ſphæræ,euidens fecimus.

*Vera locorum diſtātia.*

*Circulus uiatorius.*

5 ¶Arcus igitur Aequatoris (vt ad ſuſceptum negotium deueniamus) inter duorum quorunuis locorum Meridianos comprehenſus: longitudinalis eorundem locorum differentia nominatur. Oſtendit enim ipſius Aequatoris interuallum,quo vnus datorum locorū orientalior,aut occidentalior eſt altero: ſiue quo vnius loci longitudo differt,hoc eſt, maior aut minor eſt alterius longitudine. Arcus inſuper Meridiani circuli alterutrius duorū locorum in eadem Orbis parte notatorum,qui inter ipſorum locorum clauditur parallelos:latitudinalem eorundem locorum exprimit differentiam.hoc eſt,interuallū quo vnius loci latitudo maior,aut minor eſt alterius latitudine: ſiue diſtantiā,qua vnus prædictorum locorum borealior,vel auſtralior eſt altero,ſiue ipſa loca ſub eodem, aut ſub diuerſis conſtituta ſint Meridianis.

*Longitudinis Differētia,& eius officium.*

*Latitudinalis locorū differētia,& eius officium.*

6 ¶Omiſſa itaque latitudinali differentia, vtpote (quæ veluti præfati ſumus)inuentu ſit facillima, & ab omnibus paſſim inculcata: ipſam longitudinalem duorū quoruncunq; locorum differētiam, aliter q̄ per Lunares eclipſes,hoc eſt, per applicationē ipſius Lunæ ad datorum locorū Meridianos(vt in eadē teſtati ſumus pręfatione)modica obſeruatione,fidiſſimóque calculo docebimus elicere.

*ſola longitudinis differentia,hic obſeruari docetur.*

# Problema 2.

QVòd radicalis quiſpiam locus eligendus ſit, ad quem cæterorum locorum differentiæ longitudinales referātur: quæ inſuper ad ipſius lōgitudinalis differentiæ requirātur inuentionē,cōſequēter edocere.

*Prima huius operis hypoſteſis.*

¶ Ad inueniendam itaque longitudinalẽ oblatorum quoruncun- 1
que locorum differentiam, quam per Lunarem applicationem ad
prædictorum locorum Meridianos, me traditurũ ſum pollicitus:
operæpretium eſt in primis, inſignem aliquem aut liberum elige-
re locum, cuius lõgitudo atque latitudo nota ſit & ad vnguem ex-
plorata. Ad cuius loci Meridianum, velut ad fixam quandam & pri
mariam radicem, cæterorũ locorum ſiue Meridianorum longitu-
dines, tam verſus ortum, quàm verſus occaſum vniuerſaliter refe-
rantur. Elegi itaque famatiſſimam ac illuſtriſſimam Lutetiæ Pari-
ſiorum academiã, veluti cæteris omnibus hac in parte meritò præ-
ferendam, & dignam quæ hiſce noſtris celebretur adinuẽtionibus.

*Lõgitudo atque latitudo Meridiani Pariſienſis.*

Cuius longitudo ab occidente habitato, iuxta prudentiorum Geo
graphorum & meam ſimul obſeruationem, habet gradus 23, & 30
ferè minuta: Latitudo autem gradus 48, & minuta circiter 40.

*Quæ ſecundo loco paranda ſunt.*

¶ Secundò, neceſſum eſt quempiam vſitatum ac perfacilem habe- 2
re calculum: quo dignoſcatur in promptu, etiam in quacunque
ipſius habitabilis parte, quota diei cuiuſlibet naturalis hora, ac eiu-
ſdem horæ minuto, Luna ad primam & regulatam vniuerſi Orbis
circunductionem, in ipſius electi & radicalis loci deueniat Meridi-
anum: & ſub qua Zodiaci vel Eclipticæ parte, ipſa Luna tũc fuerit

*Tabulæ aſtronomicæ huic negotio inſeruientes.*

cõſtituta temporis. In cuius rei gratiam, ac facilem expeditionem:
ſubſcriptas conuenit habere tabulas, ad Meridianum ipſius radica-
lis loci ſupputatas ſiue reductas. Vtpote, tabulas ad verum motum
Solis & Lunę ſupputandum neceſſarias, vnà cum declinationis ip-
ſius Solis, & latitudinis Lunæ tabula: vt dato quouis tempore, ve-
rum Solis motum & eius declinationem, atque verum motum Lu-
næ & eius latitudinem, promptiſſimè dignoſcas. Item tabulam
aſcẽſionum rectarum, vnà cum Cęli mediationum tabula ad quin
que vel ſex gradus vtriuſque & borealis & auſtralis latitudinis ſup
putata: vt rectam veri loci Solis & Lunæ colligere valeas aſcenſio
nem, ad ipſum Meridianum (qui inſtar recti ſe habet Horizontis)
referendam circulum. Quarum tabularum, innumera tum à no-
bis, tum ab alijs, ſubminiſtrata eſt multitudo.

*Inſtrumenta ad idem negotiũ fabricãda.*

¶ Subſcriptis præterea, & facilè portatilibus opus eſt inſtrumen- 3
tis. Vtpote horologio quopiam, tali induſtria & mobilium rota-
rum artificio fabricato, vt per ipſum 24 diei naturalis horæ, & 60
cuiuſlibet horæ minuta iuſtiſſimè deſignẽtur. Item Sphæra vulgari

aut ſolida, vel Armillis tantummodò contexta, cuius diameter bipedalis, vel ad minus ſeſquipedalis exiſtat longitudinis, atque his potiſſimùm ſit ornata circulis, vtpote, Zodiaco, Aequatore, Meridiano, & Horizonte, vnà cum ſubtili admodùm ſemicirculo, inter ipſam Sphęrã & illius Meridianũ, circa Zodiaci polos facilè circũducibili: vnoquoq; circulo in 360 gradus inuicẽ æquales, præfato autẽ ſemicirculo in gradus 180, ſolito more diſtributo. Triangulare demũ requiritur inſtrumentũ, triquetrũ appellatũ, ſub tribus regulis inuicẽ connexis cõprehenſum. Quale Ptolemæus Alexandrinus duodecimo capite libri quinti ſuæ magnæ conſtructionis, & Geber acutiſſimus illius interpres circa principiũ reſpondentis libri quinti componere docet: & cuius figuram infra ſuo loco tibi depinximus. Hoc tamen inſtrumentum, ſimul comitetur chordarum vel ſinuum rectorum tabula: cuiuſmodi eſt ea, quam circa finem ſæpius allegatæ Sphæræ noſtrę ſiue Coſmographię deſcripſimus, & ſuis ornauimus documentis. Nam cum ſupradictis inſtrumentis, examinandũ erit in dato quouis loco, cuius longitudinalis differentia ad ipſius radicalis loci relata Meridianũ inueniẽda proponetur, quota hora & horæ mi. Luna ad eiuſdem loci perducetur Meridianum: & ſub qua Zodiaci parte, eadem Luna tunc fuerit conſtituta. Vt ipſa longitudinalis differentia (quemadmodùm infra docebitur) tandem obtineatur.

*Ptolemæus.*

*Geber.*

*Generale prædictorũ inſtrumentorum officium.*

# Problema 3.

QVota diei cuiuſlibet naturalis hora, atque ipſius horæ minuto, Luna ad electum & radicalẽ perducatur Meridianum calculare: túncque verum ipſius Lunæ locũ in Zodiaco ſimul deprehendere.

1 ¶ Non potuit ipſa longitudinalis differentia, aliter quàm per Lunares eclipſes commodius inueſtigari, quàm per diurnum & regulatum motũ Vniuerſi, qui fit ab ortu per mediũ Cæli ad occaſum: & per motum ipſius Lunæ, omnium poſt eundem primũ motum velociſſimum, qui in cõtrariam poſitionem ab occaſu per medium Cæli verſus ortum fieri videtur. Nam horum duorum motuum

*Diurnus atq; lunaris motus huic obſeruationi commodiores.*

adminiculo, ipsius corporis Lunaris ad datorum locorum Meridia
nos colligemus applicationem: & per applicationum diuersitatem,
ipsam longitudinalem eliciemus differentiam.

*Problematis exequutio.*

¶Cùm igitur dato quouis naturali die operępretium fuerit agno- 1
scere, quota hora & eiusdem horæ minuto, Luna ad electi & radi-
calis loci peruẽtura sit Meridianum: & sub qua Zodiaci parte ipsa
Luna tunc fuerit cõstituta (nam id præcipuum huiusce inquisitio-
nis videtur esse negotium) supputanda sunt in primis, ex vulgato
diarij seu nuper expressarum tabularum calculo, ad præcedentem
meridiem, atq; ad ipsius electi & radicalis loci Meridianum: vera
Solis & Lunæ loca, siue motus in Zodiaco circulo. Deinde vtriusq;
veri motus siue loci, Solis inquàm & Lunæ ad præfatum locum &
tempus supputati: ascẽsio recta, per tertium vel quartum proble-
ma in directionũ tabulas colligenda est. in qua re, non omittenda
est ipsius Lunæ latitudo (quæ trito admodùm calculo, passim inue
niri docetur) vt eiusdem Lunæ fideliùs recta numeretur ascensio.
Recta postmodùm ascensio Solis, ab ascensione recta Lunæ subdu-
catur, mutuato (si operæpretium fuerit) toto circulo: & quod in-
de relinquetur, primum Aequatoris nominetur interuallũ. Hoc
autem Aequatoris interuallũ, in temporis particulas solito more
resoluatur: dãdo quibuslibet 15 gradibus vnã horã, & cuilibet gra-
dui quatuor horæ minuta, cuilibet autem minuto gradus quatuor
horæ secunda. Huic consequenter tempori respondens verus Lu
næ motus, in hunc modum eliciatur. Accepto vero motu Lunæ
diurno, is diuidatur per 24: & horarius prodibit eiusdem Lunæ mo
tus. quem si per numerum horarum eidem interuallo responden-
tium multiplicaueris, & si quæ sint horæ minuta, ipsius motus ho-
rarij partem proportionalem adiunxeris, pro ratione eorũdem mi-
nutorum ad 60: producetur tãdem arcus Zodiaci, quem Luna per-
ambulat durante huiuscemodi temporis interuallo. Hic porrò Lu
næ motus, vero eiusdem Lunæ motui, ad horam meridianam obla
ti diei iampridem supputato, coniungendus est: consurget enim ve
rus motus ipsius Lunæ, ad instãs quo eadẽ Luna ad ipsius radicalis
loci perducetur Meridianũ. Huius denique Lunaris motus, si re-
cta (veluti prius) numeretur ascensio, & ab ea ascensio recta ipsius
Lunæ antea supputata dematur: relinquetur earundem rectarum
ascensionum differẽtia, eidẽ vero motui Lunæ intercepti respõdẽs

temporis. Quæ tandem iuncta ipsi primo Aequatoris interuallo, conficiet vltimum eiusdem Aquatoris interuallũ: quod in partes horarias de more resolutum, ostendet quota hora & horæ minuto præassumpti diei, Luna sub eodem radicali cõstituetur Meridiano. Verba sunt forsitan plura, quàm res ipsa postulet: singula nihilominus clarissimo facilitabimus exemplo.

