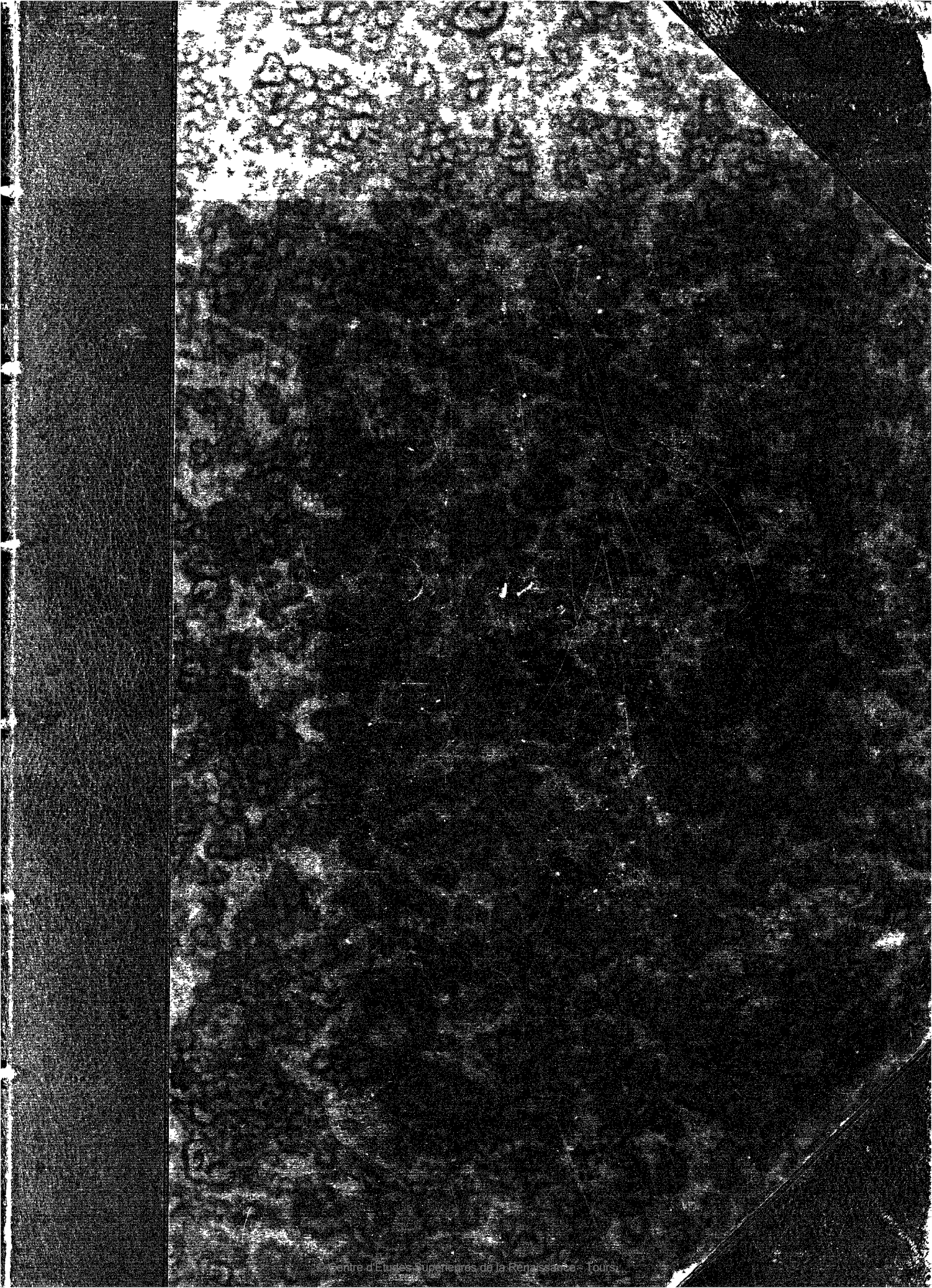


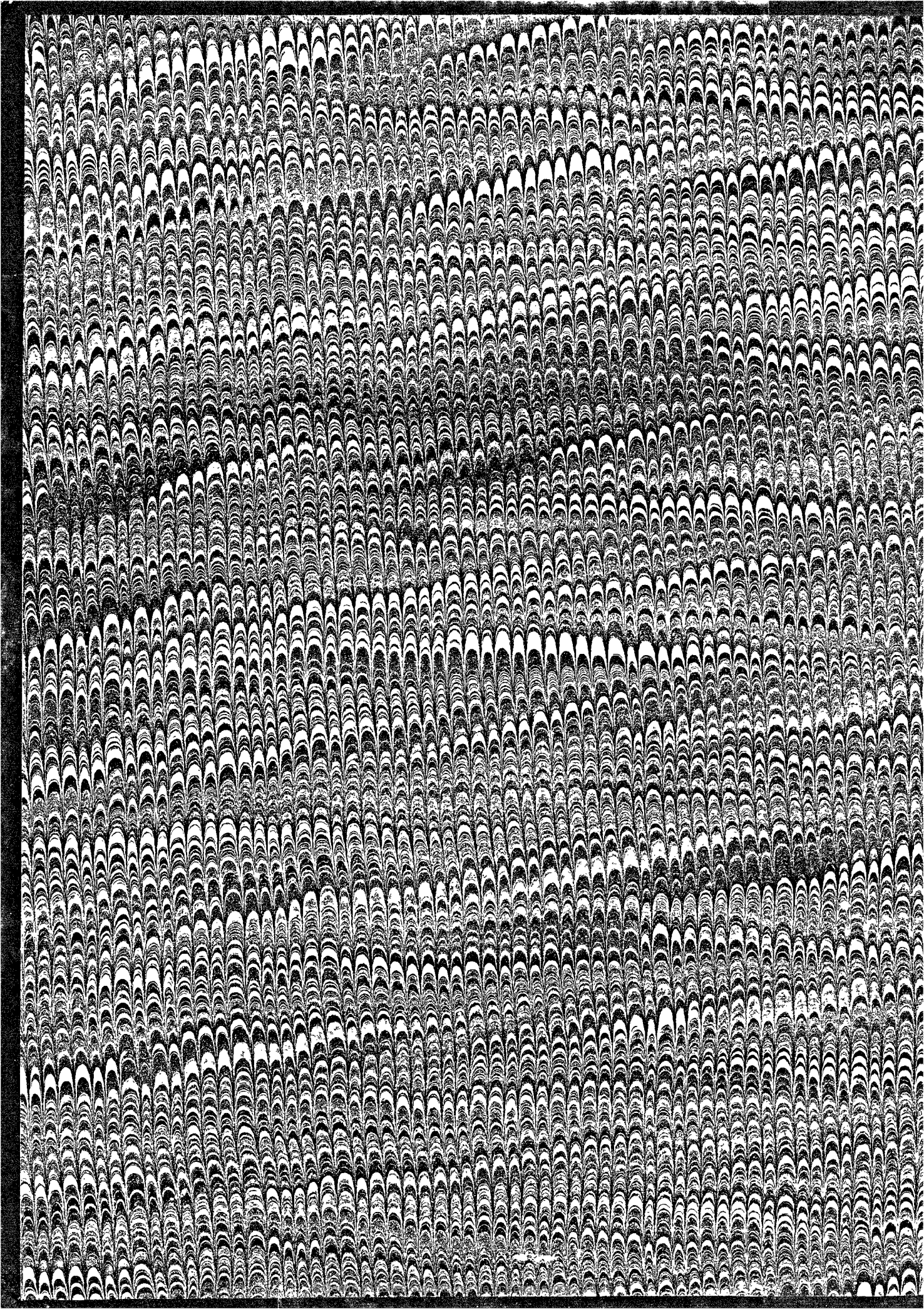
Les Bibliothèques Virtuelles Humanistes

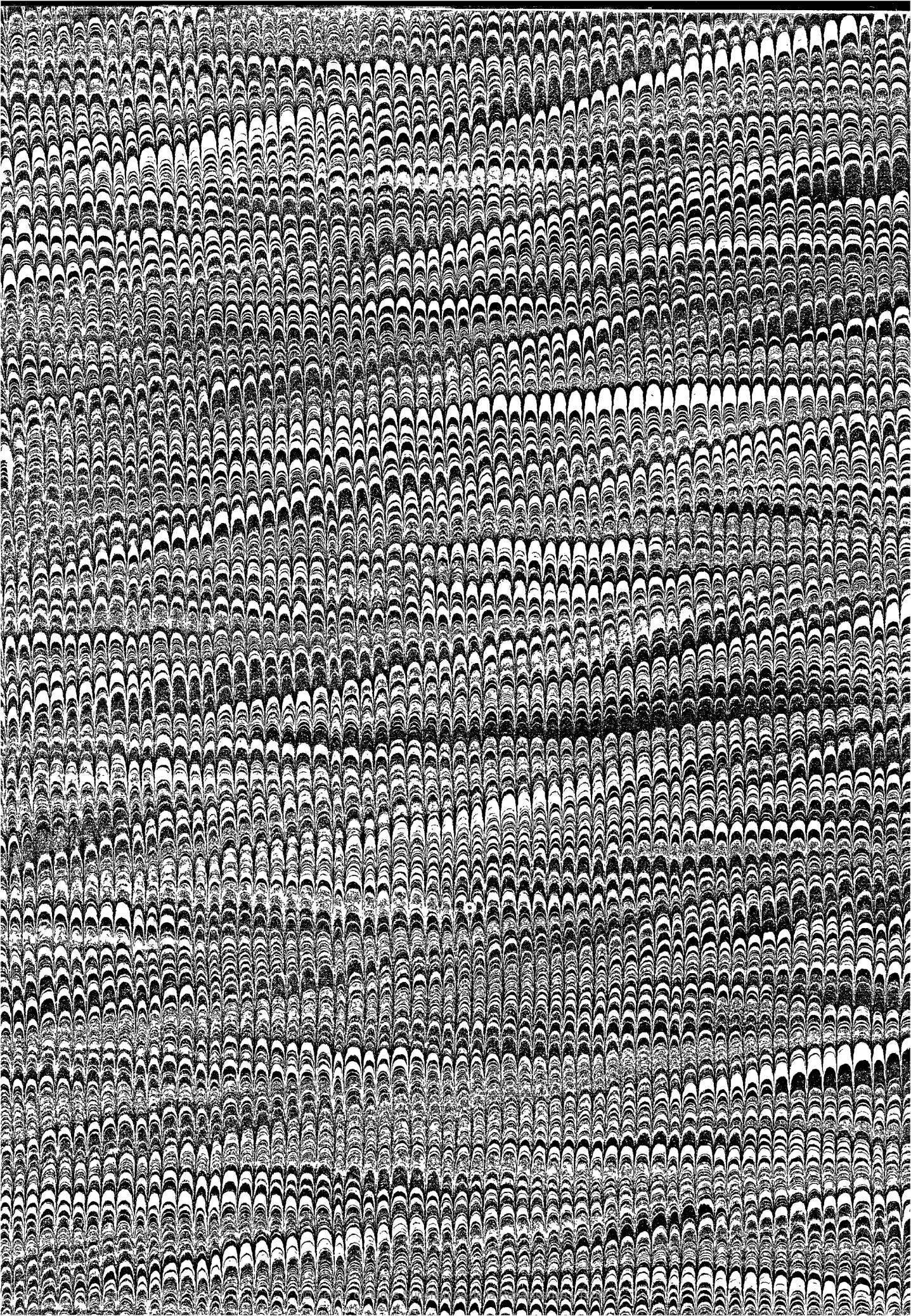
Extrait de la convention établie avec les établissements partenaires :

- ces établissements autorisent la numérisation des ouvrages dont ils sont dépositaires (fonds d'Etat ou autres) sous réserve du respect des conditions de conservation et de manipulation des documents anciens ou fragiles. Ils en conservent la propriété et le copyright, et les images résultant de la numérisation seront dûment référencées.
- le travail effectué par les laboratoires étant considéré comme une « oeuvre » (numérisation, traitement des images, description des ouvrages, constitution de la base de données, gestion technique et administrative du serveur), il relève aussi du droit de la propriété intellectuelle et toute utilisation ou reproduction est soumise à autorisation.
- toute utilisation commerciale restera soumise à autorisation particulière demandée par l'éditeur aux établissements détenteurs des droits (que ce soit pour un ouvrage édité sur papier ou une autre base de données).
- les bases de données sont déposées auprès des services juridiques compétents.