2 ¶ Sit igitur propositũ agnoscere, quota hora & horæ minuto Luna peruentura sit ad Parisiensem Meridianum (quem in aliorum Meridianorum elegimus radicẽ) die Nouembris decima sexta, huius anni 1543: & sub qua Zodiaci parte, tunc ipsa Luna cõstituetur. Verus itaque locus Solis, ad meridiem quindecimi & antecedentis diei (à quo oblatus dies, secundũ Astronomos initiatur) iuxta vulgatum ipsorum Astronomorum calculum, est in secũdo gradu, & 31 minuto Sagittarij. Verus autẽ locus ipsius Lunæ, eodem tempore, in 13 gradu, & 50 minuto Cancri: & capitis draconis eiusdẽ Lunæ verus motus, in sexto gradu & 32 minuto Aquarij. Et proinde argumẽtum latitudinis Lunæ, est quinq; signorum cõmunium, 7 graduum, & 18 minutorũ. Cum quo argumento inuenta latitudo Lunæ, septentrionalis est, vnũ solũmodò gradum, & 56 minuta cõprehendens. Ascensio autem recta loci Solis, ex ipsa rectarũ ascensionũ tabula: offenditur esse 265 graduũ, & 54 minutorũ. Recta porrò loci Lunaris ascẽsio, ex tabula mediationũ Cæli, est graduũ 105, & minutorum 15. Cui si 360 gradus totius adiiciantur circuli: cõsurgent gradus 465, vnà cum eisdem 15 minutis. A quibus si 265 gradus, & 54 minuta ascensionis rectæ loci Solis auferantur: relinquetur primũ Aequatoris interuallum, graduũ 199, & minutorum 21. Cui respondent horę 13, & 17 ferè minuta temporis. Diurnus autẽ Lunæ motus eodem accidens tẽpore, est graduũ 11, & minutorũ 56: & proinde horarius motus ipsius Lunæ, minutorum 29, & secundorum 50. Hic porrò motus horarius tredecies sumptus, vnà cum ilius parte proportionali quæ ipsis 17 debetur minutis: conficiunt gradus 6, & minuta ferè 50. Tãtũ itaq; arcũ Zodiaci intra præfatas 13 horas, & 17 minuta, Lunã perambulasse iudicabis. Quòd si prædictos 6 gradus & 50 minuta, 13 gradibus & 50 minutis Cancri veri motus Lunaris superius adinuẽti addideris: cõsurgent gradus 20, & minuta 40 eiusdẽ Cancri. Tãtus est verus motus ipsius Lunæ, cùm ea præassumpto die ad radicalem, hoc est, Parisiẽsem Meridianum

*Supradictorũ exemplum.*

perducetur.Item ſi eoſdem 6 gradus & 50 minuta,argumento latitudinis Lunæ iampridem ſupputato,5 videlicet ſignis,7 gradibus, & 18 minutis adiunxeris:reſultabit latitudinis argumentũ ad idem tempus,quo Luna ad Pariſiẽſem deueniet Meridianũ.Hinc elicies ipſius Lunæ borealem iterum latitudinem,vnum gradũ,& 22 minuta complectentẽ.Et rectam conſequenter aſcenſionẽ eiuſdẽ Lunę,ad idem tempus:graduũ quidem 112,& minutorũ 35.A qua quidem aſcẽſione,ſi prius inuentã aſcenſionẽ rectam eiuſdẽ Lunæ detraxeris:relinquentur 7 gradus,& 20 minuta. Quæ adiũcta primo Aequatoris interuallo,vtpote 199 gradibus & 21 minutis:conficiẽt vltimum eiuſdem Aequatoris interuallum,graduũ 206,& minutorum 41.Cui de tempore reſpõdent horæ 13.& minuta ferè 47.Tot igitur horis & minutis,à dato meridie præcedẽtis quindecimi diei numeratis,Luna ad Pariſienſem & radicalem Meridianũ perducetur:vtpote, hora prima matutina,& 47 ferè minuto ipſius diei ſedecimi Nouembris. Veluti ſequens numerorũ videtur confirmare formula. Idem reſpondẽter facito,dato quouis alio die,tam futuri quàm præteriti temporis:vbi etiã alium quàm Pariſienſem, pro radice libuerit eligere & ſtabilire Meridianum.

¶ *Exempli formula,à meridie 15 diei* Nouembris,*anni Chriſti* 1543.

| | Sig. | gra. | Mi. | | Ho. | Mi. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Locus Solis tempore dato, | 8 | 2 | 31 | ♐ | | |
| Locus Lunæ verus,eodem tempore, | 3 | 13 | 50 | ♋ | | |
| Motus verus capitis draconis ipſius Lunæ, | 10 | 6 | 32 | ♒ | | |
| Argumentum verum latitudinis Lunæ, | 5 | 7 | 18 | | | |
| Latitudo Lunæ ſeptentrionalis, | | 1 | 56 | | | |
| Aſcenſio recta loci Solis, | | 265 | 54 | | | |
| Aſcenſio recta loci Lunæ, | | 105 | 15 | | | |
| Eadem aſcenſio recta Lunæ cum circulo, | | 465 | 15 | | | |
| Primum Aequatoris interuallum, | | 199 | 21 | | | |
| Tempus eidem reſpondens interuallo, | | | | | 13 | 17 |
| Motus Lunæ diurnus præfato tempore, | | 11 | 56 | | | |
| Motus Lunæ verus eidem reſpondens tempori, | | 6 | 50 | | | |
| Locus verus Lunæ ſub Meridiano Pariſienſi. | 3 | 20 | 40 | ♋ | | |
| Argumentum latitudinis Lunæ eodem tempore, | 5 | 14 | 8 | | | |
| Latitudo Lunæ ſeptentrionalis, | | 1 | 22 | | | |
| Aſcenſio recta loci Lunæ eodem tempore, | | 112 | 35 | | | |
| Lunarium aſcenſionum rectarum differentia, | | 7 | 20 | | | |
| Vltimum Aequatoris interuallum, | | 206 | 41 | | | |
| Tempus eidẽ interuallo reſpondens,quo Luna à meridie | | | | | 13 | 47 |
| 15 diei Nouemb.ad Pariſieñ. deueniet Meridianũ. Hoc | | | | | | |
| eſt,16 diei eiuſdem Nouemb.mane ante Meridiem. | | | | | 1 | 47 |

# Problema 4.

QVota rurſum oblati cuiuſuis diei naturalis hora atq; minuto, Luna ad alterius cuiuſcunq; loci, quàm radicalis, peruẽtura ſit Meridianum: Et quam Zodiaci partem ipſius applicationis tempore Luna occupauerit, vnà cum ipſius Lunæ latitudine, conſequenter obſeruare.

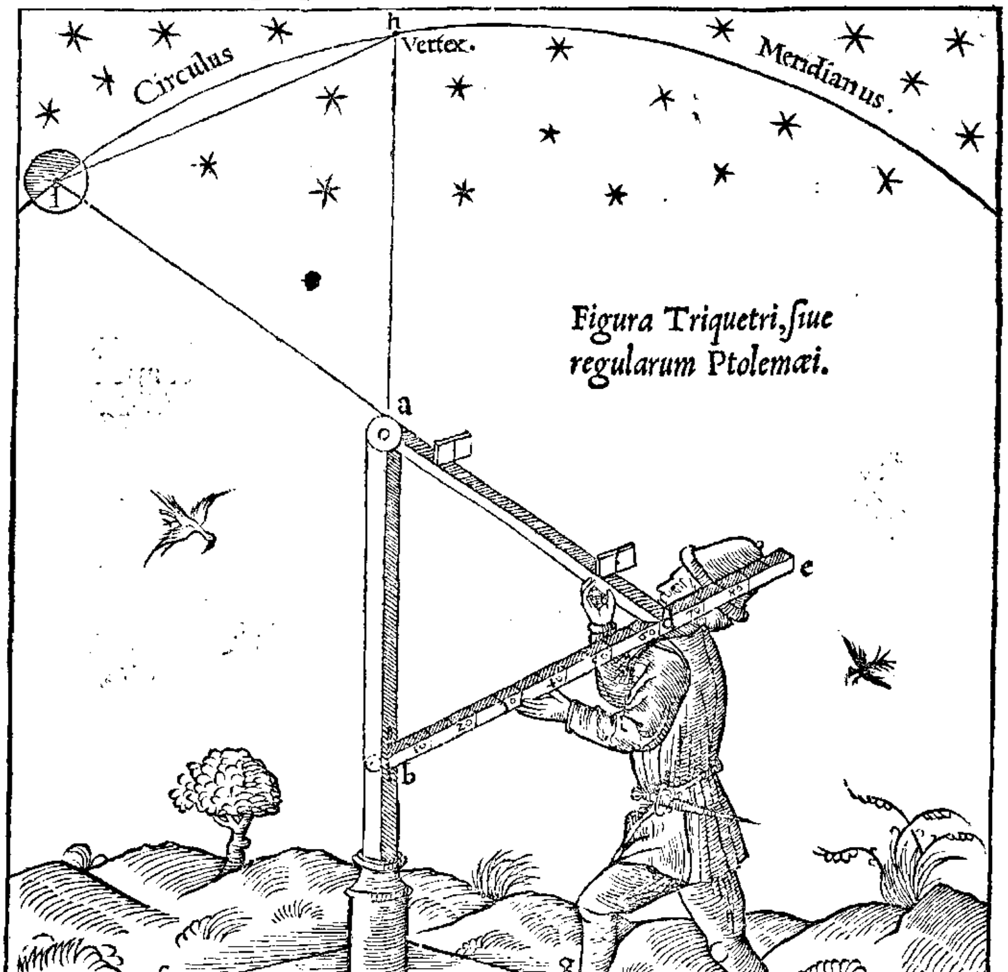
*ſecundũ, quod præcipuè uenit obſeruandum.*

¶Reliquum à quo principaliter ſuſceptum uidetur pendere negotium, eſt diligenter inuenire, dato quouis loco & anni tempore, quota hora atque minuto, Luna ad ipſius dati loci (cuius differentia longitudinalis, reſpectu loci radicalis obſeruanda proponitur) peruentura fuerit Meridianum: Et ſub qua ſimul Zodiaci parte, tunc temporis eadẽ Luna conſtituetur. Hoc autem partim inſtrumentorum adminiculo, partim verò Aſtronomica ſupputatione,
1 deprehendere neceſſum eſt. ¶In primis itaque paratum Horologium (quale ſecundo recitauimus problemate) ſemel aut bis in die, lucente Sole, iuſtificandum eſt, circa futuræ potiſſimum obſeruationis tempora: ídque per horarium aliquod inſtrumentum, ad ipſius dati loci latitudinem (quam prius ſupponimus examinatam) fabricatum. Præparata inſuper Sphæra materiali, & eo modo conſtructa, ac ijs ornata circulis, velut eodem problemate ſecundo præmonuimus, vnà cum Triquetro, ſiue Ptolemæi (vt vocant) regulis: erigatur ipſius inſtrumenti longior regula perpendiculariter, ſuper quopiam oblati loci plano ad libellam de induſtria præparato, in quo prius deſcripta ſit linea meridiana: tali quidem artificio, vt idem inſtrumentum quaquauerſum facilè circunuoluatur, reuocetúrque totum ſub ipſius dati loci Meridianum. Conſtruitur autem hoc regularum inſtrumentum (ſi forſitan illius ignores compoſitionem) in hunc, qui ſequitur, modum. Fabricandæ ſunt ex electa quapiam & dura materia, tres vniformes & quadrangulares regulæ: quarum prima vocetur a b c, ſecunda verò a d, tertia denique b d e. quarum inſuper regularum partes a b, &

*Prædictorum inſtrumentorum commemoratio, & eorum uſus.*

*vt conſtruendæ Ptolemæi regulæ, quæ triquetrũ appellantur.*

b d/ſint adinuicem,atq; ipſi a d/regulę æquales,& 4 & aut 5 pedum comprehendentes logitudinem:ſitque pars ipſa b d,in 60 partes inuicem æquales, & pars quælibet in 60 minuta (ſi præciſionem optaueris)diſtributa:tota autem b d e/regula ſimilium partium ſit ad ſummum 85,b c/ verò pars quantæcunque volueris longitudinis. Ipſæ demum regulæ a d/& b d e,cum regula a b c,ſuper punctis a/ & b/tali copulentur artificio:vt ſeorſum , deorſúmque tractari facilè poſſint.Super ipſa autem regula a d,gemina erigantur pinnacidia , è diametro ſubtiliter perforata.Nec erit incommodum,regulam a b c/cæteris paulò relinquere fortiorē:vtpote,quæ vniuerſam inſtrumenti ſuſtentatura ſit machinam. Vti ſequens,& ſuper f c g/ linea meridiana perpendiculariter erecta,videtur oſtēdere figura.



2 ¶ His ita constructis, & præparatis: cùm Lunare corpus visibile fuerit, & super Horizõtem exaltabitur, siue id interdiu aut noctu accideritt, & ad ipsum dati loci videbitur accedere Meridianum: dispones taliter supradictarum regularum instrumentum, vt singulæ regulæ sub ipso locentur Meridiano, hoc est, in directum lineæ Meridianę f c g, regulis a d/& b d e/in oppositam Lunaris corporis partem conuersis. Eleuabis deinde aut deprimes paulatim a d/ & b d e/regulas, super puncto d/inseparabiliter coniunctas: quatenus per vtraq; pinnacidiorũ foramina, ipsum Lunare corpus sub Meridiano constitutum visuali radio deprehendas. Túncque ex pręfato Horologio (vt supradiximus) iustificato, perpendes & seorsum notabis, quota hora & horæ minuto id acciderit: & simul animaduertes, quot partes & minuta ipsius regulæ b d e, inter punctum b/& regulam a d/comprehẽdentur. Nam tot partium & minutorum erit chorda arcus Meridiani, ipsius loci verticẽ & Lunare corpus intercepti: veluti chorda h l. Cuius arcum, ex nostra sinuum rectorum, aut ex ipsa chordarum Ptolemæi colliges tabula. Quibus absolutis, supputabis verum Solis locũ in Zodiaco, ad ipsum temporis instans quo Luna datũ reperta fuerit occupare Meridianum: atque ipsius loci Solaris rectam ascensionem. Conuertes postmodùm tempus, à proximè lapso meridie vsque ad præfatum instans applicationis Lunæ comprehensum, in partes Aequatoris circuli: dando cuilibet horæ 15 gradus, & cuilibet horæ minuto 15 minuta gradus. Quibus addes præfatam loci Solaris ascensionem, reiecto (si excreuerit) integro circulo. Quod enim coaceruabitur aut relinquetur, erit ascẽsio recta eius puncti Eclipticæ, quod simul cum Luna ad eundem peruenit Meridianum. Huic itaq; ascensioni rectæ debitum Eclipticæ punctum adinuenies, ipsúmque in supradictę Sphæræ Zodiaco notabis; & sub ipsius Sphæræ collocabis Meridiano: eadem Sphæra, ad dati loci prius disposita latitudinem. Et quiescente in hunc modum Sphæra, numerabis in Meridiano circulo, ab Horizontis vertice versus idem Eclipticæ punctum, supradictæ chordæ quantitatem: & per eius finem, eum applicabis semicirculum, qui circa Zodiaci polos reuoluitur. Tandem (omnibus inuariatis) notabis in quónam gradu & minuto idem semicirculus Eclipticã diuiserit. Nam sub eodẽ gradu & minuto, Luna eo versabatur tempore, quo ad dati loci perducta fuerat Meridianum. *Exequutio problematis.*

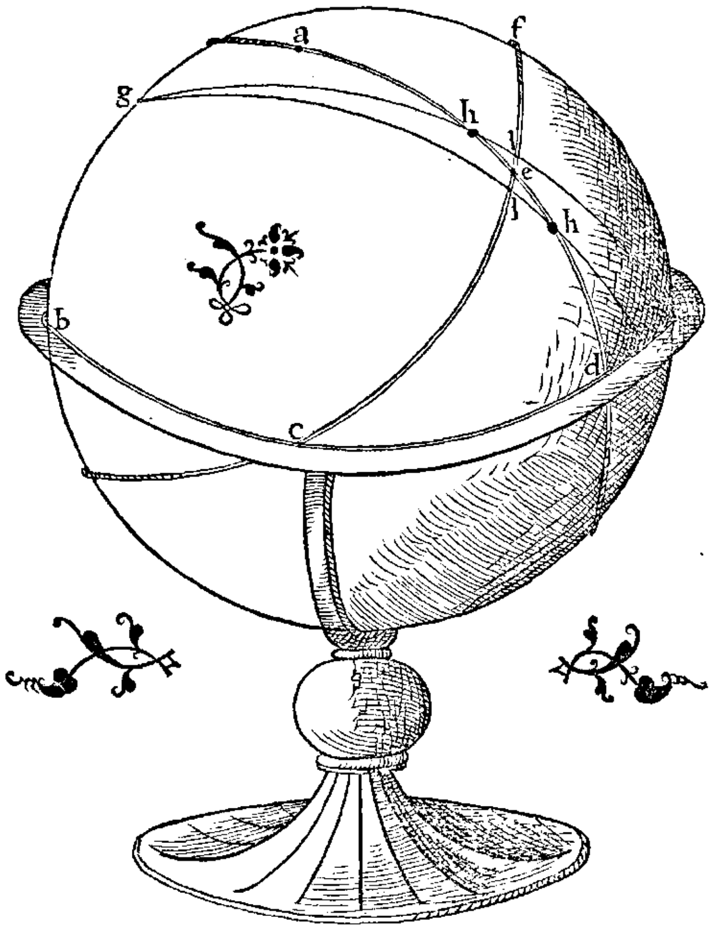
Arcus porrò eiuſdem ſemicirculi,qui inter Eclipticam & Meridianum comprehendetur circulum:boream,vel auſtralem ipſius Lunæ deſignabit latitudinem. Quòd ſi forſitan Luna caruerit latitudine:tunc ipſum punctum medij Cæli,cum eiuſdem chordæ finali puncto, ſub ipſo coincidet Meridiano: erítq; ſimul verus eiuſdem Lunæ locus, præfato applicationis tempore. Nec eſt via facilior ac fidelior hac : neque commodiora ad hunc vſum inſtrumenta, quæ quanto maiora ac magis exactè fabricata fuerint,tanto præciſiorem ex illis colliges obſeruationem.

*Vbi Luna caruerit latitudine.*

*Supradictorũ exemplum.*

¶Sit in faciliorem ſupradictorum intelligentiam,propoſita ſphæra a b c d:cuius Horizon b c d,& illius vertex a,Meridianus autem 3
a e d,Zodiacus vel Ecliptica c e f,& illius polus borealis g. Sit autẽ e/punctum ipſius Zodiaci,quod ſimul cum Luna ad dati loci perductum eſt Meridianũ. Arcus porrò a h/vel a e h/ſimilis ei, quem ſubtendit chorda h l, & qui inter verticem loci & corpus Lunare

*Figura ſphæræ ad præfatam obſeruationem neceſſariæ.*



cum ipſis deprehenſus eſt regulis. Luna denique ſit in puncto h, citra vel vltra idem punctum e/conſtituta. Palam eſt igitur, ſemicirculum g h/ex boreali polo Zodiaci g/in oppoſitum polum, per h/ punctum eductum, diuidere Zodiacum c e f/in puncto l, ídque vel citra vel vltra idem punctum e (dummodò Luna aliquantulam habuerit latitudinem) & propterea iuxta communem Aſtronomorum diffinitionem, ipſum punctum l/indicare verum locum Lunæ in eodem Zodiaco, & arcum l h/ borealem vel auſtralem eiuſdem Lunæ latitudinem, prout ipſa Luna in borea vel auſtrali Mundi parte ab eodem reperta fuerit Zodiaco. Quòd ſi Luna careret latitudine, idem punctum e/foret verus locus ipſius Lunæ, & cum illo puncto eadem Luna ad dati loci perduceretur Meridianum: túncque Meridianus ipſe, & Zodiacus, atque præfatus ſemicirculus, in ipſo Lunari corpore ſeſe inuicem neceſſariò interſecarent. Deniq; notandum eſt, dum Luna ſub ipſo locatur Meridiano, locum eius viſibilem, hoc eſt viſuali radio per ad regulam obſeruatum, deſignare ſimul verum eiuſdem Lunæ locum in Cælo: propterea quòd nulla tunc ſit aſpectus diuerſitas, ſeu inter verum locum & viſibilem differentia, ſecundum ipſius Zodiaci longitudinem. *Notandum.*

# Problema 5.

QValiter ex proximis duobus problematibus, longitudinalis dati cuiuſcunque loci differentia, ad ipſius radicalis loci relata Meridianum, ſubinferenda ac colligenda ſit: tandem aperire.

1 ¶His in hunc modum, & eodem naturali die, iuxta præcedentium duorum problematum traditionem obſeruatis & ſupputatis: Reliquum eſt, eius loci in cuius gratiam præmiſſæ factæ ſunt operationes, & ipſius loci radicalis, longitudinalem elicere differentiam.

*De applicatione Lunæ, ſub diuerſis locorum Meridianis.*

Animaduertas igitur, Lunam citiùs peruenire ad Meridianum orientalis loci reſpectu radicalis, & ſub maiori propterea temporis ſupputatione, quàm ad ipſius loci radicalis Meridianum: ad Meridianum verò occidentalis loci tardius, & ſub minori temporis, hoc eſt, horarum & minutorum numero. Nam in locis orientalibus, citius eleuantur ſydera ſuper Horizontem, quàm in occidẽtalibus.

*De ꝓprio Lunæ motu, notandum.*

De vero autem Lunæ motu, qui fit ab occaſu per medium Cæli verſus ortum, ſecus eſt: quoniam in locis orientalibus, is erit ſemper minor, quàm in occidentalibus. Interea enim dum Luna ad motum Vniuerſi, ab orientali ad occidentalem perducitur Meridianum, aliquid de Zodiaci longitudine propria latione in contrarium perambulat: quo verus eiuſdem Lunæ motus augetur.

*Quæ loca ſint orientaliora cæteris.*

Locus igitur ad cuius Meridianum Luna ſub maiori horarum & minutorum numero & cum minori motu, quàm ad radicalẽ perueniſſe comperietur: orientalior erit ipſo radicali. Si autem ſub minori earundem horarum & minutorum, ſed maiori motus Lunæ id acciderit ſupputatione: idem locus occidentalior erit radicali.