Copyright - © Bibliothèques Virtuelles Humanistes







TAX

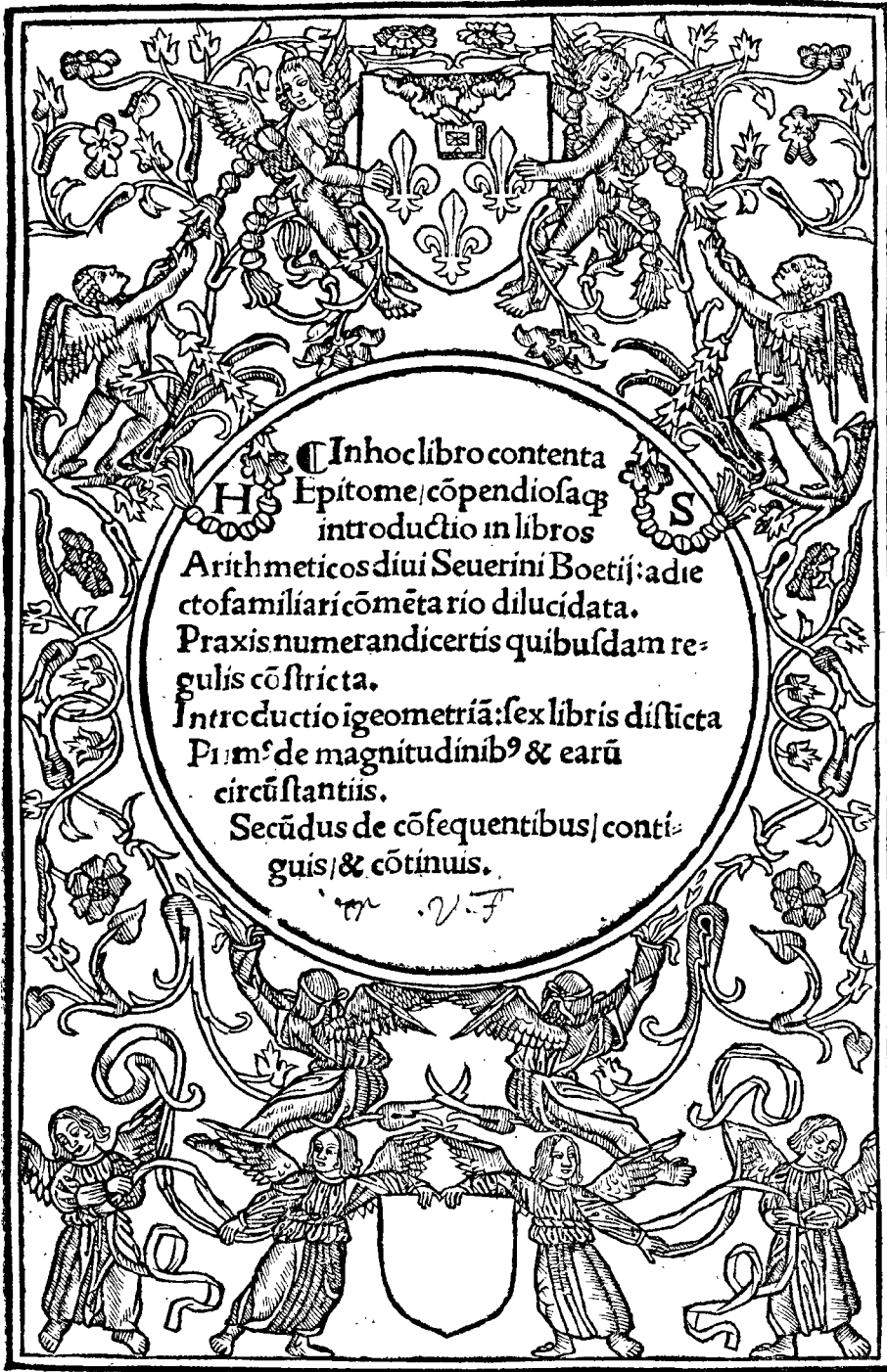
1000

24

S
17
34

1
Lecture d'Étapes

12002



¶ Tertius de pūctis. ¶ Quartus de lineis. ¶ Quintus de superficiēb⁹.
¶ Sextus de corporibus. ¶ Liber de quadratura circuli. ¶ Liber de cubica
tione sphere. ¶ Perspectiua introduc̄tio. ¶ Insuper astronomicon.

Introductio

Iacobus Faber Stapulensis Magnifico dño Ioanni Stephano
Ferrerio designato Episcopo Versellensi studiorū amantissimo.



Is diebus metallicis formulis arithmetices pariter atq; musices
commisissis elementis / cogitanti michi dignissime presul quid il-
lorum facilem prepararet intelligentiā: occurrit li introductio
quedā ex diuina illa & Pythagorica diui Seuerini Boetij nū-
merorū institutione in medium arretetur / que & vt domestica fa-
miliarisq; ante aliorum lectionem & tanta demonstrationum
pondera directrix haberetur. Ita enim ferme cōparatum est vt nisi mēs rite
preparata fuerit: nullū in disciplinis capiat emolumentū. Vt enim periti me-
dici poriones / digerentiaq; / fortibus premittunt pharmaciis quo firmiorem
inducāt valitudinē: ita quoq; in oī disciplinarū genere / opere preciiū est itro-
ductiones premittere vt faciliorem assequamur discipline intelligentiā / velut
quandā perfectā nostre mētis sanitatem. Quapropter ilico ex libris diui Se-
uerini epitomen sū aggressus: cuius multiplex cōmoditas futura est. Ea enī
assecuta ad numerorū demōstratiōes vt quibusdā Pythagore ritibus initiati
preparatiq; accedent / atq; illorū librorū prisca sapientia refertorū instituti-
onis arithmetices: perfacilem capessent intelligentiam. imo ex vltima cōpa-
rationis diui Seuerini & Iordani formula: vnuerfā elegātissime & nunq̄ satis
laudate numerorū institutionis cōmentationē consequentur facillime / & ad
quecūq; que numerorū desiderāt operā / viā perfacile atq; aditū. Hanc ergo
introductiūculā dignissime presul nō dubitavi nomini tuo designare: tamen
si tue dignitatis habita ratione res sit exigua. Vt quī norim q̄ feruid⁹ omnia
studia complecteris / q̄ in illis versaris assiduus / schole prope Socratice affer-
tor: nullū preter sapientiam bonū esse / nullū in preter studia litterarum. Non
potest ergo obseruantia in te mea in relitteraria grata nō fore / qui facis litte-
ras litteratosq; omnes obseruando: vt te debeant oēs obseruare littere. quod
vtinam aliquando pro dignitate facere possim / tue virtutis iam satis lōga cō-
suetudine probate: iugis / assiduusq; cultor. Vale.

Iudocus Clichtoueus Neoportuensis Ioanni Molinari
bonarum litterarum studijs deditissimo.



Nter eas disciplinas (q̄ mathemata greci vocāt) due arith-
metica & geometria precipuū sibi locum vendicant mi Ioan-
nes iprimis charissime: q; ad ceteras assequendas viā sternāt /
ipsisq; ignoratis nequicq̄ reliquis ediscendis prestetur opera.
Quis enī arithmeticam non edoctus: musicen sane intellexe-
rit? Quis itē geometriē expt⁹: inspectiuā aut astronomiā pbe-
calluerit? quandoquidē hisce duabus cetera matheseos partes subijciant / ex
ipsisq; pendeāt. Quarū prior arithmetice nūeros absolutos / eorūq; affecti-
ones determinat: ad diuinorū cōtemplationē prischorū iudicio accōmodatis-
sima / & grauissima Pythagore autoritate mirū in modū illustrata / qui pri-
mus quidē numerorū perscrutator habitus est / eorūq; indagatricē arithme-
ticam posteris reliquit cōmendatissimam. Is enim ad celestia dispicienda il-
lorū presidio vsq; adeo euectus fuisse creditur: vt de eo non absurde cecinisse

Pythago-
ras.

videatur Ouidius.

Ouidius.

Isq; licet celi regione remotus
Mente deos adit: & que natura negabat
Visibus humanis / oculis ea pectoris hausit.

His etiam a stipulat Plato / scribens in Epinomide inter omnes liberales ar- Plato.
tes & scientias contēplatrices / precipuā maximeq; diuinā esse scientiā nūerā-
di. Interrogatus itē cur homo animal esset sapientissimū : respondisse fertur
quia numerare nouerit. Cuius quidē sentētie et Aristoteles meminit in pro- Aristoteles
blematis. Et sane nō ab re. nempe id / numero inquā rerū discernicula discre-
tionescq; dinoscere : inter animalia dūtaxat homini (vt qui sol⁹ oīm rationis
sit particeps) cōcessum esse perq; exploratū est. Altera autē mathematice ps
(quā geometriā dicūt) circa magnitudines / earumq; proprietates versatur:
quā cū plurimū Archimedes Syracusanus (cui / vt inquit Plinius / studium Archime-
vitam ademit: at nominis immortalitatē prestetit) suo ingenio celebratissimā des.
effecit. Is etenim teste Plutarcho machinamētis geometrica ratione excogi- Plinius
tatis: Marcelli Romanorum ducis (cum Syracusas obsidione premeret) vi- Plutarcho
ctoriā multos dies remorat⁹ est. Et hanc quoq; disciplinā ad diuinā anago- Marcellus
gen / assurrectionēq; q̄ plurimū conducere putauit antiquitas: que per circu-
los / sphaeras / triquetra / pyramidasq; & cetera id genus / imprimis ardua cogni-
tuq; dignissima peruestigari posse contendit. Hec plane mecū animo reuol-
uens: non inuile ratus sum ad priorem mathematice partē vtpote arithme-
ticen indispēndā pro viribus quippiā adminiculi afferre. Proinde familia-
rem cōmentariū ad iicere studui ad epitomen / compendiariāq; numerorum
introductionē a preceptore meo Iacobo Fabro Stapulensi merito michi pre-
ceteris obseruando (quē & ipse singulari beniuolentiā prosequeris / & sūmo-
pere colis) superiorib⁹ annis elaboratam ex institutione numeraria diui Se-
uerini Boetij latinorū philosophiam sectantiū facile principis. Introductio-
nes preterea in geometriā & perspectiuā Caroli Bouilli (cuius ingeniu sane
i mathematicis p̄spicacissimū est) adiūcte sūt. Et astronomicon qd̄ dā Iaco-
bi Stapulensis: cuius & superiorē cōmentati sum⁹ arithmetican epitomen.
quo omni ex parte i quadriui studia nostra iuuēt. Hos autē nostros quātū-
loscūq; labores tibi doctissime Ioānes dicādos / nūcupādosq; statuim⁹: quo
& nostrā in te beniuolētiā atq; obseruationē aperte testificaremur / & bo-
narum litterarū studiose iuuentuti (q̄ tuo moderamine auspiciatissime regit)
ad pmouenda eius studia vtcunq; consuleremus. Enimvero hac ope adiūti
ingenui adolescentes: nō modo logicis & physicis disciplinis imbui commo-
dius poterunt: verū etiam & mathematicis / que ad animū liberaliter institu-
endum apprime conferūt: & ad dialecticas naturalesq; scientias / non asper-
nandas suppetias ferūt. Et sane ad eas magnopere anniti / generoseq; aspira-
re debēt: quicunq; dexteriore nati sūt ingenio / bonarūq; studio litterarū in-
tegre sunt addicti. Hanc itaq; nostrā lucubratiūculā benignus accipe / eamq;
tuis auspiciis in ceteros transfundi (qui certe tibi q̄ plurimū debebunt: q̄ hec
& multo ampliora tibi debeamus) facilis admitte.

Vale

a ij

Introductio.

Clacobi Fabri Stapulensis Epitome in duos libros Arithmeticos diu Seuerini Boetij ad Magnificum dominum Ioannem Stephanum Ferrerium Episcopum Verfellensem.



Inter disciplinas mathematicas quibus neglectis ois obscura disciplina: tanq̄ ceterarū parēs/dux atq̄ dñā/pri- mū sibi vindicat arithmetice locū. que v t rite cognoscat/ quēadmodū & cetera/certis eget admiculis. inter q̄ pri- mo mētifigēda est vniuersorū circa q̄ versat̄ subiecta for- mula/mox singulorū diffinitōes / post q̄s nūerorū affe- ctōes / pprietatesq̄ / post pprietates : quo ex loco vniuersē sūt mōstrāde.

Formula vniuersorum circa que negociatur Arithmetica.

Numerus					
Secundū se	2.	Sesquiquintus	6.5.	Antelongiot	15.
Ad aliquid	4/2.	Superpartiens		Solidus	
Secundū figurā	3	Superbipartiens	5.3.	Pyramis	4.
Numerus secundū se.		Supertripartiens	7.4.	Cubus s. Latus	2.
Par	2.	Superquadripartiens	9.5.	Pyramis	
Impar	3.	Superquintupartiens	11.6.	Trigona	4.
Par		Supersextupartiens	13.7.	Tetragona	5.
Pariter par	4.	Multiplex superparticularis		Pentagona	6.
Pariter impar	6.	Duplus sesquialter	5.2.	Hexagona	7.
Impiter par	12.	Duplus sesquitercius	7.3.	Perfecta pyramis	30.
Perfectus	6.	Duplus sesquiquartus	9.4.	Curta pyramis	29.
Diminutus	4.	Triplus sesquialter	7.2.	Biscurta	25.
Abundans	12.	Triplus sesquitercius	10.3.	Tricurta	41.
Impar		Triplus sesquiquartus	13.4.	Laterculus	18.
Primus	3.	Multiplex superpartiens		Asser	12.
Compositus	9.	Duplus supbipartiens	8.3.	Cuneus	24.
Ad alterum pri- mus	9.25.	Duplus suptripartiens	11.4.	Numerus circularis	25.
Numerus ad aliquid		Duplus supquodripartiens	14.5.	Sphericus	125.
Equalitas	10.10	Triplus supbipartiens	11.3.	Parallelepipedus	12.
Inequalitas	10.5	Triplus suptripartiens	15.4.	Medietas	6.4.2.
Inequalitas		Triplus supquodripartiens	19.5.	Arithmetica	6.4.2.
Maiores ineq̄.	10.5	Numerus secundum figuram		Geometrica	9.6.4.
Minor ineq̄.	5.10	Linearis	2.	Musica	6.4.3.
Maiores inaequalitas		Planus	4.	Arithmetica	
Multiplex	2.1.	Solidus	8.	Continua.	6.4.2.
Supparticularis	3.2	Planus		Disiuncta	7.5.6.4.
Suppartiens.	5.3	Trigonus	3.	Geometrica	
Multiplex		Tetragonus	4.	Continua	9.6.4
Duplus	2.1.	Pentagonus	5.	Disiuncta	9.6.3.2.
Triplus	3.1.	Hexagonus	6.	Quarta medietas	6.3.3.
Quadruplus	4.1	Heptagonus	7.	Quinta medietas	5.4.2.
Quicuplus.	5.1.	Octogonus	8.	Sexta medietas	6.4.1.
Supparticularis.		Ennagonus	9.	Septima medie.	9.8.6
Sesquialter.	3.2.	Decagonus	10.	Octava medietas	9.7.6.
Sesquitercius.	4.3	Endecagonus	11.	Nona medietas	7.6.4.
Sesquiquartus.	5.4.	Dodecagonus	12.	Decima medietas	8.5.3.
		Altera partelongio	6.		