*Vt diſcernenda longitudinalis locorum differentia.*

¶Sed qua differentia, idem locus datus orientalior, vel occidentalior fuerit ipſo radicali: in hunc modum comprehendes. Si datus locus repertus fuerit orientalior radicali, ſubducendum eſt tempus applicationis Lunę ad Meridianum loci radicalis, à tempore applicationis eiuſdem Lunæ ad ipſius dati loci Meridianum: ſed verus Lunæ motus eodem applicationis tempore ſub dati loci Meridiano repertus, auferendus eſt à vero motu eiuſdem Lunę, quem dum ipſa Luna ad radicalem perduceretur Meridianũ offendiſti. Relinquetur enim differentia temporis, atque veri motus ipſius Lunæ differentia, duabus obſeruationibus intercepta. Ipſam porrò temporis differentiam, in partes Aequatoris ſolito more conuertas. differẽtiæ autem veri motus Lunaris, rectam ſupputabis aſcenſionem: quam ab ipſa temporis auferes differentia. Relinquetur enim tandem propoſita longitudinis differentia: qua ſcilicet datus locus oriẽtalior eſt radicali. At ſi datus locus, eodẽ radicali fuerit occidentalior: cõtrariam operãdi rationem prorſus obſeruabis. Subduces nanq; tempus applicationis Lunæ ad ipſius dati loci Meridianum, ab eo tempore quo Luna ad Meridianum radicalem perducta eſt: atque verum Lunæ motum ſub radicali Meridiano cõtingentem, ab eo qui tempore applicationis eiuſdem Lunæ ad dati loci Meridianum repertus eſt. Et mediantibus his differentijs, ipſam longitudinem (veluti nunc expreſſimus) colliges differentiam.

*Ex differẽtia lõgitudinis uerã elicere longitudinem.*

¶Hanc itaque differentiam, addes longitudini loci radicalis, ſi datus locus oriẽtalior fuerit: vel ab eadem ſubduces longitudine, vbi datus locus occidentalior fuerit radicali: Consurget enim, aut relinquetur ipsius dati loci longitudo, ad fixum & occiduum nostræ habitabilis relata Meridianum. Quòd si forsitan Luna eodem temporis momento, & sub eadem Zodiaci parte constituta, ad vtrunque & radicalem & dati loci peruenerit Meridianum: nulla intercidet longitudinis differentia, eritque tunc ipse datus locus sub eodem Meridiano quo & radicalis locus de necessitate constitutus, sola ab eo differens latitudine. *Notandum.*

3 ¶Resumatur in clariorem singulorũ elucidationem, datum problemate tertio supputationis exemplum: quo Luna ad radicalem & Parisiensem Meridianum inuenta est applicare hora 13, minuto ferè 47, à meridie quindecimi diei Nouembris, huius anni 1543: ipsa Luna sub 20 gradu, & 40 minuto Cancri tunc progrediente. Cuius quidem Lunaris motus ascensio recta, fuit graduum 112, & minutorum 35. Per obseruationem autem factam, iuxta traditionem quarti problematis, supponatur eadem Luna ad dati cuiuspiam loci Meridianum peruenisse hora 14, vnà cum 17 minutis, à meridie eiusdem vndecimi diei Nouembris supputatis: & possidere tunc 20 gradum, cum 25 minutis ipsius Cancri, haberéque latitudinem borealem vnius gradus, & minutorum 24. Erit igitur ipsius Lunaris motus ascensio recta, graduum 112, & minutorum 19. Horum itaq; motuum Lunarium differẽtia, est 15 minutorum: & ipsarum rectarum ascensionum differentia, minutorum 16. Differẽtia porrò temporis supradictarum applicationum Lunæ, est 30 minutorũ vnius horæ: quibus respondet 7 gradus, & 30 minuta Aequatoris. A quibus eadem 16 minuta detrahenda sunt: & relinquentur gradus 7, & minuta 14. Tanta est differentia longitudinis Meridiani ipsius dati loci, & radicalis siue Parisiensis. Et quoniam tempus applicationis Lunæ ad dati loci Meridianũ maius est, & verus motus illius minor, quàm sub Parisiẽsi & radicali Meridiano: idcirco datus locus, orientalior est Parisiensi. Addẽda est igitur ipsa longitudinis differentia, ipsi Parisiensi & radicali longitudini, quam prędiximus fore 23 graduum & 30 minutorum. Consurget enim tãdem vera ipsius dati loci longitudo, à fixo Meridiano, per occiduum nostræ habitabilis limitem pertranseunte, versus ortum numeranda: graduum quidem 30, & minutorum 44. Quemadmodũm ea quæ sequitur videtur explanare formula. *Exemplum loci oriẽtalis ab ipso radicali.*

| ¶Primi exempli formula. | Sig. | gra. | Mi. | | Ho. | Mi. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ¶Tempus applicationis Lunæ,ad Meridianum Parisieñ. | | | | | 13 | 47 |
| Verus motus Lunæ eodem applicationis tempore. | ♋ | 20 | 40 | | | |
| Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ. | | 112 | 35 | | | |
| ¶Tempus applicationis Lunæ,ad dati loci Meridianum. | | | | | 14 | 17 |
| Differentia supradictorum temporum. | | | | | | 30 |
| Arcus Aequatoris respondens ipsi differentiæ. | | 7 | 30 | | | |
| ¶Verus motus Lunæ eodem applicationis tempore. | ♋ | 20 | 25 | | | |
| Differentia motus Lunæ inter ipsa contingens tempora. | | | 15 | | | |
| Latitudo Lunæ eodem obseruata tempore. | | 1 | 24 | Bo- | rea- | lis. |
| Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ. | | 112 | 19 | | | |
| Supradictarum ascensionum rectarum differentia,hoc est, ascensio recta differentiæ motus Lunaris. | | | 16 | | | |
| ¶Differentia longitudinis optata. | | 7 | 14 | | | |
| Longitudo Parisiensis,& radicalis loci. | | 23 | 30 | | | |
| Longitudo dati loci ab Occidente habitabilis. | | 30 | 44 | | | |

*Exemplum loci Occidētalis ab eodem loco radicali.*

¶Supponatur rursum(vt omnia clariùs intelligantur)iuxta præ- 4
fatam quarti problematis obseruationem,ipsa Luna dati loci Meridianum occupasse,hora 13, minuto autem 17, à meridie eiusdem 15 diei Nouembris 1543, eadem Luna sub 20 gradu, & 55 minuto eiusdem Cancri locata:& latitudinem præterea habere septentrionalem,vnius quidem gradus, & minutorum 21. Recta itaq; ascensio loci Lunæ,erit graduum 113,vnà cum 6 minutis.Et Lunarium propterea motuum differentia,minutorum rursum 15. Rectarum porrò ascensionum differentia,31 complectetur minuta:eorundem 15 minutorum differentiæ motus Lunaris, rectam exprimentia ascensionem.Ipsa demum temporis Lunarium applicationum differentia,erit rursum 30 minutorum:cui (veluti prius) respondent de Aequatore 7 gradus,vnà cum 30 minutis.À quibus auferēda sunt eadem 31 minuta: & relinquentur gradus 6, minuta 59. Tanta est differentia longitudinis,inter Parisiensem siue radicalem, & ipsius dati loci Meridianum.Hanc igitur longitudinis differentiam,subtrahes ab ipsa radicali & Parisiensi longitudine: relinquentur gradus 16,minuta 31,pro vera dati loci, & vulgari modo sumpta,hoc est,ab occidua habitabilis parte numerata longitudine. Cùm enim Luna ad Parisiensem Meridianum, sub maiori temporis supputatione,ac cum eiusdem Lunæ minori motu,quàm ad dati loci Meridianum applicuisse supponatur: admittitur simul, eundem locum datum occidentaliorem esse radicali siue Parisiensi,iuxta præfatam longitudinis differentiam. In quorum omnium clariorem intelligentiam, ipsam numerorum placuit subnectere formulam.

| ¶Secundi exempli formula | Sig. | gra. | Mi. | | Ho. | Mi. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ¶Tempus applicationis Lunæ,ad Meridianum Parisieñ. | | | | | 13 | 47 |
| Verus motus Lunæ,eodem applicationis tempore. | ♋ | 20 | 40 | | | |
| Aſcenſio recta eiuſdem veri motus Lunæ. | | 112 | 35 | | | |
| ¶Tempus applicationis Lunæ ad dati loci Meridianum. | | | | | 13 | 17 |
| Differentia ſupradictorum temporum. | | | | | | 30 |
| Arcus Aequatoris,reſpondens ipſi differentiæ. | | 7 | 30 | | | |
| ¶Verus motus Lunæ,eodem applicationis tempore. | ♋ | 20 | 55 | | | |
| Differentia motus Lunæ inter ipſa contingens tempora. | | | 15 | | | |
| Latitudo Lunæ,eodem obſeruata tempore. | | 1 | 21 | Bo: | rea: | lis. |
| Aſcenſio recta eiuſdem veri motus Lunæ. | | 113 | 6 | | | |
| Supradictarum aſcenſionum rectarum differentia, | | | | | | |
| ſiue aſcenſio recta differentiæ motus Lunaris. | | | 31 | | | |
| ¶Differentia longitudinis optata. | | 6 | 59 | | | |
| Longitudo Pariſienſis,& radicalis loci. | | 23 | 30 | | | |
| Longitudo dati loci ab Occidente habitabilis. | | 16 | 31 | | | |

## Notandum.

¶Quanquã porrò eadẽ fuerit motus Lunaris,atq; tẽporis Lunarium applicationum ad ſupradictos Meridianos differentia:diſcrepat nihilominus aliquantulum longitudinis differentia loci Occidentalis,ab ipſius loci Orientalis differentia.Quoniam Luna ſub diuerſis locatur Zodiaci vel Eclipticæ partibus,& diuerſas propterea cogitur habere latitudines:& proindè rectas aſcenſiones, atque illarum differentias conſequenter vtcunque diuerſas.Hinc per ſubtractionem diuerſarum aſcenſionalium differentiarum ipſius Lunæ,ab æqualibus temporis,ſiue eiuſdem Lunæ applicationum differentijs : diuerſa ſubſequitur longitudinis eorundem locorum differentia. Haud aliter, dato quouis alio loco atque tempore, faciendum ac obſeruandum fore,velim intelligas.

## Corollarium.

¶Ex his patet,quàm facile ſit, etiam ſine Lunarium eclipſium expectatione vel obſeruatione,tum ipſius continẽtis & habitabilis loca,tum per mare diſperſas inſulas,ad debitum Orbis ſitum ac poſitionem,intra breue temporis interuallum reuocare:& in plana aut rotunda ſuperficie , ipſum terreſtrem Orbem ac eius partes,ad viuum tandem depingere . Examinatis enim inſignioribus tantummodò locis:cætera tum per directas itinerum intercapedines, tum per notas maritimorum locorum diuerſiones,in ſuam harmoniam vel facilè reſtituentur.

*Libri de inuenienda locorum longitudine*

FINIS.

*Vireſcit uulnere uirtus.*

# Eiuſdem Orontij Finæi, Plani-
## SPHAERIVM GEOGRAPHI-
## cum: quo tum longitudinis atque latitudinis oblatorum quorumcunq; locorum differentiæ, tum directæ eorundem locorum elongationes, mira ac pene incredibili facilitate deprehenduntur.

*Quàm pauci Arithmetici.*

MAXIMA PARS HOMINVM, etiam eorum,qui Geographicis videntur oblectari rudimentis: Arithmeticæ praxin,qua duce tũ Geometrici,tum Aſtronomici canones in vſum reuocantur,ſæpius ignorare cõſpicitur.Imò (quod magis damnandum eſt) ij qui ſeſe non vulgares profitentur Arithmeticos:à ſubtilibus, vel vtcunque prolixis eiuſdem Arithmeticæ ſupputationibus abhorrent,gaudéntque leuitate(breuitatem dicere volebam) hoc eſt,in promptu ſeſe offerẽtibus propoſitarum rerum operationibus.

*Authoris intentio.*

Vt his igitur omnibus pro noſtro ſubueniamus officio,poſt inuentam à nobis & cõſcriptam rationem obſeruãdi longitudinales oblatorum quorumcunque locorum differentias (etiam dato quouis tempore) per Lunares videlicet inſpectiones, & aliter quàm per ipſius Lunæ defectus vel eclipſes:dum vulgatum Planiſphærium,ſiue (vt vocant) Aſtrolabium,ac eius vſum,ſciolorum quorundã audacia (ne dicam ignorantia) multis in locis deprauatum, ac adulteratum, iuxta veritatem Aſtronomicam,& Ptolemaicam intentionẽ,in ſuam reuocaremus harmoniã:

*Planiſphæriũ Geographicũ, ab Authore excogitatum.*

promiſſum tãdem excogitauimus Planiſphærium, ad Geographicos vſus ſingulariter adcõmodum. Quo tum lõgitudinales atq; latitudinales locorũ differẽtiæ,ad datum quempiam, & veluti radicalem locum relatæ (modò cognitam, & non exceſſiuã habeant ab ipſo loco radicali diſtantiam)tum breuiſſimæ eorũdem locorum intercapedines,ſeu directæ itinerum profectio-nes(vbi loca ipſa exploratam habuerint longitudinem atq; latitu-dinem) inaudita facilitate colliguntur. Cùm enim eadem prorſus via,eiſdémque terminorum diffinitionibus & argumentis (vtpote longitudinis atque latitudinis adminiculo) locorum in terra ſitus atque diſtantias conſequamur,quibus & ſtellarum poſitiones in Cęlo deprehendimus:commodiſſimum nobis viſum eſt,è cęleſti Planiſphærio,hoc eſt,ad rerum cæleſtium vſus deputato,hoc terreſtre deducere, ac ipſis Geographicis vſibus adaptare Planiſphærium. Quod tum artificij ſimplicitate atq; perfectione,tum vſus ſingularitate & incredibili promptitudine: cætera omnia inſtrumenta(quæ Metheoroſcopia vocant) vel facilè ſuperabit. Omnibus inſuper rerum Geographicarum ſtudioſis,futurum admodùm gratum,ac vtile:nõ minus confidimus,quàm exoptamus. Requirit itaque hoc inſtrumentum,radicalem aliquẽ locum, cuius longitudo ac latitudo ad vnguem ſit explorata: ad quem cæterorum locorum tum diſtantiæ vel elongationes,tum longitudinis atque latitudinis differentiæ referantur. quemadmodùm proximo libro obſeruauimus. De locis autem non omnibus, ſed ijs tantùm velim intelligas,quæ citra Aequatorem circulum, & intra ipſius radicalis loci comprehenſa ſunt Horizontem. Ad huius itaque loci radicalis latitudinem,ipſum Geographicũ Planiſphærium,in hunc qui ſequitur modum, fabricabis.

*Cæleſtis Planiſphærij,cum terreſtri comparatio.*

*Hoc Planiſphærium, cæteris præſtare Metheoroſcopijs.*

*Præcipua huiuſce Planiſphærij hypotheſis.*

# Problema I.

PLaniſphærij Geographici, ex vulgati Aſtrolabij,ſeu Planiſphærij Aſtronomici contextura,ſummatim elicere compoſitionem.

1 ¶ Fabricetur in primis,ex dura quapiam & electa materia,circularis & plana tabula, cuius diameter bipedalis, vel ſeſquipedalis ad minus ſit quantitatis: tantæ autem craſſitudinis ſit ipſa tabula, vt pixidem ſiue capſulam orbicularem,mobilem ac Magnetis virtute delibutam acum (vt in Solaribus ſit horologijs) continentem, recipere facilè poſſit.Huius itaque circularis tabulæ centrum ſit a,

*Tabula principalis, ſiue mater inſtrumenti.*

*Eiusdem tabulæ limbus.*

circa quod, iuxta ipsius tabulæ limbum, tres circumlineentur circuli, inuicem paralleli, gemina & orbicularia claudentes interualla, quorum extremũ duplũ ferè ſit reliqui:& horũ trium circulorum interior & minimus, his literis b c d e, diſtinctionis gratia ſit annotatus. Hic poſtmodùm circulus b c d e, ac vniuerſa plani ſuperficies, in quatuor quadrantes diuidatur: geminis videlicet dimetientibus b d/& c e, in eodem centro a / ad rectos ſeſe dirimentibus angulos. Vnuſquiſq; præterea quadrans eiuſdem b c d e/circuli, in 90 gradus ſolito more diuidatur. Et applicata ex centro a/regula, per ſingulas cuiuſlibet quadrãtis diuiſiones, ſingulorũ graduum, in minori & intrinſeco trium circulorum interuallo, annotentur diſtinctiones: in maiori porrò & exteriori eorundẽ circulorũ interſtitio, ipſi gradus prominẽtioribus lineolis quinarijs diſtribuãtur ordinibus, atq; ſinguli ordines ſuis exprimãtur numeris, à punctis b/& d, verſus c/& e/ puncta, à quinario vſque ad 90 vtrinque diſtributis.

*Quid unaquæq; ipsius tabulæ pars repræsentet.*

Hic igitur circulus b c d e, Aequatorẽ repræſentabit:& eius centrum a/polum Mundi, ſuper loci radicalis Horizõtem exaltatum. Linea autẽ b d, eiuſdẽ loci radicalis propriũ ac fixũ Meridianum: ad cuius latitudinẽ ipſum fabricatũ eſt inſtrumẽtum. Tranſuerſalis porrò linea c a e, partem recti imitabitur Horizõtis. Et proinde punctum b, auſtralem ipſius patẽtis hemiſphęrij partẽ, c/ortiuam, d/borealem, & e/occiduam reſpondenter deſignabit: quemadmodùm ex ipſa quæ ſequitur inſtrumenti potes elicere deſcriptione.

*Proprij Horizontis delineatio.*

¶ His in hunc modum optimè præparatis, Horizon obliquus, vnà cum illius vertice, ad ſuſcepti loci radicalis latitudinem deſcribatur: cuiuſmodi eſt Horizon c f e, ad Pariſienſem latitudinem, quæ eſt graduum 48, & minutorum ferè 40 delineatus, cuius ſuperior vertex punctum g. Nam ipſum locum Pariſienſem (veluti proximo fecimus opere) in aliorum locorum communem radicem, meritò placuit eligere. a

*Horizontis paralleli.*

Conſequenter inſcribantur circuli eidẽ Horizonti paralleli, circa idem verticale punctum g/ verſus Horizontem ipſum gradatim, aut per duorum ad minus graduum interualla diſtributi: quorum minimus, centrum habeat ſub ipſo vertice g.

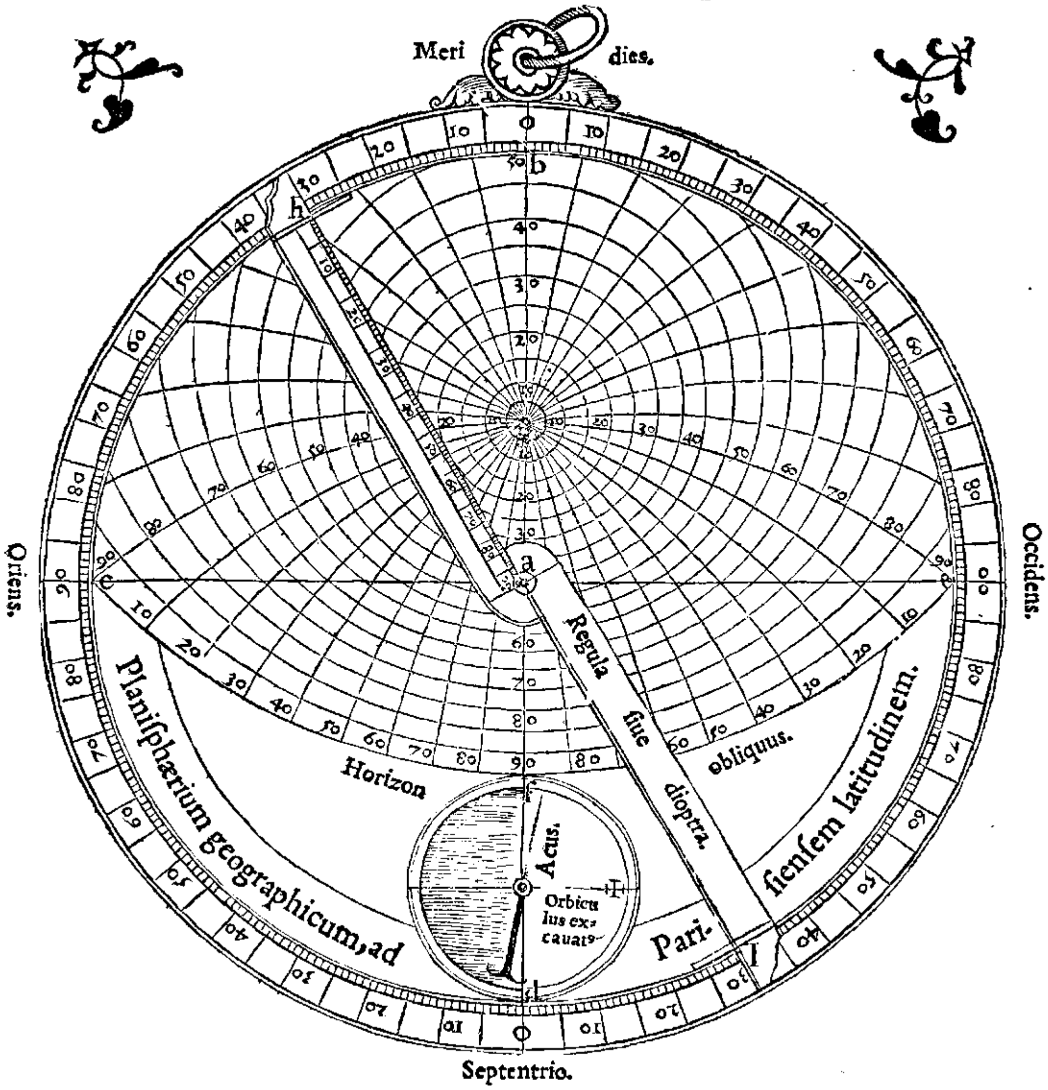
*Circuli uerticales.*

Deſcribantur pręterea circuli, quos verticales, ſeu progreſſionum circulos appellant, ab eodem vertice g, in ipſum obliquum Horizontem c f e/procidentes: illúmque aut gradatim, vel ad duorum ſaltem graduum diſtribuentes interualla. Quemadmodùm ex ipſa vulgati Planisphęrij, siue Astrolabij fabrica, colligere vel facilè potes. Horum porrò circulorũ verticalium, is qui signanter verticalis appellatur, & qui Meridianũ b g d/ad rectos diuidit angulos, esto c g e: qui vnà cum eadem linea Meridiana b g d, ipsum patens hemisphæriũ in quatuor partes siue quadrantes diuidit. In cuius verticalis circuli, atq; lineæ Meridianæ longitudinem: supradictorum parallelorũ numeri, quinarijs, aut alijs quibusuis numerorum ordinibus, in maiorem supputationis facilitatem, designari poterunt, ab ipso quidem vertice g, versus Horizontem c e f/distributi. Ipsorum porrò verticalium circulorum quinarij, vel alij itidem numeri: in longum Horizontis c f e, versa vice conscribantur, à punctis scilicet b/& f/ versus puncta c/& e. Repræsentabunt itaq; huiusce modi paralleli circuli, eorum locorum parallelos, qui circa datum locum radicalem (cuius situs est in puncto g) & intra illius Horizontem, citra præfatum continentur Aequatorem. Verticales porrò circuli, viatorios siue itinerarios circulos designabunt: per quos scilicet veras elongationes, seu directas profectiones itinerum ipsius radicalis, & circumpositorum locorũ intra illius Horizontem (vt suprà dictum est) comprehensorum, debemus accipere. *Supradictorũ circulorum officium.*