Numerus: est multitudo ex vnitatibus aggregata.

Numerus scdm se sūpt⁹: ē numerus qui i cōparatione ad alterū minime cōsiderat / neq; vt ad figuras geometricas applicatur.

Numerus ad aliquid: est qui in cōparatione ad alterum sumptus consideratur.

Nūer⁹ scdm figurā dicit: put ad figuras geometricas applicat.

Numerus par: est qui in duo equa diuidi potest.

Numerus impar: est qui in duo equa minime diuidi potest.

Numerus pariter par: est numerus par cuius partes in duo equa ad vnitate vsq; sectionem recipiunt.

Numerus pariter impar: est numerus par cuius media equalium partitionē non admittunt.

Numerus impariter par: est numerus par cuius media equaliū partitionem admittunt / sed partium in duo equa partitio citra vnitatem deficit.

Numerus perfectus est numerus par: cuius omnes composite simulq; accēpte partes / sui totius summam implent. Pars est que aliquoties sūpta neq; excrecendo neq; deficiendo suum totum metitur.

Numerus diminutus: est cuius collecte partes minus ipso toto reddunt. qui et imperfectus dicitur.

Numerus abundans: est cuius in vnum adacte partes toti⁹ summam excedunt. qui & idem superfluous nuncupatur.

Numerus primus est numerus impar: qui sola vnitate metitur. & idem quoq; incompositus nominatur.

Numerus compositus est numerus: quem non sola vnitas sed & alter numerus ipsum mensurat. qui & idem secundus appellatur.

Numerus solum ad alterū primus est numerus qui secundū se cōpositus est: ad alterū vero cōparat⁹ / sola cū illo communi metitur vnitate. Par. impar.

¶ Iudoci Clichtouei Neoportuensis in Epitomen arithmetice Iacobi Fabri Stapulensis commentarius.



Mathematice discipline sūt que peculiarem quantitatis determinationē curāt. aut continue / vt geometria & astronomia. Geometria quidem magnitudinis simpliciter: astronomia vero magnitudinis orbiū celestium. Aut discrete: vt arithmetica & musica. Arithmetica quidē numeri absoluti: musica vero numeri harmonici. His neglectis: omnis sane obscuratur disciplina. q; discipline oēs relique: earum egent presidio / haud minus q; grammaticae aut logice. Non enim in naturali philosophia rectam magnitudinum assequetur intelligentiā: qui geometric fuerit expertus. nec proportionum virtutis motiue ad mobile plane capiet: qui arithmetice sit ignarus. In morali aut philosophia de iusticia cōmunium distributiua / cōmerciorumq; commutatiua quis apte disseret: arithmetice medietatem & geometricā nō exacte percillens? Deniq; ad diuina asurgendi preclusa est facultas si mathematicarū disciplinarum desit presidium: que vel maximum prebent diuinorum cognoscendorum adimniculum. Hinc philosophus in logicis & physicis sepi⁹ adducit exempla mathematica: q; adolecētum animos mathematicis disciplinis esse institutos supponat / anteq; logicam aut naturalem philosophiā aggrediantur.

¶ Inter illas autem arithmetica primum vendicat locum: q; ceteris geometria / musica / astronomia sit prior. Geometria quidē: q; de abstractionib⁹ sit & simplicioribus / vtpote numeris absolutis / a quib⁹ geometricarū figurarū vocabula suā sumūt denominationē. vt triangulus a tribus / quadrangulus a quatuor. Itaq; sublatis numeris: aufertur triangulus & quadrangulus

Intr oductio

Euclides.

drangulus. At si triangulus remoueat & quadrangulus: nō est necesse tria & quatuor sustolli. quare ex priorum/ posteriorumq; cōditione cognoscuntur numeri magnitudinibus priores. ¶ Proinde Euclides in septimo/ octauo/ & nono libris sue geometricæ de nūeris determinat & diuisit: q; eorū cognitio ad pportiones magnitudinū cognoscendas sit summo necessaria. Porro cū arithmetica numerū simpliciter cōsideret/ musica uero nūerū harmonicū/ sitq; hæc subalternata illa uero subalternās: pspiciū est arithmetica musica priorē esse. Cū itidē geometria de magnitudine absolute determinet/ astronomia uero de magnitudine orbiū celestiu ipsi geometriæ subalternata: cōstat & geometriā astronomia priorē ee. quare arithmetica q; geometriā pcedere ostēsa ē: & ipsā astronomiā a terre cognoscit. Q; demū priorē prius est: & posteriore prius erit. Omitto q; supputatiōes motuū celestiu/ defectuu sol aut lune line arithmetica recte haberinō possint. ¶ Ut aut arithmetica cognoscat: idiget admiculo itroductiōis sicut & alie oēs discipline. Prelēs qdē itroductio quatuor p̄cipue p̄trat. Primo oim q; arithmetica cōsiderat/ certa serie collectorū diuisionē. sc̄do eorū dē diuisionē. tertio nūerorū p̄prietates eodē ordine subiūctas. quarto formulā ostēdentē ex quo loco sigule p̄prietates demō-

Jordanus.
Boetius.

strentia Jordanus/ aut declarēt a duo Severino Boetio. ¶ In istis aut diuisionibus iprimis obseruādū ē: q; diuisiū repetat si cū mēbris diuidētib; . vt nūerorū pariū aliū est par diminutū/ aliū par abūdas. cū etiā ipares diminuti & abūdāres iueniāt. Sic nūerorū ipariū alius est ipar primū/ aliū ipar cōpositus/ alius ipar ad alterū primū. cū pariū indē aliq; primus sit/ aliq; cōpositus/ & aliq; ad alterū primus. Preterea i diuisiōe maioris ineq̄litas p̄ mēbra simplicia (vt authores facillitate solēt) itelligēda sūt cōposita. vt ex primo & secūdo mēbro: q̄rtū/ sc; multiplex supparticularis. Et ex primo & tertio quitū sc; multiplex supparties Ex sc̄do aut & tertio non potest cōponi mēbrū/ neq; ex primo/ secūdo & tertio simul iūctis: q; ratio supparticularis & suppartietis repugnātes sint/ eidēq; minime cōpetere numero possint. Et quēadmodū ex vnus relatiuorū diuisione/ alterius diuisione cognoscit: ita ex vnū diuisiōe alteri diuisiō. nā cōsimiliter diuiditur. vt minor in equalitas: i eadē species i quas maior ineq̄litas p̄posita p̄pone sub/ noib; species minoris ineq̄litas. vt i submultiplicē/ subsupparticularē/ subsuppartientē/ submultiplicē subsupparticularē/ submultiplicē subsuppartientē. quarū q̄libet deide i p̄prias species diuiditur. Postea nūerus sc̄dm figurā: analogia magnitudinū diuidit i linearē/ planū siue supficialē/ & solidū corporeūq;. Planū ad similitudinē figure rectilinee spēs habet a nūero angulorū sup̄tas: vt trigonū a tribus angulis denotatū/ & tetragonū a q̄tuor. & ita p̄grediēdo nō modo ad dodecagonū/ duodecicq; angulorū nūerū/ uerūeniam i infinitū quēadmodū series nūerorū crescit. qdē etiā i spēbus maioris in equalitatis aut minoris noiandis seruādū est. Nā nō solū ille sunt q; in formula exprimunt: sed & alie cōtinua p̄gressiōe quātūlibet fiat sup̄te. Demū ea q; quarto ponūtur limite fere in medio: nō sunt noua mēbra diuidentia sed declaratiua exemplorū mēbris quib; respōdēt subiūctorū. Nepe cū curte pyramidis ex numeris tetragonis simul iūctis nascātur: subnectūtur exēplo pro qualibet specie curte pyramidis/ posito sūt tetragoni ex quib; cōsurgit. vt curte pyramidis 25: tetragoni sūt 16. 9. 4. Nā tres illi tetragonales nūeri si iūcti cōstituūt 29. Ita bis curte pyramidis 25 tetragoni sunt 15. 9. q; si sup̄ti cōponāt 25. sicut 25 & 16 cōiuncti faciūt 41. Sic laterculi 18 latera sunt 3. 3. 2. nā tres illi recte iūcti cōstituūt 8. vt ducat primū i sc̄dm/ ter tria sūt nouē. deinde tertius numerus ducatur i p̄ductū ex primo & sc̄do vt bis nouē cōficiūt 18. Ita asseris 12/ latera sūt 1. 2. 3. nā bis duos sūt q̄tuor & ter q̄tuor sūt duodeci. Sic de cunei & parallelepipedī lateribus dicendū. Deniq; medietas (q; & pportionalitas dicitur) i tres p̄cipuas diducitur spēs: primā arithmetica/ sc̄dam geometricā/ & tertiā musicā quib; subiūgūtur alie septē ab ordie solū nomē sortite. vt q̄rta/ quinta/ & c. Et habet se medietas ad pportionē/ que eadē prorsus habet species quas nūerus ad aliqd; sicut totū ad suam partē. Continet enim omnis medietas ad minus duas pportiones: sicut omnis pportio duos numeros vt sua extrema.

Numerus.



Vn duplex sit nūerus: hic nūerās/ ille uero nūerat: diffinitur hic nūer; absolut; & nūerās (de quo solo arithmetica determinationē suscipit) q; multitudo ē ex vnitate aggregata. Vnitatebus in quā numeratib; ex quibus nūerus oīs cōponitur. vt binarius multitudo est ex duab; vnitatebus aggregata/ ternarius ex tribus/ quaternarius ex quatuor. Vnitas autem/ numeri principium est secundum multitudinem indiuisibile. Vnū quisq; autem numerus simpliciter & absolute consideratur/ secūdum se sumptus dicitur: q; vt huiusmodi/ in comparatione ad alterum non consideratur neq; ad figuras geometricas applicatur. vt quaternarius. Et denominationem habet absolutam diciturq; binarius/ ternarius/ quaternarius: aut duo/ tria/ q̄tuor. Cū aut numerus vnus ad alterū

cōparatur in eaq; cōsideratur ratio: dicitur nūerus ad aliqd vt 4 ad 2. Et denoiationē habet
relatiuā diciturq; dupl⁹/tripl⁹/sequalter. Cū vero nūerus per suas vnitates explicat⁹: alicui⁹
figure geometrice speciē p̄fert: dicitur numer⁹ scđm figurā. vt 4 per suas vnitates describit⁹:
representat figurā quadrāguli. Et denoiationem sumit a figura geometrica ad quā applicat⁹:
diciturq; trigonus/tetragon⁹/pentagon⁹. Quo fit vt vnus idēq; nūerus diuersis rationib⁹
sit numerus scđm se. ad aliqd / & scđm figurā. ¶ Diffinit deide nūer⁹ par q̄ est qui i duo equa
diuidi potest. hoc est q̄ i duas ptes equales / suas qdē medietates diuidibilis est. vt 4 in 2 & 2.
et 6 in 3 & 3. Impar autē in duas partes equales nunq̄ diuidi potest q̄ si iūctē totū cōstituāt :
sed in vnā minorem & alterā maiorem vt 5 in 2 & 3. sic 7 in 3 & 4. Et quis septenarius in 3 &
3 diuidatur: ille tamen non sunt sue tote partes & que simul accepte totum restituunt. ¶ De
numeropariter pari cōstituatur exemplum. vt 32 diuiditur in 16 & 16 suas quidem partes &
medietates: que deinde diuiduntur in partes duas equales 8 & 8. Rursum ille in duas equa
les 4 & 4. Iterum & he in duas equales 2 & 2. Deniq; & ipse in duas vnitates sectionem re
cipiunt: quare partium numeri dati 32 / in duo equa diuisio ad vnitatem vsq; facta est. ¶ De
pariter impari. vt 6 / qui diuidit in 3 & 3: sed partes ille cū impares sint / āpli⁹ in duas ptes egle
diuidi nequeūt. Sic 10 in 5 & 5 didicit suas partes / refugiētes vltiore in duo eq̄ partitionē.
¶ De impariter pari. vt 12 i duas secat ptes egle 6 & 6: q̄ itidē in duo equa diuidit sc 3 & 3.
illa tñ partitū in duo equa partitio deficit anteq̄ ad vnitatē pueniāt. Ita 28 diuidit i 14 & 14
duas ptes egle: & ille i 7 & 7 vltiore in nō admittit diuisionē. Et hic quodā modo me
di⁹ est inter pariter parem & pariter iparem extremos: quorū vtriūq; aliqd participat. Nā
cū pariter pari cōuenit q̄ partes ei⁹ i duo eq̄ sectionem recipiūt: differt autē q̄ ea diuisio ad
vnitatem vsq; nō cōtinuet. Cū pariter autē impari q̄ ad vnitatem vsq; nō diuidat cōuenit: dif
fert autē q̄ eius partes i duo equa consequēter diducāt. ¶ Pro nūeri p̄fecti intelligēda diffi
nitiōe p̄mittēdū est duplicē esse nūeri partē. Quēdā est constituens / & est nūer⁹ minor a ma
iore cōtēt⁹. vt ternari⁹ cōponit quinariū / & ois minor maiorē. Alia ē pars nūerās: ea sc 3 q̄
aliquoties sumpta vt bis / ter / q̄ter & ita deiceps / suū totū mēsurat & eq̄t: neq; pl⁹ neq; min⁹
efficiendo. vt binari⁹ pars est senarij. nā binari⁹ ter sumptus metitur senarium. nam ter 2
sunt 6. Ita ternari⁹ pars est nouenarij. nam ter sumptus reddit nouenarium. Ter enim tria
sunt nouem. Et de huiusmodi parte numeri nunc & in sequentibus: solū futurus est sermo.
¶ Numerus itaq; p̄fectus est cuius omnes partes simul accepte: suū totum restituunt &
complēt. vt 6 cuius partes 1 / 2 / 3 simul iuncte ipsum totum efficiunt. Sic 28 p̄fectus est nu
merus. nam partes eius. 1. 2. 4. 7. 14 simul accepte totum numerum datum cōficiunt neq;
deficiendo neq; superando. ¶ Diminutus vero: cuius adinuicem iuncte partes citra totum
deficiūt minulq; q̄ totū cōponunt. vt 8 cuius partes. 1. 2. 4. solū cōplēt 7 Non enim 3 ip
sius pars est: cū bis sumptus constituat 6. ter vero sumpt⁹ nouē / atq; hic plus illic vero min⁹
relinquat. Ita denari⁹ diminutus est nūerus. nam partes ei⁹ 1. 2. 5. addite solum reddunt 8.
¶ Abundans vero: cuius partes in vnū collecte maius reddunt q̄ totū. vt 12 cuius partes 1.
2. 3. 4. 6 simul iuncte cōponunt 16. Ita 18 abundans est numerus: cū partes eius 1. 2. 3. 6. 9.
simul accepte totius summā exuperent / & 21 constituāt. Numer⁹ abundans / nūerus super
fluus idem. Numerus diminutus: numer⁹ ip̄fectus idem. Et nūeri diminuti & abūdātes
tam pares q̄ ipares inueniunt: p̄fecti vero solū sunt pares. ¶ Numerus prim⁹ est qui sola
vnitāte mēsuratur neq; preter eā alium habet numerū / ipsum mēsurātem. vt 3. 5. 7. nēpe
sola vnitāte pars est ternarij & quinarij & septenarij. nō enim 2 mēsurat aliquem eorū aut
quius alius: cū non aliquoties sūptus ipsum reddat. ¶ Cōpositus autē est qui preter vnitatē:
alium habet nūerum ipsū mēsurātem. vt nouenari⁹ p̄ter vnitatē habet ternarium suā par
tem: cū ter tria cōponāt 9. Ita 15 p̄ter vnitatē habet 3 & 5 ptes suas ipsū mēsurātes: cū qu
quies 3 & ter 5 reddāt 15. Numerus cōpositus / numer⁹ secundus idē. Sic numerus primus /
numerus incōpositus idem. non qdē idcirco dicitur / q̄ oēm cōpositionem refugiat: sed q̄ ex
nulla pte p̄ter q̄ vnitatē q̄ oīm numerorū cōis est pars & mēsurā cōponat. ¶ De numero
solum ad alterū primo statuatur exemplū. vt 9 ad 10. nā scđm se sumptus nouenari⁹ / cōpo
situs est: ad denarium tamen cōparat⁹ nullā habet cōmunem & q̄ vtrumq; metiatur mē
suram preter solam vnitatem. null⁹ enim numerus vtrumq; mēsurauerit vnq̄. Duo qui
dem mēsurant 10 / sed non 9. sic 3 mēsurant 9 / sed non 10. 4 vero neutrum eorum mē
surat. Sic 8 ad 9 comparatus est solum ad alterum primus. nam secundum se consideratus
cōpositus est: ad 9 tamen comparatus solam habet vnitatem vtriq; partem communem.
Nam 2 qui 8 mēsurat / item & 4: non mēsurat 9. Contra 3 qui 9 mēsurat: nō metitur 8.