3 ¶Figuretur consequenter sub Horizonte c f e, circularis quidam orbiculus, supra dimidiam instrumenti crassitudinem, instar pyxidis excauatus, cuius diameter sit linea f d: A' cuius puncto medio, siue centro, stylus quidam metallicus & acutissimus erigatur, cui mobilis insideat acus Magnetis virtute (vt solet) delibuta, & superincumbente vitro (vt in Solaribus horarijs, cæterísq; instrumentis obseruatur) ornata. subscripti autem indicis ipsius acus, pars australis versus f/dirigatur: borealis autem (quæ bifurcata est) versus d. *Orbiculus excauat⁹, in quo directrix acus reponenda.*

Et quoniam acus ipsa, nunquam sub Meridiana linea directè constituitur: sed pro diuersa Magnetis virtute siue potentia, & diuersa illius impressione in eandem acum, diuersas ab eadem linea consequitur inclinationes, quæ nisi ad vnguem fuerint exploratæ, sensibilem in obseruationibus generare possunt errorem. Vt igitur ipsi acui, in pyxidis vel orbiculi fundo, debitam ac fidissimam sedem statuas: sic facito. Prius quàm eidẽ fundo directoriam ipsius acus effigiem conglutines: dispones planum aliquod Horizonti parallelum, in quo lineã ipsius radicalis loci describes Meridianã, veluti sexto capite, libri secũdi nostrę Sphęræ siue Cosmographiæ *Vt statuendũ ipsi acui fidissimum uestigium.*

tradidimus. Collocabis deinde lineam instrumenti Meridianam b f d, in directum ipsius terrestris lineæ Meridianæ: & acu stylo superimposita, directricem ipsius acus effigiem, iuxta contingentem eiusdem acus declinationem, in pyxidis seu orbiculi fundo confirmabis. Hoc enim pacto, veram eiusdem acus positionem obtinebis.




*Regula instrumento superimponenda.*

¶ Tandem superimponenda est, & clauo nectenda volubilis regula, ex congruente metallo vel ligno durissimo fabricata, geminis & orthogonaliter erectis, ac è diametro subtiliter perforatis pinnacidijs, siue tabellis ornata, cuius regulæ longitudo tanta sit, quantus est instrumenti diameter, veluti h l: qualem prorsus in vulgati Planisphærij solemus reponere dorso. Hoc tãtùm adiũcto, quòd alteram eiusdem regulæ medietatem (vtpote a h) in 90 gradus 4

*Ipsius regulæ in suas partes distributio.*

poteſtate inuicem æquales, hoc modo diuides. Applicetur regula ex puncto b, per quamlibet diſtinctionẽ graduum ipſius quadrãtis c d, obſignẽtúrq; ſingulæ ipſius regulæ diuiſiones in ſemidiametro a c/contingẽtes, quæ demũ officio circini traducãtur in fiducialem lineam eiuſdem medietatis a h/ ſupradictæ regulæ h l: erunt enim ipſorũ 90 graduum diſtinctiones. Quos quidẽ gradus, in quinarios diſtingues ordines, & ſuis ornabis numeris, à centro a/verſus punctum h, vel Aequatorem b c d e/diſtributis. Huius itaq; regulæ *Officium eiuſdem regulæ.* fiducialis linea h l, quæ per a/centrum, & media pinnacidiorum puncta traducitur, dati cuiuſlibet loci, ad ipſum radicalem locum comparati, Meridianũ potiſſimùm repræſentabit: cùm ſcilicet eorundem locorum atque radicalis loci, longitudinalis aut latitudinalis, vel vtraq; fuerit perquirenda differentia. Poteris tandem (ſi *Armilla inſtrumenti ſuſpenſoria.* velis) ſupra ipſum punctum b, prominentem aliquam & orbicularem relinquere particulam: & eam armilla ſuſpẽſoria, quò facilius aut portetur, aut regatur inſtrumentum, inſignire. Vt ipſa inſtrumenti demonſtrat effigies, ad prædictam latitudinem Pariſienſem delineata.

# Problema 2.

ANgulum poſitionis, quem facit arcus viatorius binis locis interceptus (quorũ alter eſt radicalis) cum ipſius loci radicalis Meridiano, in primis obſeruare.

1 ¶ Ad eliciendas, huiuſce Planiſphærij geographici adminiculo, *Quæ ad uſum huius inſtrumenti ſupponenda ſunt.* propoſitas longitudinis atq; latitudinis oblatorum quorumcunq; locorum differentias, ad datum ipſum radicalem locum comparatas ſiue relatas: tria in primis ſupponenda vel præcognoſcenda ſunt. Primum eſt, longitudo atque latitudo ipſius loci radicalis: ad cuius poſitionem, ipſum fabricatum eſt inſtrumentum. Alterum eſt, arcus circuli magni (quem viatorium appellamus) per radicalem & datum quemuis locum incedentis, inter ipſa loca comprehenſus: hoc eſt, directa profectio, ſiue diſtãtia eorundem locorum itineraria. Nam ſuper circunferentia huiuſcemodi viatorij circuli, breuiſſimę ac directę fiunt itineris profectiones, veræque locorum

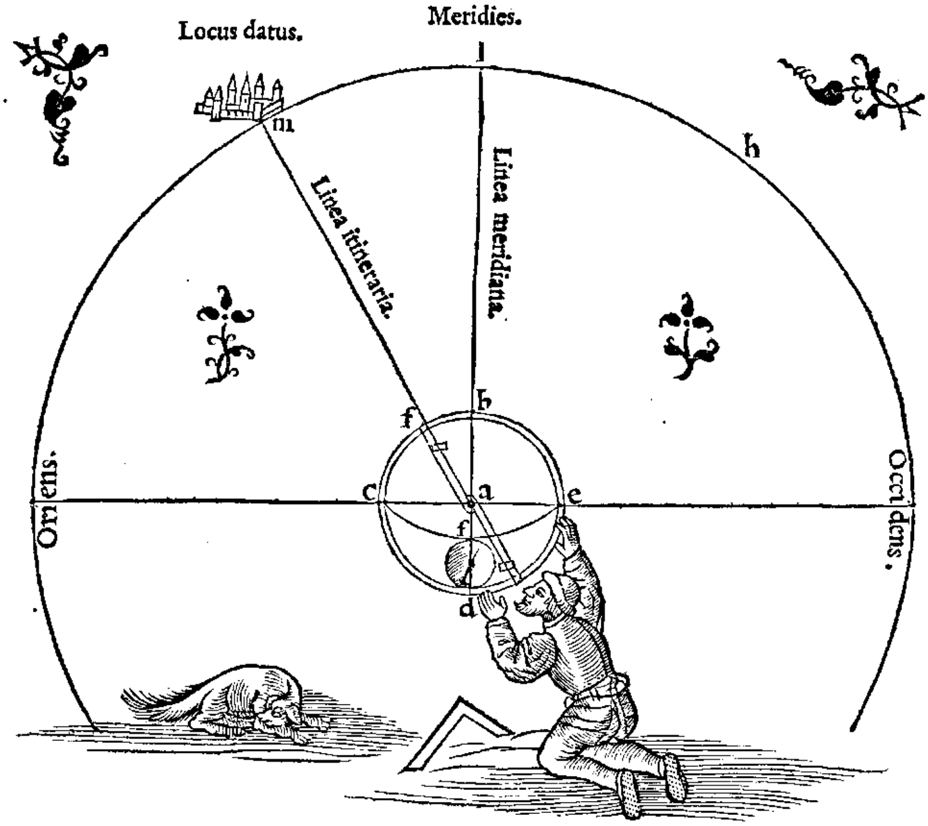
accipiendæ ac dinumerandæ ſunt elongationes. Quemadmodùm capite quarto, libri quinti noſtræ Coſmographiæ, ſeu mundanæ Sphæræ, demonſtrauimus. Tertium porrò eſt, angulus poſitionalis, ex interſectione ſupradicti arcus viatorij & Meridiani radicalis loci cauſatus: Quem Geographi poſitionis ideo nominarunt angulum, quoniam iuxta variam locorum poſitionem diuerſificetur. Horum autem duo prima, vel aliorum fida relatione, aut propria & diligenti inquiſitione & experientia diſquirenda, & veluti nota ſupponenda ſunt. Tertium verò, huiuſce Planiſphęrij geographici adminiculo, in hunc, qui ſequitur, modum conuenit obſeruare.

*Qualiter poſitionis ãgulus, per hoc inſtrumentum obſeruetur.*

¶ Collocetur igitur inſtrumentum ſuper aliquo patenti & vndiquaque libero plano, in ipſo radicali loco ad libellam de induſtria præparato: in hunc quidem modum, vt ipſum inſtrumentum Horizonti eiuſdem loci radicalis ſit parallelum, & in pyxide mobilis acus in directum propriæ & ſubſcriptæ imaginis conſtituatur, & punctum b, auſtralem reſpiciat hemiſphærij ſiue Horizontis partem, c/ortiuam, d/ſeptẽtrionalem, & e/occiduam. Immoto tandem inſtrumento, dirigatur ſuperincumbẽs regula verſus ipſum locum datum, cuius longitudinis atque latitudinis differentia reſpectu radicalis exploranda eſt: flectatúrque paulatim vltro citróque regula, quatenus locus ipſe datus, aut directa ſaltem quæ ad illum perducitur via, per vtraque pinnacidiorum foramina viſuali radio fidiſſimè deprehendatur. Nam arcus limbi ſiue Aequatoris (qui tunc loci radicalis exprimit Horizontem) inter lineam inſtrumenti meridianam b a d, & eam lineæ fiducialis ipſius regulæ partem, quæ ad datum locum dirigitur comprehenſus: propoſiti anguli poſitionalis quãtitatem propalabit. 2

*Supradictorũ exẽplaris delineatio.*

¶ In exemplum ſequentem libuit obijcere deſcriptionem: In qua Planiſphærium geographicum b c d e, cuius centrum a, & illius ſuperincumbens regula ſiue dioptra f g, Horizon loci radicalis h l m, & illius meridiana linea a b l, datus verò locus qui ad m. Huius itaque loci poſitionis angulus, ad radicalis loci Meridianum relatus, eſt l a m, orientalis & auſtrinus, ſub eadem a b l/meridiana linea, & viatorio arcu a f m/ comprehenſus. Cuius quidem anguli quantitatem, indicat arcus b f, ipſius limbi ſiue Aequatoris b c d e: is enim ſimilis & proportionalis eſt arcui l m, eiuſdem Horizontis h l m, idem cum circulo b c d e/centrum habentis, ſcilicet a.




3 De angulo autem positionis velim intelligas, qui recto minor est, cuius videlicet quantitas minor est quadrante circuli, hoc est, minus quàm 90 gradus comprehendens. Nam si talis angulus positionis, offenderetur continere 90 gradus: locus datus sub eodem foret parallelo cum ipso loco radicali, differens ab eodem sola longitudine. At si Planisphærij forsitan regula in directum lineæ Meridianæ constitueretur, nullum efficiens cum illa angulum: tunc ipsa loca sub eodẽ consisterent Meridiano, sola latitudine inuicem differentia. Is itaq; positionis angulus, subtili obseruatione examinandus est: prospiciendúmque diligenter, in quam Mundi partem siue Horizontis quadrantem inciderit.