Introductio.

Numerus autē ad alterū primus (p̄termiſſa p̄ricula excluſiua) eſt qui ad alterū cōparatus ſolā habet vnitatē cōiter vtrūq; meſurātē. Et hic duplex ē. quidā eſt per ſe prim⁹: vt 5 ad 6. Quicūq; enī numerus ſimpliciter & ſecūdū ſe primus eſt: & ad alterum quēcūq; prim⁹ erit. Alius autē eſt ſolū ad alterū primus: vt omnis nūerus cōpoſitus ad proxie maiorē / minorēq; quibus intercipiit / cōparatus. Et ei opponitur numerus ad alterū cōicans: & eſt qui ad alterū cōparatus preter vnitatē numerū habet vtrūq; cōiter meſurantē. vt 9 & 12 / quorū 3 cōis eſt meſura. Sic quicūq; par ad alterū parem cōparat⁹ / eſt cōmunicās. Nā oīm numerorum parium / binari⁹ eſt cōis meſura. Vocabula autē par / impar / ſubiūcta: deſignāt tria poſtrema mēbra his duobus mēbris poſſe ſubdiuidi. vt numerorū primorū aliquis par eſt vt binari⁹ / qui q̄ pariū etiam primus ſit: par vtrobiq; prim⁹ dicitur. alius impar vt ternari⁹ / vtrobiq; itidem primus dicitur: q̄ ſola vnitatē meſuret / & q̄ pariū oīm ſit primus. Ita cōpoſitorum: quidā eſt par vt 6 / quidā impar vt 9. Deniq; ſolū ad alterū primorū: hic par eſt / vt 6 ad 7 ille vero impar vt 15 ad 16. Quorum vnumquodq; per analogiam / vt oportet deſiniatur.

Equalitas: eſt cum equalis numerus ad equalem comparatur.

Inequalitas vero: eſt cum inequalis ad inequalem comparatur.

Maior inequalitas: eſt cum numerum maiorem ad minorem cōparamus.

Minor vero inequalitas contra: quoties minorem maiori comparamus.

Numerus multiplex: eſt cum maior numerus minori comparatus | eundem pluſq; ſemel continet vt bis / ter / quater / et ita deinceps.

Vnitatē numerorū fontem / principiūq; etiā numeri appellatiōe cēſemus.

Duplus eſt cum maior numerus minori cōparatus: minorem bis continet.

Triplus cum ter continet.

Quadruplus cum quater.

Quincuplus / cum quinquies. & hoc pacto deinceps ſecūdū naturalem numerorum progreſſionem.

Numer⁹ ſuperparticularis: eſt cū maior numerus minori comparatus totū in ſe numerum minorem continet / & eius partem aliquam.

Seſquialter: eſt numerus ſuperparticularis cum maior totum cōtineat minorem / & eius medietatem. & idem dicitur hemiolius.

Seſquitercius: eſt cum maior continet totum minorem / & eius tertiam partē. qui & dicitur epitritus.

Seſquartus eſt cū maior cōtinet totū minorē: et eius quartā partē. Et ſi quātam cōtinet / vocatur ſeſquiſquintus. & ita deinceps ſecūdū numerorū ſeriē.

Numerus ſupparties eſt cū maior cōtinet in ſe totū minorē: & eius inſup aliquot ptes vt duas / tres / q̄tuor aut quotquot attulerit ip̄a comparatio. De ijs partibus id intelligitur: que minoris vnā partem non efficiunt.

Superbipartiens: eſt cum maior continet minorem & duas eius partes.

Supertripartiens: eſt cum tres eius partes inſuper continet.

Superquadrupartiens: cum quatuor. et hoc pacto deinceps.

Numerus multiplex ſupparticularis: eſt quoties maior numerus ad minorē comparatus habet eum pluſq; ſemel & eius partem aliquam.

Et ſi bis continet & eius medietatem: vocatur duplus ſeſquialter.

Et ſi bis et tertiam: duplus ſeſquitercius.

Et ſi ter & medietatē / tripl⁹ ſeſquialter. & ita deinceps: ex vtriuſq; denotiōne multiplicis & ſupparticularis prout cōparatio attulerit noīa colligēdo.

Numerus multiplex ſupparties: eſt quoties maior numerus minori cōpara-

tus/minorē plusq̄ semel continet & insup̄ eius aliquot partes .& noīa sumit composita ex vtraq̄ comparationis denoiatione.vt hec: dupl⁹ sup̄bipartiens/dupl⁹ sup̄tripartiēs / triplus/quadruplus/ quincuplus superbipartiens et similia. Et quo pacto quinq̄ sumunt species comparando maiorē nūerū ad minorē/ eo pacto sumunt quinq̄ correlatiue comparato minore ad maiorem, quorū & suorū specialiū modorū specierūq̄ noīa: sola sub p̄positione addita effingim⁹/ q̄ sunt. submultiplex/ subsuperparticularis/ subsuperpartiens/ submultiplex subsuperparticularis/ submultiplex subsuperpartiens. Et species submultiplicis: sunt subduplus / subtriplus/ subquadruplus/ subquincuplus. & hoc pacto deinceps.

Species subsuperparticularis: subsequalter/ subsequiterti⁹/ subsequiwartus/ subsequi quintus. & hoc pacto deinceps.

Species subsuperpartietis: sunt subsup̄bipartiens/ subsupertripartiens/ subsuperquadrupartiens. & hunc in modum consequenter.

Species submultiplicis subsuperparticularis: subduplus subsequalter/ subtriplus subsequalter & similes.

Species submultiplicis subsuperpartientis: sunt subduplus subsuperbipartiēs/ subduplus subsupertripartiens atq̄ cetera similes secundum rationis/ comparationisq̄ naturam. sed hec statim nota sunt.

¶ Pro speciebus numeri ad aliqd̄ id p̄monere licet: in q̄libet earū duos sumi debere nūeros/ vtpote eū qui ad alterū cōparat: & eū ad quē alter cōparat. Numerus qui ad alterū cōparat: is est qui primo loco sumit. Ad quē vero alter cōparat: is est q̄ sc̄do cōstituit loco & p̄positioni ad/ subiūgit. vt 6 ad 3. 6 numer⁹ est q̄ cōparat ad alterū/ & 3 numer⁹ est ad quē alter cōparat. Cōtra vero numeros ordinādo vt 3 ad 6: 3 numer⁹ est qui ad alterū cōparat/ & 6 numer⁹ ad quē alter cōparat. ¶ Cū itaq̄ equal nūer⁹ ad equalē cōparatur: dicit equalitas in nūeris. Et tūc vterq̄ terminorū eodē cōsistit noīe exprimitur: vt 2 ad 2/ 3 ad 3/ 4 ad 4/ ¶ Cū vero ineq̄l Equalitas. ad inegalē cōparatur: sc̄z aut maior ad minorē vt 8 ad 4/ aut minor ad maiorē vt 4 ad 8/ est Inequalitas in numeris secū dū materiā subiectā. et tūc nūeri ad inuicē cōparati diuersis exprimūtur noībus. Est aut numer⁹ nūero equal: qui ex eque multis constituitur vnitatib⁹. vt 5 ad 5/ 6 ad 6/ et oīs numer⁹ ad seip̄sū cōparat. Inequalis vero: qui nō ex eque mltis cōstat vnitatib⁹. vt quilibet numerus ad alterū cōparat. ¶ Maior numer⁹: ē qui ex plurib⁹ q̄ alter aggregatur vnitatib⁹. vt 8 est maior q̄ 4. ¶ Minor vero: qui ex pauciorib⁹. vt 4 ad 8. Cum igitur maior ad minorē cōparatur: dicit maior inegalitas/ a primo termino sumpta denoiatiōe. vt 4 ad 2/ 6 ad 3. Cū vero cōtra minor numer⁹ primo loco sumptus ad maiorē cōfertur/ cōparaturq̄: minor est inegalitas/ a primo itidē termino/ noīe sumpto. vt 2 ad 4/ 3 ad 6. ¶ De numero multiplici exēplū vt 4 ad 2. nā 4 maior numerus/ minorem sc̄z 2 ad quē cōparatur: plusq̄ semel cōtinet. nam 4/ bis cōtinet duo & nichil amplius. Sic 9 maior numerus cōparatus ad 3 minorē nūerū: eū plusq̄ semel sc̄z ter cōtinet. & 12 ad 3 cōparatus multiplex est: q̄ eum quater contineat. Vnitas aut omniū numerorū mater & origo/ q̄ oēs ex ea nascantur & oriuntur numeri: in proposito etiā nomīne numeri intelligitur & numerus dicitur. non q̄ ipsa sit numerus: sed quia alij numeri ad eā comparati multiplices sunt/ denoiationemq̄ a se sumptam habent. vt 2 ad vnitatem duplex est/ 3 ad vnitatē triplus/ 4 ad vnitatē quadrupl⁹. et ita deinceps. quare per diffinitionem multiplicis: vnitas minor est numerus ad quē 2/ 3/ 4 maiores numeri/ cōparantur. Numerus autē multiplex: specialē sumit denominationē a numero denotāte quoties minorē cōtinet. Nam si maior/ bis cōtinet minorē & nichil ampli⁹ (q̄ quidē particula etsi nō exprimatur: intelligenda tamen est ad excludendū multiplicē superparticularē/ aut multiplicē suppartietē: vbi maior nūerus cōtinet minorē plusq̄ semel: sed insup̄ aliqd̄ aliud) dicit duplex: vt 4 ad 2/ 6 ad 3/ 8 ad 4. Si vero maior minorē ter cōtinet: dicit triplus. vt 6 ad 2/ 9 ad 3/ 12 ad 4. Si minorē maior quater cōtineat: quadrupl⁹ dicit. vt 8 ad 2/ 12 ad 3/ 16 ad 4. cōtinet enī 8 quater 2/ 12 quater 3/ et 16 quater 4. Si quiquies maior m⁹

Maior ineq̄
litas.
Minor.

Multiplex

Introductio

- norem cōplectitur: dicitur qncupl⁹: vt 10 ad 2/15/ ad 3/20 ad 4. Si sexies: sextuplus. vt 12 ad 2/18 ad 3/2 + ad 4 & ita deinceps secundū naturalē ordinē numerorū quantūlibet procedēdo.
- Superparticularis.** ¶ Numer⁹ supparticularis: est nūer⁹ maior totū minorē cui cōparatur/semel tātū cōtinēs/ insuper & minoris aliquā partē. vt 3 semel cōtinet 2 / insup & eius ptē sc; vnitatē q̄ dualitatis est medietas. q̄re 3 ad 2 nūerus est supparticularis. Adiecta est diffinitioni particula semel tātū/ ad rectā intelligentiā requisita quo nūerus multiplex supparticularis excludatur: qui nūerū minorē ad quē cōparatur continet (& aliquā eius partē) sed plusq̄ semel. Et speciale nomē sumit nūerus supparticularis: a parte nūeri minoris contenta in nūero maiori. nā quota fuerit ea pars: tale ei nomē accōmodatur. Si enī nūer⁹ maior cōtinet totū minorē & minoris medietatē: dicitur sesquialter. vt 3 ad 2/ 6 ad 4. Sex enī cōtinet 4 & insup quaternarij medietatē vt pote binarij qui est medietas ipsius 4. Si maior totū minorē cōtinet & tertiā minoris partē: est sesquitercius. vt 4 ad 3/ & 8 ad 6. nā 4 cōtinet 3 & insup vnitatē q̄ ē tertiā pars ternarij. Qz si maior vltra minorē ad quē cōparatur cōtineat quartā minoris partē: dicitur sesquiquartus. vt 5 ad 4/ & 10 ad 8. Signā: sesquiquitus: vt 6 ad 5/ & 12 ad 10. Nā 6 cōtinet qnq; & insup vnitatē q̄ est quinta pars ipsius 5. & ita cōsequēter. Nūerus autē supparticularis qui latine sesquialter dicitur: grece vocatur hemiolius. Et qui latine sesquitercius/ grece epitritus appellatur.
- Suppartiens** ¶ Numerus suppartiens est numerus maior qui ad minorē cōparatus: totū (sed etiā solūmodo semel) cōtinet/ insup & eius aliquot ptes. vt 5 ad 3 est superpartiens. nā cōtinet semel 3/ & insup aliquas eius ptes vt pote duas eius tertiās. Sic 7 ad 4 suppartiens est. nā 7 cōtinet 4 & insup aliquot eius partes sc; tres quartas. Et diffinitio ista intelligitur/ de partibus nūeri minoris q̄ simul supre nō efficiunt vnā eius partē. vt due vnitates simul accepte nō faciūt vnā partē ternarij. Et tres simul addite vnitates nō efficiūt partē aliquā quaternarij: cū ternarij minime mēfuret quaternariū. Nā si nūerus maior cōtineat minorē ad quē cōparatur & insup eius aliquot ptes: que simul sumpte vnā minoris partē efficiūt: numerus maior non suppartiens sed supparticularis est. vt 6 cōtinet 4 & insuper duas eius partes que sunt due quarte. At ille simul efficiūt vnā secundā/ medietatēq; quattuor. q̄re 6 ad 4 est sesquialter. Ita 8 cōtinet 6 & duas eius sextas/ q̄ simul iuncte efficiunt tertiā partē senarij: q̄re 8 ad 6 nō suppartiens sed supparticularis est. Et nūerus superpartiens: specialē habet denoiationē/ a nūero partium numerū minoris vltra eū in maiore numero cōtentarū. Nā si nūerus maior cōtinet totū minorē & insuper duas eius partes: dicitur superbipartiens vt 5 ad 3/ 7 ad 5/ 9 ad 7. Si vero maior numerus minorē continet & insuper tres eius partes: dicitur supertripartiens vt 7 ad 4/ 8 ad 5/ 10 ad 7. Qz si maior numerus minorem continet & insuper quattuor eius partes: vocatur superquadrupartiens. vt 9 ad 5/ 13 ad 9. Deniq; si preter numerum minorem complectatur quinq; partes numeri minoris: est superquintupartiens vt 11 ad 6/ 12 ad 7/ & ita deinceps. Diligenter tamen attendendū est preter hanc denominationem aliā esse specialē: orem designantē quore sunt ille partes numerū minoris que supra minorem continentur in maiore: vt vtrū tertiē/ quarte/ quinte/ sexte/ & ita cōsequenter. & illa explicatur p accusatiū pluralem qui designat numerū illas partes denominatē. vt 5 ad 3 est superbipartiens ternas: qz due ille partes i maiori numero insuper cōtente/ sint due tertiē ternarij. Sed 7 ad 5 est nūerus superbipartiens quintas: qz 7 vltra 5 cōtineat duas qntasquinarij. At vero 9 ad 7 est nūerus superbipartiens septimas: quia 9 vltra septē continet duas vnitates que sunt due septime septenarij. Sic 7 ad 4 est supertripartiens quartas: qm̄ 7 vltra 4 cōtinet tres quarras quaternarij. Atqui 8 ad 5 supertripartiens quitas/ 10 ad 7 supertripartiens septimas: & ita de ceteris.
- Multiplex superparticularis.** ¶ Numerus multiplex superparticularis: est numerus maior qui ad minorē cōparatus eum plusq̄ semel continet/ & insuper aliquā minoris numerū partē. vt 5 ad 2/ nā 5 cōtinet 2 plusq̄ semel & insuper vnā eius partem. Sic 7 ad 3/ & 9 ad 4. Et sicut exprima & secūda speciebus eius nomen sumitur: ita & eius ratio ex vtriusq; rationibus completur. Qz enī numerū minorem plusq̄ semel cōtinet/ cū multiplici cōspirat: qz insuper aliquam minoris partem cōplectatur/ cōuenit cū superparticulari. Et eius species ex vtriusq; speciebus sitidē denoiantur: rationesq; earū ex specialibus eorū a quibus denoiantur rationibus. Est enī duplus sesquialter/ numerus maior q ad minorem cōparatus: eū bis cōtinet & insuper eius medietatē. vt 5 ad 2/ 10 ad 4. Duplus sesquitercius: est numerus maior qui minorē cui comparatur bis cōtinet & insuper tertiā ei⁹ partem. vt 7 ad 3/ 14 ad 6. Duplus sesquiquartus qui minorē cōtinet bis & quartā eius partem. vt 9 ad 4/ 18 ad 8. Itatriplus sesquialter est maior numerus qui ad minorem cōparatus/ eū ter continet & eius medietatē. vt 7 ad 2/ 14 ad 4. Tripl⁹ sesquiterci⁹ qui ter minorem continet & eius tertiā partem. vt 10 ad 3/ 20 ad 6. Triplus sesquiquartus

est qui ter numerum minorem continet & eius quartam partem. vt 13 ad 4 / et 26 ad 8. Itace-
tere species per analogiam definiende sunt.

¶ Numerus multiplex superparties: est maior n̄erus ad minorem cōparat⁹ quē plusq̄ semel Multiplex
continet & insuper eius aliquot partes. Hoc enī a ratione superpartietis accipit illud vero a suppartie
ratione multiplicis. vt 8 ad 3 / 11 ad 4. Cōtinet enī 8 plusq̄ semel ternariū et insuper aliquas
eius partes. Et nomina specierū eius cōposita sunt ex speciebus multiplicis & superpartietis
simul iunctis. secundum quarum speciales rationes: dande sunt proprie specierum eius dif-
finitiones. Duplus enim superbiparties: est maior numerus ad minorem comparatus quē
bis continet & insuper duas eius partes. vt 8 ad 3 / 11 ad 5. Dupl⁹ supertriparties: est maior
numerus qui minori comparatus cum bis cōtinet et insuper tres eius partes. vt 11 ad 4 / 13
ad 5. Duplus superquadruparties: qui minorem bis continet & quattuor eius partes. vt 14
ad 5 / 18 ad 7. Sic triplus superbiparties maior est numer⁹ / qui minorem ter cōtinet & du-
as eius partes. vt 11 ad 3 / 17 ad 5. Triplus supertriparties: cum maior numerus minorem
ter continet & tres eius partes. vt 15 ad 4 / 18 ad 5. Triplus superquadruparties: cum maior
numerus minorem ter continet & quattuor eius partes. vt 19 ad 5 / 25 ad 7. & ita de alijs.

¶ Et quemadmodū quinq; sunt date species maioris inequalitatis in quibus maior n̄erus
ad minorem cōparatur: ita eduerso quinq; dande sunt species minoris inequalitatis / prius datis
specieb⁹ correlatiue. Et in his minor numerus ad maiorem cōparatur. harū autem specierum
nomina sumuntur ex priorū specierū noibus preposita dūtaxat p̄positione sub. vt submulti-
plex / subsupparticularis / subsuperparties / submultiplex / subsupparticularis / submultiplex sub-
supparties. Ita & particulares earū spēs noiantur / diffiniunturq; p analogiā oppositi. Earū tñ
diffinitiones in littera expresse nō sunt: q̄ satis ex suorū relatiuorū prius positis diffinitōibus
possint haberi. Nā si q̄ diffinite nouerit vnū relatiuorū: diffinite noscet & reliquū. Et negatio
per affirmationē habet cognosci. Maioris autē inequalitatis species in affirmatione sūt: mi-
noris vero in negatione. Hic tamen ad clariorem earū intelligentiā exprimiuntur hoc modo.

¶ Numerus submultiplex: est minor numerus qui ad maiorem comparatus plusq̄ semel ab Submulti-
eo continetur. vt 3 ad 12 / 4 ad 20. ¶ Numerus subdupl⁹ est minor numerus qui a maiore cui plex.
comparatur bis continetur. vt 1 ad 4 / 3 ad 6. ¶ Subtriplex: minor est numerus qui a maiore
cui comparatur ter continetur. vt 2 ad 6 / 3 ad 9. ¶ Subquadrupl⁹: ē numerus minor a ma-
iore cui comparatur quater contentus. vt 2 ad 8 / 3 ad 12. & ita de alijs.

¶ Numer⁹ subsupparticularis: est n̄erus minor qui totus a maiore ad quē cōparatur cōtē- Subsuppar-
tus est / insup & eius aliqua ps. vt 3 ad 4 / 4 ad 5. Numerus subsestq̄lter: est n̄erus minor ad ticularis.
maiorē comparat⁹ a quo totus cōtinet & eius medietas. vt 2 ad 3. Subsestq̄tertius: qui totus a
maiore continetur & eius tertia pars. vt 3 ad 4. Subsestq̄quartus: qui totus cōtinetur & ei⁹
quarta pars. vt 4 ad 5. ¶ Numerus subsuperparties: est minor numerus qui a maiore totus Subsupere-
continetur / insuper & eius aliquot partes. vt 3 ad 5 / 7 ad 9. ¶ Subsuperbiparties est n̄erus partiens.
minor qui maiori comparatus ab eo continetur & insuper due eius partes. vt 3 ad 5 / 5 ad 7.
Speciali autem appellatione 3 ad 5 dicitur subsuperbiparties tertia siue vno nomine sub-
superbitertius / quemadmodum 5 ad 3 dicitur superbitertius. In qua appellatione duo clau-
duntur numeri: quorum prior quot partes numeri minoris maior vltra minorem cōtineat /
significat. posterior vero: quotas partes. At 5 ad 7 peculiari nomine dicitur subsuperbipar-
tens quintas siue subsuperbiquintus quemadmodum 7 ad 5 vocatur superbiquintus.

¶ Subsupertriparties: est numerus minor qui semel a maiore continetur & insuper tres ei⁹
partes. vt 4 ad 7. Subsuperquadruparties: cum minor a maiore continetur / insuper & qua-
tuor partes. vt 5 ad 9. & ita de ceteris. ¶ Numer⁹ submultiplex subsupparticularis: ē nu- Submulti-
merus minor qui plusq̄ semel a maiore cui comparatur continetur / & insuper aliqua eius plex sub-
pars. vt 10 ad 3 / 14 ad 4. Subduplus subsestq̄lter est numerus minor qui bis a maiore con- pparticula-
tinetur & eius medietas. vt 2 ad 5 / 10 ad 25. Subduplus subsestq̄tertius est numerus minor tis.
qui bis a maiore continetur & insuper eius tertia pars. vt 3 ad 7 / 6 ad 14. Subtriplex subsest-
q̄lter: est numerus minor qui ter a maiore continetur & insuper eius medietas. vt 2 ad 7.
Et ita de alijs speciebus dicendum est.

¶ Numerus submultiplex subsuperparties: est numer⁹ minor qui ad maiorem cōparat⁹ plusq̄ Submulti-
semel ab eo cōtinet & eius aliq̄ partes. vt 3 ad 8 / & 4 ad 11. Subdupl⁹ subsupbiparties est cū plex sub-
minor n̄erus ad maiorem cōparatus bis ab eo continetur & insuper due ei⁹ partes. vt 3 ad 8 / partiens.
6 ad 15. Subduplus subsupertriparties: est cū minor numerus ad maiorem cōparatus / bis ab
eo continet & insuper tres ei⁹ partes. vt 4 ad 11 / 8 ad 21. Subtriplex subsupbiparties: est cum

Introductio

minor numerus ad maiorem comparatus ter ab eo continetur et in super due eius partes. vt 3 ad 11 & 6 ad 22. Et ita de alijs speciebus dicendum.

Numerus linearis est qui per plures in vnam / eademq; partem adiectas: describitur vnitates.

Numerus planus est qui per suas vnitates descriptus: in longū atq; latum porrigitur.

Numerus autem solidus est qui per suas vnitates descriptus: longitudini & latitudini crassitiem super addit / trinocq; distenditur interuallo.

Trigonus est numerus planus: qui suis vnitatibus explicatus tria latera possidet equalia.

Tetragonus: quattuor equalibus angulis perficitur.

Pentagonus / quinq;.

Hexagonus / sex.

Heptagonus / septem.

Octogonus / octo.

Ennagonus / nouem.

Decagonus / decem.

Endecagonus / vndecim. & hunc in modum deinceps. quos appellatione latina nuncupare possumus triangulos / quadrangulos / quinquangulos / sexangulos / septangulos / octangulos / nonangulos / decangulos / vndecangulos: & hoc pacto consequenter.

Numerus altera pte longior est numerus planus qui per vnitates descriptus: longitudini latitudinē habet vnitate discrepātē. & idē lōgilater⁹ appellat.

Numerus vero antelongior: est qui per vnitates descriptus / latera sua habet plusq; vnitate disiūcta. hoc ē lōgitudinē latitudinī plusq; vnitate diffetiētē.