*De quo positionis angulo intelligãt geographi.*

## Corollarium.

SI præfatus igitur positionis angulus fuerit orientalis, locus datus orientalior erit radicali: si autem occidentalis, idem locus datus occidẽtalis erit respectu radicalis. Si idẽ præterea positionis angulus fuerit australis, datus locus australior erit radicali, hoc est, ipsi Aequatori propinquior: si autẽ ad Septentrionem flectatur

*Loci positionẽ per ipsius anguli positionalis dignoscere.*

idem positionis angulus, locus radicalis australior erit ipso loco dato. Sed quanta differentia, alter supradictorum locorum orientalior, vel australior fuerit reliquo: sequenti perdisces problemate.

# Problema 3.

DAto positionis angulo, & arcu viatorio inter datum quemuis locum & radicalem (ad cuius latitudinem fabricatum est instrumentum) compræhenso: longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentiam, ex eodẽ instrumento promptissimè colligere.

*De quibus locis usus intelligatur instrumenti.*

1 ¶ Hoc tertiũ & principale problema, de ijs locis potissimũm venit intelligendum, inter quæ & præassumptum locum radicalem, non cadit excessiuum distantiæ vel itineris interuallum: vtpote 20, aut 30, vel ad summum 45 graduum, hoc est, 1250, seu 1815, vel 2812 milliariorum. Nam si præfata loca, maiore distiterint intercapedine, quàm fidelitas atque promptitudo requirat operationis: neque præfatus angulus positionis ad verum depræhendetur, neque directum eiusdem itineris interuallum ad iustam poterit redigi mensuram. Quę duo in primis requisita vel supponenda sunt, ad consequendas per hoc instrumentum longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentias.

*Angulus positionis, & distantia itineraria prius dignoscenda.*

2 ¶ Obseruato igitur iuxta præcedentis secundi problematis traditionem positionis angulo, & distantia itineraria (quæ inter datum locum, & radicalem continetur) ad vnguem explorata, & sub milliariorum redacta mensuram: conuertes ipsam distantiam itinerariam, seu interceptum milliariorum numerum, in gradus magni & viatorij circuli per eadem loca incedentis, pro quibuslibet 62 milliaribus & semimilliari vnum accipiendo gradum, & pro residua (si adfuerit) milliaris imperfecti parte, proportionatam 60 minutorum vnius gradus particulam, iuxta rationem eorundem 62 & $\frac{1}{2}$ ad ipsam partem milliaris imperfecti.

*Problematis exequutio.*

3 ¶ His in hunc modum absolutis, supputetur inuenti anguli

positionalis quantitas inter viatorios instrumẽti circulos, è loci radicalis vertice in eiusdem loci Horizontẽ progredientes, ab altera quidẽ Meridianæ lineæ medietate facto supputationis initio, & in dextram aut sinistram partem instrumẽti procedendo, prout idem positionalis angulus fuerit orientalis vel occidentalis, & in borea vel australi parte repertus. In eo deinde viatorio circulo, qui eundem præfiniet & limitabit angulum: supradictus arcus viatorius eisdem locis interceptus, & ad gradus & minuta reuocatus circuli, diligenter numerandus est, à vertice quidem loci radicalis versus limbum aut Aequatorem circulum. Per huius demum arcus itinerarij hoc modo supputati terminum, fiducialis dioptræ seu regulæ lineola/in 60 partes siue gradus distributa, ad vnguem applicetur. Arcus enim ipsius limbi siue Aequatoris circuli, inter ipsam lineam fiducialem & Meridianam comprehensus: differentiam longitudinis, qua datus locus orientalior vel occidẽtalior est radicali, illico manifestabit. Pars autem eiusdẽ lineæ fiducialis, inter illius sectionem cum præfato circulo viatorio & ipsum cadens Aequatorem: eiusdem loci dati simul exprimet latitudinem. Ipsa demum sectio prædictæ lineæ fiducialis cum eodem viatorio circulo, ipsius dati loci verticem siue positionem designabit. An verò datus locus orientalior vel occidentalior fuerit radicali (ad cuius latitudinem fabricatum est instrumentum) ex antecedentis problematis perdisces corollario.

*Differẽtia longitudinis.*

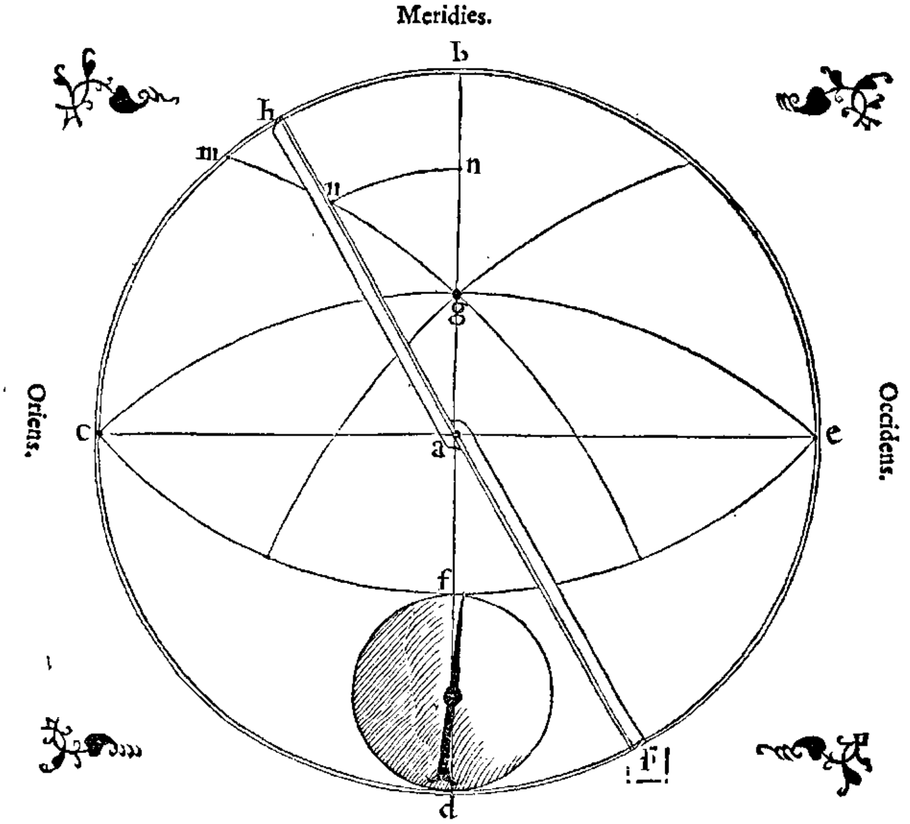
*Dati loci latitudo.*

*Sit⁹ loci dati.*

4 ¶ Resumatur in maiorem supradictorum elucidationẽ, depicta primo problemate ad Parisiensem latitudinem ipsius instrumẽti figura: summaria saltem illius delineatio. supponatúrq; in exemplum, obseruatus positionis angulus fore orientalis & austrinus. Is igitur in ortiuo & australi eiusdem instrumẽti quadrante a b c, inter viatorios circulos supradicto modo supputatus, repręsentetur per angulum b g m: viatorióq; circulo g m/terminetur. In quo circulo, viatorium segmentum, seu reductũ itineris interuallum, radicalem & datum locũ interceptum, à puncto g/versus m/supputetur: finiatúrq; pũcto n. Et traducta per ipsum pũctũ n, fiduciali regulæ linea a h/in 90 partes distributa: ea secet limbi siue Aequatoris quadrantem b c, in ipso puncto h. Aio itaque primùm, idem punctum n, ipsius dati loci verticem, positionémve designare: Arcum insuper b h, eiusdem loci dati atque radicalis longitudinalem exprimere

*Supradictorũ exemplaris elucidatio.*

differentiam: Partem verò eiusdem lineæ fiducialis h n, boream ipsius loci dati præfinire latitudinem. Et proinde ipsa fiduciali linea a n h, in directum lineæ Meridiane a g b/ad amussim applicata: portio illius g n, latitudinalem eorundem locorum differentiam illico manifestabit. Concludes igitur, ipsum locum datum orientaliorem atque australiorem esse radicali, iuxta repertas longitudinis atque latitudinis differentias.




*Notandum.* ¶ Haud dissimiliter operandum esse iudices, vbi supradictus positionis angulus, in alium quemuis patentis hemisphærij quadrantem inciderit: sed infima Aequatoris seu limbi parte vtendum fore non ignorabis, cùm ipse positionis angulus borealem respexerit eiusdem hemisphærij partem. Nec obliuiscaris oportet, quoties idem positionis angulus fuerit rectus, tunc viatorium arcum longitudinalem eorundem locorum exprimere differentiam: & ipsa loca, eandem ab Aequatore possidere latitudinem.

# Problema 4.

COgnita longitudine atque latitudine tam radicalis, quàm alterius dati cuiuſcunque loci: arcum viatorium eiſdem locis interceptum, vnà cum poſitionis angulo, ſub eodem arcu viatorio & Meridiano loci radicalis comprehẽſo, verſa vice reddere notum.

*Supponẽda in huius problematis executionem.*

1 ¶Supponimus itaq; alterum locorũ fore radicalem, & ad illius latitudinem ipſum geographicum Planiſphærium eſſe cõſtructum: vtriuſque inſuper loci longitudinem, ſiue adminiculo præcedentis libri noſtri, ſiue ex ijs quæ capite tertio libri quinti noſtræ Coſmographiæ tradidimus, aut aliunde fore notam: vtrunq; præterea locum, borealem habere latitudinem. Subtrahes igitur minorẽ longitudinem, à maiori: & differentiam numerabis in limbo aut Aequatore inſtrumenti, à linea eius Meridiana verſus ortiuam aut occiduam eiuſdem inſtrumenti partem, prout datus locus orientalior vel occidentalior fuerit ipſo radicali. Fini autem ſupputationis applicabis lineam fiducialem ſuperincumbentis regulæ ſiue dioptræ: eam ſcilicet partem, quæ in 90 gradus diuiſa eſt. Numerabis conſequenter in ipſa hoc modo quieſcente regula, ab illius extremo verſus inſtrumenti centrum: ipſius dati loci latitudinem. Quo facto: animaduertes diligenter eum viatorium circulum, qui per ipſius numeratæ latitudinis finem educitur. Arcus enim eiuſdem viatorij circuli, inter ipſius latitudinis finem, & loci radicalis verticem comprehenſus: indicabit gradus & minuta ſægmenti viatorij, ſeu directi itineris, inter eundem radicalem & datum locum incidentis. Arcus porrò Aequatoris ſiue limbi, inter ipſum viatorium circulum & lineam inſtrumenti Meridianam comprehenſus: poſitionalis anguli quantitatem ſimul propalabit.

*Traditio problematis.*

*Huius problematis exemplum.*

2 ¶Horum autem exemplum, ex ipſa precedentis tertij problematis potes elicere figura. In qua, differentia longitudinalis nota, ſit b h: & ad punctum h / applicata fiducialis regulæ linea, quæ in 90 partes diuiſa eſt, a n h. Et in ea dati loci ſupputata latitudo (quę nota ſupponitur) ſit h n. Per ipſum autem punctum n, tranſeat arcus viatorius g n m. Aio itaque ſegmentum g n, metiri viatorium &

directum supradictorum locorum interuallum: Arcum autem b h m, anguli positionalis, quem facit idem arcus viatorius cum linea Meridiana loci radicalis, ostendere quantitatem. Ipsum deniq; viatorium graduum & minutorum interstitium, in milliaria (si volueris) promptissimè reuocabis, dando vnicuique gradui millia passuum 62 & $\frac{1}{2}$: ex ipsis autem milliaribus, quas volueris leucas vel facilè compones.