Pyramis est numerus solidus / cuius singula latera sunt ab vno planorum ad vnum cacuminis verticem eleuata. Et planus numerus a quo latera eriguntur: pyramidis basis nuncupatur. Punctus autem / vnitasq; in quam conueniunt: pyramidis conus / mucro / vertexq; dicitur. que si ex base triangula nascitur: pyramis triangula nominatur.

Si ex base quadrangula: pyramis tetragona. & hoc pacto deinceps.

Perfecta pyramis ea est cui⁹ laterū ad verticē erectio: citra vnitatē nō deficit.

Curta vero pyramis ea est cuius laterum erectio ad vnitatem vsq; non ascendit. cui si sola monas deest que est prima pyramis: curta dicitur. Si vnitas & planus vnus: biscalta.

Si duo: tricurta nominatur. & hoc pacto deinceps.

Cubus est numerus solidus sex equis superficialibus / planisq; numeris contentus: equam de se longitudini & latitudini altitudinem prebens. & idē numeri: tessere nuncupantur que duodecim equa latera semper habent / solidos angulos octo / atq; superficies sex.

Laterculus is solidus est: qui longitudinī latitudinē equam habens / altitudinem possidet contractiorem.

Affer: cuius cum lōgītudo latitudinē sit equa / altitudinē habet maiorem.
Cuneus vero: qui lōgītudinē / latitudinē & altitudinē in se cōtinet ineq̄les.
Circularis numerus est cum latus in se ducitur / & tetragon⁹ inde nascens in
idem terminatur. & rursū cum idem latus in tetragonū: nascit̄ cubus qui
in idem reuoluitur. & is cubus: sphaera / sphericūq; cubus appellat̄. Et cum
rursū quotiens idem latus in cubum vel si in infinitū duxeris: qui inde na-
scitur numerus / in eiusdem lateris numerum terminatur / reuoluiturq;.

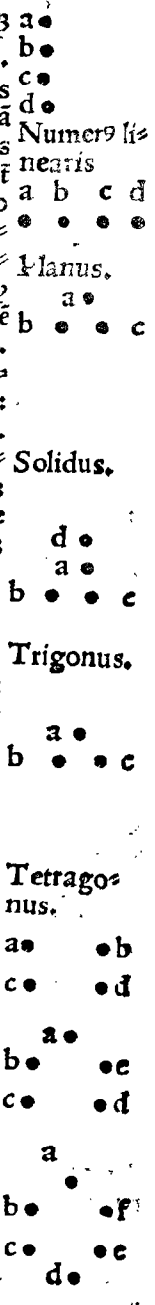
Parallelepipedus / solidus numerus est equidistātib⁹ sup̄ficialibus / planisq; a
numeris contētus neq; omnino quidē equalibus neq; omnino inequalib⁹. b

Numer⁹ oīs sc̄dm figurā nō notis arithmeticijs vt alij / sed virgulis aut punctis vnitates
designātibus explicatur: & cuiusq; vnitatis loco p̄ctū vnū annotādū est. Et sc̄dm analogiā
magnitudinis / tripliciter euariatur. Aliquis ei solū habet lōgītudinē numeralē: cuius oēs
vnitates in vnā & eandē partē extendūtur eadēq; serie describuntur. Et hic linearis dicit̄
q; linee analogus sit. vt q̄ternari⁹ p̄ suas vnitates describ⁹ directe porrectas aut a sinistro
in dextrū aut a sursum in deorsū. quo pacto oīs numer⁹ describi potest & numeri linearis ratio-
nem sortiri. Aliquis vero lōgītudinē habet & latitudinē: qui p̄ suas vnitates explicat⁹ in lō-
gum & latū porrigit / sc̄z a sursum in deorsum / & a sinistro in dextrū. Et hic plan⁹ vocatur: q;
superficiē que planū dicitur analogus est. vt ternari⁹ a b c qui a sursum i. deorsū lōgītudinē
habet sup̄tā sc̄dm latera a b / & a c. A sinistro autē in dextrū latitudinē secundum latus b c.
Quo fit vt idem numerus linearis sit & planus reipsa: diuersis tñ rationibus et sc̄dm diuer-
sas eius descripiōes. vt 3 / 4. Deniq; aliquis longitudinē habet / latitudinē & profunditatē:
que potissimū attenditur secundum porrectionem a sup̄positis vnitatibus ad superpositas.

Et hic solidus dicitur: q; solido / corporiq; in magnitudine respondeat. Sicut enim corp⁹ su-
perficiē superaddit profunditatē: ita & hic numer⁹ numero plano crassitiem / pfunditatēq;
adiungit. Et trino distēdit (sicut et in magnitudine corp⁹) interuallo / lōgītudinē / latitudinē
& profunditate. numerus autē planus duobus magnitudinē et latitudinē. linearis aut vnō sc̄z
sola longitudinē. Vnitas autē p̄cipiū nūeri sc̄dm figurā nullum habet interuallū: sed est vt
p̄ctū i magnitudib⁹. vt itelligat̄ trigono a b c sup̄posita extra papyrū vnitas d. Illic nūer⁹
erit solidus: nā preter lōgītudinē & latitudinē habet pfūditatem sumptā sc̄dm latera a d / b
d / & c d. **Solidus.**

Numerorū qdē planorū primus est trigonus sicut & figurarū rectilinearū prima
triangulus. nā due vnitates nullā cōstituunt in numeris figurā / vt neq; due linee claudunt
superficiem. Et cum cuiuslibet nūeralis figure ab angulis nomen sortite sua latera sint eq̄-
lia: trigonus tria habet equalia latera & tres angulos. vt ternari⁹ a b c descriptus habet tria
latera: primū a b / secundum b c / tertium a c / adinuicem equalia. Nā quodlibet eorū equalis
cōtinet vnitates: vt pote duas. et tres itidem (vt nomen indicat) habet angulos. Sunt enim
figurarū rectilinearū itidem & numerorū planorū anguli laterib⁹ multitudine equalis.

Similiter senari⁹ numerus est trigonus: quia per suas vnitates describ⁹ tria latera habet
equalia / quorū quodlibet tres cōtinet vnitates. **T**etragonus aut nūer⁹ est planus habēs
quatuor latera equalia. vt quaternari⁹ a b c d descriptus. Nam primum eius latus est a b / se-
cundū c d / tertium a c / quartum b d / quorum quodlibet duas habet vnitates. Ita nouenari⁹
per vnitates describ⁹ tetragonus est: q; quatuor habeat latera equalia / quorum quodlibet
tres vnitates continet. **P**entagonus numerus est planus qui per suas vnitates descriptus
quinq; latera cōtinet equalia. vt quinari⁹ a b c d e descriptus cōtinetur quinīs laterib⁹: a b /
b c / c d / d e / e a / quorū vnumquodq; duabus aggregatur vnitatibus. Et 11 per suas vnitates
descriptus itidem pentagonus est / quolibet laterū ternariū cōplectens. **H**exagon⁹ est qui
per suas explicatus vnitates / sex equalibus lateribus continetur. vt senari⁹ a b c d e f p̄ suas
vnitates designat⁹ sex habet latera / a b / b c / c d / d e / e f / a / & quidē equalia: quādo qdē eorū
qdlibet binariū contineat. Ita & 15 hoc pacto descriptus hexagonus est: q; sex contineatur
equis laterib⁹ quorū quodlibet cōtinet tres vnitates. Nec obstat eūdem esse trigonū si alio
modo describatur: qm̄ altera hic & illic ratio ē. **S**ic heptagon⁹ est nūer⁹ plan⁹: qui p̄ suas
vnitates explicatus septē latera habet equalia. vt 7. **O**ctogonus / qui octo continet equis
lateribus. vt 8. **E**nnagon⁹ / qui nouē habet equalia latera. vt 9. **D**ecagonus / q; decā. vt 10.



Introductio

¶ Endecagonus qui vndecim. vt 11. ¶ Dodecagonus qui duodecim continetur lateribus adinuicem equalibus. vt 12. et ita secundum naturalem numerorum seriem a numero maiori anguli

Altera pte longior.

a b
c d

nomen sumedo: vt predictum est. ¶ Numerus altera parte longior est numerus planus quadrilaterus et quadrangulus habens latera opposita equalia: sed longitudinem habet a latitudine sola unitate differente hoc est longitudinem vel maiorem vel minorem latitudine sed sola unitate. vt fenarius a b c d descriptus habet duo in longitudine et tria in latitudine. modo tria duobus sola distant unitate. Et sicut hic minus latus a sursum in deorsum porrigitur/ maius vero a sinistro in dextrum: ita in isto et quocumque altero eduerso possit maius latus a sursum in deorsum protendi et minus a sinistro ad dextrum. Nichil ei refert quo modo describatur: cum semper solius unitatis distantia sit. Ita et 12 per suas explicatus unitates/ numerus est altera parte longior: nam numerus est planus habens longitudinem a latitudine sola unitate dissidentem: cum in longitudine habeat tria/ in latitudine vero 4. modo 3 et 4 solus unitatis habent discrimen. ¶ Numerus altera parte longior: numerus longilaterus idem.

Antelongoior.

a b
c d

¶ Numerus ante longior est numerus planus etiam quadrilaterus et quadrangulus/ latera itidem opposita habes equalia sed longitudinem latitudini plusquam unitate discrepare vt binario/ ternario/ & ita de alijs. vt denarius a b c d/ descriptus habet latera opposita a b/ et c d equalia/ similiter latera a c/ et b d inter se equalia/ sed in longitudine solum habet duo: in latitudine vero quinque. que a duobus plusquam unitate distat/ nam ternario. Similiter octonarius suis unitatibus descriptus habet in longitudine duo/ et in latitudine 4. que a duobus plusquam unitate utpote binario distat. ¶ Quoadmodum autem trigonus numerorum planorum primus est & perfectissimus: ita pyramis solidorum primus est et dignissimus. hunc per trigonum et pyramidem apta diuorum intelligentorum est philosophia. Et cognoscenda est pyramis in numeris per analogiam pyramidis in magnitudinibus sensui manifestioris. Nam quoadmodum in pyramide magnitudinis est basis: scilicet infima superficies a qua eriguntur latera. est & conus: scilicet supremum & in fastigio positum punctum/ in quo omnia latera conueniunt. Denique sunt latera a basi ad summum verticem erecta: inferius quidem ampliore distantia interuallo/ superius vero contractione. Ita in pyramide numerata est basis: que est numerus planus oibus suppositus a quo latera ad supremum cacumen eriguntur. Est & conus: qui est unitas summo collocata vertice ad quam latera eriguntur/ Denique sunt latera a basi ad conum erecta. a basi quidem profecta & in conum desinenda/ que in uno a se uicibus distantiora sunt & pluribus intercepta unitatibus: in superiori vero parte apud conum minus distant & pauciores habent interiectas unitates. Et numerus laterum pyramidis sumis a numero laterum sue basis. Nam quot lateribus sua basis consistit: totidem & ipsa pyramis consistit. cum a quolibet laterum numeri plani in basi positi: erigatur unum latus pyramidis. Hec omnia facile exemplo constabunt. sumatur trigonus 10: cui supponatur trigonus 6/ illi proxime trigonus 3/ denique illi supereminens constituitur unitas: numerus ille 20 pyramidalis est. nam est numerus solidus cuius omnia latera ab uno planorum utpote trigono 10 ad unum cacuminis verticem sunt erecta. Et illius pyramidis trigonus 10 est basis: unitas vero est eius conus siue vertex. Similiter sumatur tetragonus 16/ cui supponatur tetragonus 9/ illi proxime minor tetragonus 4/ cui demum supponatur unitas: numerus ex oibus aggregatus 30/ est pyramis. nam solidus est numerus cuius omnia latera ab uno planorum scilicet 16 tetragono ad unum cacuminis verticem sunt erecta. Et tetragonus suppositus oibus qui est 16/ illius pyramidis est basis: unitas vero oibus supposita/ est eius conus siue vertex. Et ita de alijs. Constat enim vt docebunt proprietates ois pyramis ex suppositione similitum planorum ipsi basi secundum certum ordinem. vt basis illorum sit maximus/ deinde proxime minores supponantur sua serie: quousque ad unitatem usque decrescat multitudo. Et quia suppositi numeri plani sunt minores suppositis: hic omnia latera pyramidis ob imo in sursum erecta/ modo ea perfecta fuerit/ sunt trigona. quoadmodum omnia latera pyramidis multilatera in magnitudinibus: triangula sunt. quare pyramis tantum cum trigono inuenitur habere conuenientiam/ vt in analogia pyramis sit trigonus solidus: et trigonus pyramis plana. Nepe si basis sit numerus trigonus: ei supponendi sunt per ordinem trigoni minores/ quousque ad unitatem perueniatur. Et si fuerit tetragonus: ei supponantur tetragoni minores usque ad unitatem. Et si pentagonus: ei supponantur pentagoni proxime minores/ quousque ad unitatem conscendant. & ita de alijs. ¶ Sumit autem pyramis suam denominationem a numero plano eius basis: quoadmodum et in magnitudine. Nepe pyramis trigona est que ex base triangula nascitur. vt trigono 6 supponatur proxime minor trigonus 3/ et illi unitas: totus numerus 10 ex his compositus est pyramis trigona. Si sit trigonus 3 in summo constitutus loco & ei supponatur unitas: numerus 4. ex his aggregatus itidem pyramis est trigona. ¶ Pyramis tetragona: est pyramis que ex base tetragona nascitur. vt tetragono 4-

Pyramis.

Conus.

Suma	1
pyramidis	3
	6
20	10
Basis.	

Conus.

Suma	1
pyramidis	4
	9
30	16
Basis.	

Pyramis trigona.

Tetragona

supponatur vnitas: nūerus 5 / huiusmodi est pyramis. Ita terragono 9 supponat p̄xime minor tetragonus 4 / cui deniq; supaddat vnitas: numer⁹ 14 etiā talis est pyramis. Et quia si basis ē quadrāgula / oēs suppositi plani sūt tetragoni vt prius ostēdū est: hic altera sumi pōt pyramidis tetragone diffinitio q̄ est que ex numeris tetragonis sibi naturaliter suppositis enascit̄. Sicut & pyramis trigona: que ex nūeris trigonis continua serie sibi suppositis cōponitur. & ita de alijs. ¶ Pyramis pētagona est que ex base quinquāgula nascit̄. vt si pētagono 5 supponatur vnitas / nūerus 6 ita dīlī positus: talis est pyramis. Ita si pētagono 12 supponatur pētagon⁹ 5 & illi vnitas: nūerus 17 est pyramis pētagona. Et eadē est que ex numeris pētagonis sibi naturali serie suppositis cōsurgit. ¶ Pyramis hexagona est que ex base sexāgula cōponitur. vt si hexagono 6 supponatur vnitas: numerus 7 ex his aggregatus est pyranus hexagona. Ita si hexagono 15 supponatur hexagon⁹ 6 / & illi in sumo vertice supaddatur vnitas: numer⁹ 22 ex his cōsistat⁹ / itidē pyramis est hexagona. Alter / pyramis hexagona est que ex numeris hexagonis recta serie collocatis (vt minor proxime maiori supponatur) cōstituitur. Et hec secūda in oibus pyramidīs speciebus diffinitio secūdū materiā est & demōstrādū mediū habet. Prima vero secūdū speciem / atq; principiū ē. ¶ Perfecta pyramis est pyramis cuius latera a basi ad supereminētēi vertice vnitate erigūtur. vt pri⁹ explorū gratia assignate pyramides: oēs enī latera habēt ad vnitate vsq; erecta. que cū adest: secum perfectione affert. Et cū aufertur: et p̄fectio simul adimitur. Est enī vnitas: oīs p̄fectionis fons. Et si ad diuina libet assurgere: totus iste mundus p̄fecte pyramidis pre se gerit speciem. cui⁹ sūma vnitas / bonitas & veritas & ipsa nūq̄ fatis laudata diuinitas con⁹ est: latera vero ex reb⁹ ab illa exuberātilissima bonitate manātib⁹ cōponūtur. quarū he qdē cono p̄piores sunt / minus ad multitudinē labētes & principio perfectionis similiores: vt entia supramūdana. ille vero distantes magis ab vnitate discedentes / et ipsi summe vnitati dissimiliores: vt entia sensibilia. Haud dissimili pene ratione vnitas numerorum fons & origo / simplex & indiuidua / ipsius summe vni⁹: et numerorū multitudo entium ab ipso primo ente p̄fectorum gerūt similitudinē. vtq; ab vnitate totus numerorū aceru⁹ / quorū hi propiui res vnitati illi vero remotiores: ita a primo ente oīs rerū multitudo ducit originē. In pyramide autē perfecta tot sunt ad eā cōplendā / cōsumandāq; sumendi numeri plani cōsimiles cōnumerate vnitate: quot in latere basis pyramidis sunt vnitates. Nā si due sūt i latere numeri plani pro basi cōstituti vnitates: duo nūeri plani cōsimilis denoiatiōis illic collocādī sūt / vt pote ipsa basis et supposita vnitas: que potentia oīs est numerus plan⁹ et solidus / & cuiuslibet sp̄erū nūeri plani et solidi potētia primus. Si tres in latere basis sunt vnitates: tres i illa pyramide nūeri plani cōsimilis speciei cōstituēdi sūt / quorū vnitas textū supremūq; locū cōtinebit. Et si quatuor vnitates in latere basis: quatuor nūeri plani cōsimilis ratiōis illā pyramidē p̄ficiēt. Et ita de alijs. qd̄ eo euenit. nā oīs nūer⁹ plan⁹ est totus ab vnitate: quot ei⁹ lat⁹ habet vnitates. vt si trigonus duas habet i latere vnitates: i ordine trigonorū est secūd⁹ / & si tres: tertī⁹ / si quatuor: quart⁹. Et i pyramide p̄fecta oēs priores basi nūeri plani cōsimiles / supponēdi sunt p̄ter cū vnitate. Erūt igit i p̄fecta pyramide tot nūeri plani eā cōponentes sibi vt decet suppositi: quot i latere basis eius erūt vnitates. quod est propositum. Similiter in pyramide perfecta tot sunt in quolibet latere surū erecto vnitates / quot sunt in latere basis. Nā tot sūt i latere basis vnitates: quot sūt ad p̄fectā pyramidē sumēdi numeri plani. At quot sunt in cōstituenda pyramide numeri plani: tot sunt in quouis latere sursum tendēte vnitates. cum quouis numerus vnam lateri illi sūggerat vnitatem. igitur quot sunt in latere basis perfecte pyramidis vnitates tot in latere surū erecto: suntq; latera illa inter se eqlia. ¶ Curta pyramis primo & cōmuniter accepta est cuius laterum erectio ad vnitatem vsq; non peruenit: q̄ ei deficiat ad suā p̄fectionē aut vnitas / aut cū vnitate a liquis numerus planus / vt si trigono 10 superponatur trigonus 6 non superaddito trigono 3 / aut saltem nō superposita vnitate: pyramis 16 itidē & 19 est pyramis curta cōter dicta / que & imperfecta noīat. Pyramis curta secundo et proprie est pyramis imperfecta cui ad suā p̄fectionē sola vnitas deest. vt cōstituāt trigonus 10 pro basi / cui supcollocet trigon⁹ 6 / & deniq; trigonus 3 p̄ternitillā vnitate: pyramis 19 est pyramis curta sc̄do & pprie / quare etiā est curta primo & cōter / cū hec ad illā gen⁹ sit & superi⁹. ¶ Pyramis biscurta est pyramis imperfecta cui ad suū cōplēmētū deest vnitas & vnus nūerus planus. vt cōstituāt trigonus 15 pro base cui supponat trigon⁹ 10: illi trigonus 6 / & deinde fiat status. Pyramis 31 est biscurta: nā ad suā cōsumationē ei deest vnitas & vnus plan⁹ vt pote trigon⁹ 3. ¶ Pyramis tricurta est pyramis imperfecta cui vt p̄ficiat deest vnitas & duo numeri plani. vt loco basis ponatur trigon⁹ 21 cui proxime supponat

Pētagona.

Hexagona

Pyramis perfecta.

Pyramis. curta

19
Biscurta.

31
Tricurta.

Introductio

10 trigonus 15 / et illi trigonus 10 / nullo amplius supiecto : pyramis 4-6 est tricurta. nā ei ad suā
 15 46 cōpletionē deest vnitas et duo nūeri plani vtpote trigoni / 6 / et 3. Sic quadricurta ē cui deest
 21 vnitas et tres numeri plani. vt 36 cōstitutus ex trigonis 21 / et 15 : cui deest vnitas & tres pla
 Numerus nitrigoni 10. 6. 3. et ita de alijs. ¶ Numer⁹ cubic⁹ pducit ex ductu lateris i suū tetragonū.
 cubicus. vt bis duosūt 4 : ibi 1 lat⁹ est tetragon⁹ / 4 tetragon⁹. Deide ducat 2 i 4 hoc pacto / bis 4
 sūt 8. ibi genit⁹ est cubicus numerus habēs idē latus quod suus tetragonus scilicet 2. Sum⁹
 liter ter 3 sūt 9 : ibi 3 latus est tetragoni in se ductū / & 9 tetragon⁹ ex ductu lateris i seipsū
 progenit⁹. Ducat igitur 3 i 9 hoc modo / ter 9 sūt 27 : hoc ductu pducit cub⁹ 27 / idē cū suo
 tetragono habēs latus scilicet 3. Si itaq; numerus cubicus per suas vnitates explicet / vt in
 solidis fieri haud secus atq; planis opere p̄ciū est / cōtinetur sex numeris planis scz quatuor
 lateralib⁹ et a deorsū i sursum porrectis / quito sūma parte supiacēte / et sexto ima parte sub
 iecto : qui oēs inter se equales sūt / equaturq; tetragono ipsi⁹ cubi. Habetq; cubic⁹ numerus
 profunditatē equalē lōgitudini & latitudini. nā i quolibet interuallo eūdē habet scilicet sui
 lateris numerū : et eodē ter sup̄to / primo pro lōgitudine / secūdo loco pro latitudine / & tertio
 pro altitudine explicat / scilicet suo latere. Et numer⁹ cubicus dicit tellera : q; ad similitudinē
 tessere taxilli q; sit format⁹ / que cubicā figurā in magnitudinibus exprimit. Habetq; oīs nu
 merus cubicus 12 latera / quorū quodlibet tot cōtinet vnitates quot latus quadrati : qñ quidē
 idē est latus cubi et quadrati. Et illorū laterū duo / vnā termināt sup̄ficiē : quē admodū due li
 nee termināt magnitudinē sup̄ficialē / sunt eni latera illa numeri lineares. quare oīs cubus
 sex cōtinet sup̄ficies siue numeros planos et sup̄ficiales : quorū quilibet / vt dictū est / equatur
 tetragono / et solidos angulos habet 8. quatuor superiores et quatuor subiectos et inferiores.
 Est autē angulus solidus qui pluribus q̄ duabus sup̄ficiebus cōtinet i vnū p̄ctū angularē
 cōueniētib⁹. Vt eni angul⁹ plan⁹ duob⁹ cōtinet terminis et numeris linearibus : numerus au
 tē planus duob⁹ terminis nō clauditur sed primū tribus / ad analogiā anguli et figure in ma
 gnitudine. ita angulus solidus trib⁹ ad min⁹ sup̄ficiebus terminat i vnū cōueniētib⁹. nūerus
 autem solid⁹ multāgulus quatuor ad min⁹ superficibus claudit. Itaq; quilibet octo angulo
 rū numeri cubici trib⁹ cōplet sup̄ficiebus : duabus lateralib⁹ et vna supiacēte aut subiecta in
 vnitate vnā angularē cōcurrētib⁹. Exēplū cōstituat huiusmodi. § numer⁹ cubic⁹ sex planis
 numeris cōtinet inter se equalib⁹ / & quorū vnusq; tetragono 4 equat : pfūditatēq; habet
 lōgitudini et latitudini equā. nā i quolibet itervallo habet 2 / & sic explicat : 2 / 2 / 2 vbi primo
 loco cōstitut⁹ binarius lōgitudinē designat / secūdo latitudinē / et tertio pfunditatē. preterea
 12 habet equa latera / in quolibet binariū. § habet angulos solidos sicut 8 vnitates angula
 res / et sup̄ficies habet sex : i quolibet quaternariū. Similiter 27 numer⁹ est cubicus cōtensus
 sex numeris planis inter se equis et ipsi tetragono dati cubi equalib⁹ : vtpote sex nouenarijs
 in quolibet itidē itervallo / lōgitudine latitudine & pfunditate habet 3. et sic designat / 3 / 3 / 3.
 duodecim habet latera / in quolibet ternariū : quod et suū et sui tetragoni est lat⁹ / solidos an
 gulos octo secūdū 8 p̄ctos angulares sup̄tos. et sup̄ficies / planosq; numeros et sup̄ficiales
 sex / quorū quilibet est tetragon⁹ 9. Et hec cubi diffinitio / (sicut et alie numeri secūdū figurā
 diffinitiones) intelligit de nūero diuersas habēte vnitates quib⁹ explicet. Nepe vnitati p̄di
 cta non cōuenit ratio : et tñ suo modo cubus est / cū nascat ex ductu lateris in suū quadratū
 sic : semel vnū semel. Nā semel vnū est vnū / vbi pri⁹ vnū latus est : posterius autē quadratū.
 Rursum ducēdo latus in productū quadratū : semel vnū est vnū / vbi prius vnū est lat⁹ cubi
 et posterius cubus. Estq; i hoc exēplo id vnū peculiare q; idē reipsā est lat⁹ tū quadrati tū cu
 bi / quadratus & cubus : ratione tamē diuersū / quod vacare mysterio credendū non est.