# Problema 5.

PLanisphæriũ ipsum geographicum, in ampliorem magísque vniuersalem redigere contexturam: idémque pluribus radicalium locorum simul coaptare latitudinibus.

*Vt ampliandum pro locis australibus instrumentũ.*

¶Cùm datus radicalis locus, admodùm vicinus fuerit Aequatori, modicam ab eo obtinens latitudinem: non erit incommodum extra eundem Aequatorem, prefatum ampliare tunc instrumentũ, hoc est, eidem Aequatori liberum pro locis australibus circunscribere latitudinis interuallum. Et circumpositũ propterea limbum, Aequatori concentricum & proportionalem, loco ipsius Aequatoris, in quatuor quadrantes, & quadrantem quemlibet in 90 partes suprascripto modo distribuere: ipsósque parallelos, & viatorios circulos, vsq; ad interiorem eiusdẽ limbi continuare periphæriam. Vt in Astrolabio, seu vulgato Planisphęrio, respondẽter obseruare consueuimus: Et succedens figura demõstrat. 1

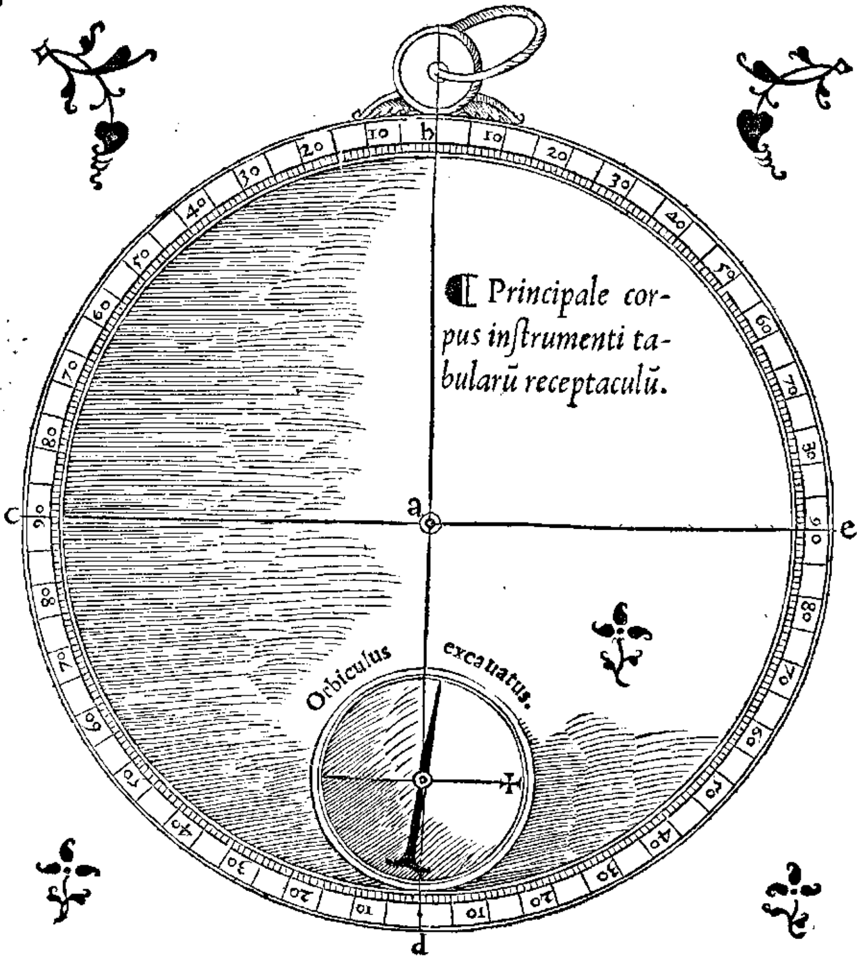
*De dioptra, seu superincũbente regula.*

Sed operæpretium erit tunc, superincumbentem regulam siue dioptram in vtranque producere partem: & diuisiones alterius medietatis eiusdem regulæ, extra ipsum Aequatorem, ad limbum vsque gradatim extendere, ac ipsis australibus locis respondenter coaptare. Hoc enim pacto, idem instrumentũ singulis locis tam citra quàm vltra Aequatorem, & intra limbum ipsum comprehensis, indifferenter adcommodabitur. Imò si quis vellet absolutum ex omni parte conficere instrumentum: includendus esset intra limbum ipsum, integer loci radicalis Horizon, reliquis omnibus (veluti primo narrauimus problemate) proportionaliter coextensis.

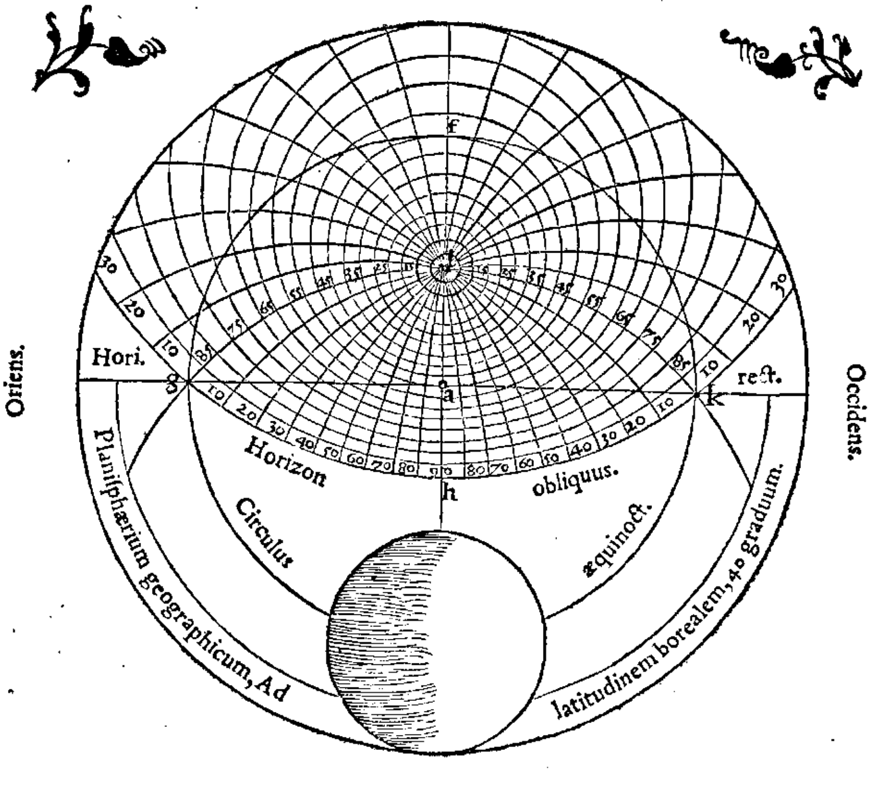
2 ¶ Adde quòd si quispiam geographicarum obseruationum studiosus, molestum forsitan ac importunum existimauerit, idem instrumentum toties renouare, quoties locus radicalis sensibiliter variatus extiterit: is poterit prima fronte instrumentum ipsum pluribus planis siue tabellis, ad liberas locorum radicalium latitudines delineatas ornare. Vt in vulgari Astrolabio, Astronomicóve Planisphærio obseruari cõspicimus. Sed operæpretium erit tunc, principale corpus instrumenti, commune prædictarum tabellarum receptaculum, tali artificio præparare: vt solus limbus, & mobilem acum deferens orbiculus, pro earundem tabellarum multitudine prominens sit & eleuatus: & ipsæ tabellæ intra limbi cõcauitatem, & circa eundem orbiculum (facta in qualibet tabella, ad ipsius orbiculi rotunditatem excauatura, seu fenestella) recipi, & absque vacillatione coniungi facilè possint: ijs quibus vtendum erit tabellis, ad æquatam superficiem cum ipso limbo & orbiculo, dimetientibúsque tabellarum & limbi inuicem conuenientibus: atque (vt summatim finiam) tabellis omnibus, vnà cum volubili regula clauo quodam per medium omnium centrum educto de more coniũctis & colligatis. Quẽadmodùm ex ipsius Astrolabij, seu Astronomici Planisphærij, potes elicere fabricatura: & succedentes figuræ, in maiorem omnium supradictorum expressionem adiũctæ demonstrant. Quarum prima, scilicet b c d e / circum a / centrum descripta: principalis corporis repræsentat effigiem. Secunda verò, vtpote f g h k (cuius centrum itidem a) peculiarem loci radicalis, 40 gradibus ab Aequatore distantis, exprimit contexturam, suis parallelis & viatoribus circulis, circa eiusdem loci radicalis verticem l / delineatis ornatam, & ad 20 gradus australes ab eodem Aequatore coextensam. Cuiusquidẽ figurę Aequator g f k: obliquus autẽ Horizõ g h k. Quibus subscripta est dioptra siue regula m a n o: cuius pars a n o, in vtriusq; latitudinis gradus, borealis inquàm n a, & australis n o / distributa est. Sed memineris oportet, ipsum excauatũ orbiculum, in quo scilicet mobilis & directoria reponitur acus, ad quantitatem illius interualli fore tũc fabricandum, quod sub illius loci radicalis Horizonte cõtinetur, qui maiorẽ inter alia loca possidet ab Aequatore latitudinẽ: Ne videlicet alicuius prædictarum tabellarum, ad cæterorum radicalium locorum latitudines descriptarum, principalium circulorum interrumpatur harmonia.

*Vt pluribus radicalibus locis accommodãdum sit instrumentum.*

*Succedentium figurarum declaratio.*

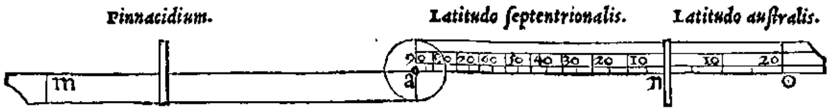



*Prima figura, quæ matrem instrumēti, generalémue tabulam repræsentat.*




*secunda figura, quæ particularium tabularum, ad liberas locorum radicatium latitudines fabricatarū imitatur effigiē.*

*Figura dioptræ, seu regulæ super instrumenti facie reponendæ.*




TRIVM INSIGNIORVM, ET HACTENVS *desideratorum operum Mathematicorum, De Circuli videlicet quadratura, eiúsque dimensione, & ratione circunferentiæ ad diametrum: De regularium insuper & multangularũ omnium figurarum descriptione: Ac de locorum inuenienda longitudinis differẽtia, aliter quàm per lunares eclipses: Vnà cum Planisphærio geographico: Authore Orontio Finæo Delphinate, Regio Mathematicarum Lutetiæ professore,*

FINIS.

IOANNIS ROVETII SENONENSIS,
*Medici, in Orontiomastigem, scazon.*

ZOile Gigantum frater, ecquid omnibus
Omnia miser sic inuides? dic perdite?
Cur inuides illi inuidiam, qui non tibi
Illam inuidet? Qui sis studebo prodere
Vt miseriorem, quàm putes, omnibus ego
Te faciam. Habet FINAEVS insignem Genium,
Non patitur vt te nominem: ne forte tibi
Fortuna plaudens iure succenseat. Age,
Si nomen edo, ne malè hoc tibi inuideas,
Timendum etiam fuerit: ero quod tibi minùs
Esse potes. aude pauca, non paucos habet
FINAEVS amicos. Tu deum hostem ac homines.

*Errata aliquot notatu digniora, impressoriæ artis labilitate commissa.*

Facie 39, Corollario 3: legendum (vt 3 & $\frac{2}{15}$, ad 1)
Facie 48, linea 2: legendum, triangulo a b c/circunscripto.

*Registrum huius operis*

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 |
| | A | B | C | D | E | F | G | H. |