Latercul⁹. ¶ De laterculo exēplū. vt i 8 cui⁹ latera sūt 3 / 1 / 2. nā ter 3 sūt 9 / & bis 9 sūt 18. Illic ei lōgitu
 do latitudini est equa : sed altitudo siue profūditas que 2 tertio numero designat / est minor.
 Et si profunditas sola vnitate sit minor : respōdet altera parte lōgiori i planis / vt i dato exē
 plo. Si vero pluri q̄ vnitate pfunditas sit lōgitudine & latitudinem minor : respōdet ante lōgio
 ri. vt i 32 cui⁹ latera sūt 4 / 1 / 2. nā quater 4 sūt 16 & bis 16 sūt 32. ¶ De asserē exēplū. vt i 2 cu
 ius latera sūt 2. 2. 3. nā bis 2 sūt 4 / et ter 4 sūt 12. Et ibi lōgitudō equalis est latitudini / profū
 ditas autē 3 vtroq; maior. Qz si profūditas sola vnitate maior sit ceteris interuallis : respon
 det altera parte longiori in planis. vt ostēdit modo datū exēplū. Si vero plusq; vnitate profū
 ditas longitudinē et latitudinē superet : respōdet ante lōgiori in planis. vt i 6 / cui⁹ latera sūt
 2 / 2 / 4. Nā bis 2 sunt 4 / et quater 4 sunt 16. ¶ De cuneo exēplū. vt i 24. cuius latera sūt
 2. 3. 4. primū (vt in ceteris oibus) lōgitudō / secūdū latitudo / & tertiu pfūditas. Nā bis 3 sūt

6 et quater 6 sunt 24. Estq; hic latitudo maior longitudine/ profunditas vero maior latitudine. quare et longitudine. quare tria habet interualla inaequalia. ¶ De numero circulari sumatur exemplū. vt ducatur latus 5 in se: et proueniet tetragon⁹ 25/ in idem latus desinēs. Deinde ducatur 5 in tetragonum 25: et fit cubus 125/ qui in idē reuoluitur lat⁹. Postea idē latus 5 ducatur in productū cubū 125: et fit 625 in idem latus terminatū. Rursum idem latus ducatur in 625 et fit 3125. in quem iterum ducatur 5 et fit 15625. iterū in productū ducatur idem latus 5/ et fit 78125 in idem reuolutum latus. Et hoc pacto procedendo semper numeri producendi desinent in latus primo datum scilicet 5. Ibi 25 est numerus circularis siue tetragonus circularis. tetragonus quidē: q; ex ductu numeri in seipsum sit procreatus. Circularis vero: q; in idē quo productus est reuoluitur/ instar circuli cuius circūferentia in punctum a quo primū egressa est reuertitur. Secundo autē productus est cub⁹ spheric⁹. cubus quidē: q; fiat ex ductu lateris in suum tetragonū. Sphericus vero: q; in idem relab² rur a quo procreatus est/ instar sphere vna superficie clausa/ in qua circūferentia dimidij circuli sphericus describens ad suum locum vnde exiit reuertitur. Alii vero numeri consequentes/ sphericis sunt eandem ob causam sed non cubici. Similiter ducatur latus 6 in se vt sexies 6: et prouenit tetragonus 36 in idē latus reuolutus. In quē rursū ducat 6: producet 216 cubus in idē latus recidens. Deinde in datum cubum iterum ducat latus 6: et proueniet 1296. Rursum in productū ducatur 6: et confurget 7776. In quem deinceps ducat 6: producet 46656. In quē deniq; idem ducatur latus/ fietq; 279936. et ita quātū uoles procede: et qui producti sunt et qui producendi semper in idem reuoluuntur lat⁹ 6. Numerus 36 primo productus/ circularis numerus est et tetragonus. secundo product⁹ loco numerus 216/ est cubus sphericus. ceteri consequentes sunt sphericis solidi: non tamen cubici. Ceterum quē ad modum hec numeri circularis/ sphericis/ ratio ostēsa est in numeris ab unitate profusis: ita quoq; et unitati ipsi competere haud inconueniēter ostendi posset ex diuina Seuerini Boetii sententia/ qui secundi libri sue Arithmetices capite tricesimo censet unitatē et circulū esse et spherā. Eius verba sūt hec. Unitas quoq; virtute et potestate ipsa quoq; circulus vel sphaera est. Quoties enī pūctū in se multiplicaueris: in seipsū vnde ceperat terminatur. Si enī facias semel vnū: vnus redit. Et si hoc rursus semel: idem est. Igitur si vnā fuerit multiplicatio: solam planitudinē reddit/ et fit circulus. Si scda: mox sphaera cōficitur. Etenī secunda multiplicatio sepe efficitrix est profunditatis. Eadem ferme ratione idē author unitatem numerū perfectū potestate nuncupat. Ita enim primi libri sue Arithmetices capite vicesimo inquit. Igitur prima unitas virtute atq; potentia non etiā actu et re ipsa perfecta est. Nā si primam ipsam sumpsero de proposito ordine numerorū pariter parū: video primā atq; incōpositam. Quam si per seipsam multiplico: eadem michi unitas procreatur. Semel enim vnū solam efficit unitatē: que partibus suis equalis est potentia solum/ ceteris etiam actu atq; opere perfectis. Recte igitur unitas propria virtute perfecta est: q; et prima est et incōposita/ et per seipsā multiplicata sese ipsa conseruat. Et vt paucis absoluā/ eiusdē Boetii sententia est unitatē virtute atq; potentia omnē numerū planū esse atq; solidū/ et cuiusq; talū nomen fortiri. Dicit enim secundi libri capite octauo. Nam si unitas cūctorū est mater numerorū: quicquid in iis qui ab ea nascuntur numeris inuenitur/ necesse est vt ipsa naturali quadā potestate contineat. Verū id nichil aliud nobis insinuare credendum est: nisi summam illā rerum/ super benedictamq; unitatē supereminēter esse oīa. et quecūq; in rebus ab ea manantibus prestabilia/ excellentiaq; inueniuntur: eadem superexcellēter et vniuersaliter in ea contineri. Designat itidem eandē rerū unitatē/ indiuiduā/ primā et incōpositam summe perfectā esse/ immo perfectionis omnis immēsitatē in se mirifice cōplecti. que cū maxime lateat: maxime patet. et cum minima sit: etiā est maxima. Latet enī: q; nostre mentis inaccessa est. patet vero q; sese oibus in rebus legendam exhibuit per diuersa perfectionis vestigia rebus ipsis indita. minima quidē ob id indiuiduā simplicitatē vt et numeralis unitas. maxima vero virtute/ q; ex ipsa prodeant. omnia. Deniq; numerorū unitatē circuli et sphere rationē fortiri nichil sane aliud significare videtur q; summā rerū unitatē in se circulari motu ductā/ nichil nisi seipsā et unitatē sibi maxime equalē ineffabiliter gignere. Sphero vero ductū unitatē et summā equalitatē vtriusq; connexionē itidē summā efficere. Et plane cetera id genus neq; his quidē inferiora ex numerorū sacramentis/ abditissimisq; secretis et adytis erui depromiq; haud difficile possent: que i primis ardua/ diuinitatisq; plena potius in silentio illo Pythagorico discenda essent q; passim inuulganda. Hec tamen adiecta putentur quo sibi quisq; persuadeat numeros ad diuina mysteria noscenda. viam habere.

b. i.

Circularis.

Sphericus

Boetius

Punctum/
unitatem
qui punctus
est in arithmetica.

Introductio

Parallelepipedus

Numerus parallelepipedus est numerus solidus qui continetur numeris planis siue superficialibus: inter se equidistantibus / hoc est equali semper unitati interstitio separatis (quolibet superficiem ad libi ex opposito respondentem superficiē cōparando) qui est in infinitū prolongaretur: nunquā concurrerent / quē admodū in pyramide ad summā cōcurrunt unitatem. preter vero pyramidem numerus omnis solidus / equidistantibus superficiebus continetur. non tamen omnis: parallelepipedus est. Nā in parallelepipedo debent numeri illi plani neque omnino esse aequales sicut sunt in cubo / neque omnino inequales sicut in cuneo: sed duo intervalla quecumque ad invicem esse equalia / et tertium utriusque inaequale. quare solidus omnis numerus equidistantium laterum preter cubum et cuneum / hac ratione parallelepipedus est. Et sex modis evariari potest: quorum primus est. longitudine minore / latitudine et profunditate equalibus. vt 18. cuius latera sunt 2. 3. 3. Secundus. longitudine existente maiore / latitudine et profunditate equalibus. vt 12 cuius latera sunt 3. 2. 2. Tertius 16 longitudine et profunditate equalibus et latitudine minore. vt 18. cuius latera sunt 3. 2. 3. Quartus. longitudine et profunditate equalibus et latitudine maiore. vt 12. cuius latera sunt 2. 3. 2. Quintus. longitudine et latitudine equalibus et profunditate minore. vt 18 cuius latera sunt 3. 3. 2. Et hic proprio / peculiarique nomine laterculus dicitur est. Sextus. longitudine et latitudine equalibus et profunditate maiore. vt 12 / cuius latera sunt 2. 2. 3. Et hic speciali nomine dicitur est asser. Est enim parallelepipedus secundū datam rationem laterculo et asserre communior. Et modi latera habentes eadem secundum materiam / quis secundum sitū et formam transposita: eiusdem numeri habent exemplū. vt primus tertius et quintus numerum 18 / secundus / quartus et sextus numerum 12. Quia tamen alius est laterum ordo et series (que formā respicit) scilicet diuersae sunt species. Et possunt huius sex modi vocabulis artis facile comprehendī in quibus numeri a sursum in deorsum primo limite porrecti: ordinem istorum designāt modorum: vt nota unitatis primū modum / et nota binarii secundū / et ita deinceps. Deinde expressa ordinis nomina primum / secundū / tertium: intervalla numeraliū figurarum scilicet longitudinem / latitudinem / profunditatemque significant. Nempe primum: longitudinem notat. secundum: latitudinem. et tertium: profunditatem. Duo autē intervalla que per numeros expressos non denotantur: inter se equalia debent intelligi atque supponi.

1	primum minus
2	primum maius
3	secundum minus
4	secundum maius
5	tertium minus
6	tertium maius

Vt in primo modo p primum minus denotatur qd primus datorum sex modorum parallelepipedus est primo scilicet longitudine minore duobus ceteris intervallis latitudine et profunditate / ipsis quidem inter se equalibus. Et ita de ceteris.

Ex his constat numeros solidos numeris planis / equidistantibusque superficiebus contentos / octo modis evariari posse: quorum duo eximi vt contrarii sunt et penitus contra pugnantes / cubus / scilicet et cuneus. Intermedii autem (qui omnes sunt parallelepipedus) vt medii sunt: vtriusque extremi aliquid participantes.

	Nomina	Modi	Ipsorum intervallorum habitudines			Sūme.	
			longi.	lati.	profun.		
Parallelepipedus	Cubus	1	longi. lati. profun. equales.	2	2	2	6
		2	longi. minor. lati. profun. equales	2	3	3	18
		3	longi. maior. lati. profun. equales	3	2	2	12
		4	longi. profun. equa. latitu. minor	3	2	3	18
		5	longi. profun. equa. lati. maior	2	3	2	12
	Laterculus	6	longi. latitu. equa. profun. minor	3	3	2	18
	Asser	7	longi. lati. equa. profun. maior	2	2	3	12
	Cuneus	8	longi. lati. profun. inaequales	2	3	4	24

Medietas est duarum / pluriūve proportionum similis habitudo.

Medietas arithmetica est medietas: cuius termini equas seruant differentias.

Termini sunt numeri: medietatis proportionem constituentes.

Differentia est quo numerus numerum superat ac vincit.

Continua medietas arithmetica / ea est que in tribus continue numeris cōti-

netur. Si vero in quattuor discōtinue cōtineatur: disiuncta medietas arithmetica nuncupatur.

Medietas geometrica est medietas cuius termini equas seruant proportiones. Quæ si in tribus cōtinue terminis cōtinetur: cōtinua. Sin vero in quattuor discōtinue: disiuncta nominatur.

Medietas harmonica ea est in qua quæadmodū maximus terminus ad minimum: ita differentia maiorū ad differentiam minorū sese habet.

Quarta medietas est i qua quæadmodum maximus terminus ad minimum: ita differentia minorum ad differentiam maiorum.

Quinta medietas i qua quæadmodum medius ad minimum: ita minorum differentia ad differentiam maiorum.

Sexta est in qua quemadmodum maximus ad medium: ita minorum differentia ad differentiam maiorum.

Septima: vt quemadmodum maximus ad minimum: ita extremorum differentia ad differentiam minorum.

Octaua: quemadmodum maximus ad minimum: sic eorum differentia ad differentiam maiorum.

Nona: quæadmodum medius ad minimum: sic extremorum differentia ad differentiam minorum.

Decima: quæadmodū medius ad minimum: ita extremorū differentia ad differentiam maiorum. Et he septem vltime presertim adiecte: quo Pythagore denarius impleatur: in tribus terminis consistunt.

¶ Medietas siue proportionalitas est habitudo duarum proportionum: si fuerit simplex et non cōposita ex pluribus medietatibus: aut pluriū q̄ duarū vt trium/ quattuor aut quinq; si fuerit cōposita ex pluribus medietatib⁹. Exemplū primi. vt sicut 12 ad 6: ita 4 ad 2. Exemplū secūdi vt sicut 16 ad 8: ita 8 ad 4/ et 4 ad 2/ et 2 ad vnū. que quidem medietas cōposita i tres simplices medietates resolut potest. Quemadmodū propositio hypothetica simplex ex duabus categoricis cōponitur. Cōposita vero ex hypotheticis: ex plurib⁹ q̄ duabus cōstituitur categoricis. Et illarū proportionum ex quib⁹ cōstituitur medietas: habitudo debet esse similis aut penes equalitatem differētariū aut proportionum. Differentiarum quidem: vt in arithmetica medietate. proportionum vero: vt in geometrica et in alijs medietatibus.

Medietas

¶ De medietate arithmetica exemplum sumitur huiusmodi, sicut 12 ad 10/ ita 6 ad 4. Nam quantum primus terminus 12 excedit secundum scilicet 10: tantum tertius terminus 6 excedit quartum terminum 4. Vtrorumq; enim differentia est 2. Et nūeri 12, 10, 6, 4. sunt illius medietatis terminū: cū sint numeri constituētes proportionem ex quibus cōstat illa medietas. Binarius autem est differentia numeri 12 supra 10/ cum sit id quo 12 superat 10/ quando quidem subtractio minore numero 10 a maiore 12: manet 2 differentia. Eadem est differentia nūeri 6 supra 4: cū sit id quo 6 superat 4. sublato enim minore numero 4 a maiore 6: residuus manet binarius per regulam communem. Datis duobus numeris inæqualibus si minor a maiore subducatur: residua est maioris supra minorē differētia.

Arithmetica

	2	
12		10
	2	
6		4

¶ De arithmetica medietate continua, vt sicut 12 ad 9 ita 9 ad 6. Siquidem differentia 12 ad 9 est numerus 3/ et eadem est ipsius 9 ad 6 differentia: et ea medietas in tribus terminis 12, 9, 6. continetur. Et cōtinue quidem: nam que primi ad secundum terminum est excessus habitudo/ eadem et secūdi ad tertium absq; transmutatione differentie numeri ad suum proxime cōsequentem comparati: sic q̄ in continua terminorum progressionem eadem sēp obseruatur differētariū equalitas. Et hui⁹ medietatis pportioēs vno t̄mio cōmunicāt: vt pote medio qui bis sumit. Et cū ea dicit tribus cōtineri terminis: nō ibi maior nūer⁹ excludit. nā nichil prohibet eā quattuor aut quib⁹ et quotlibet terminis cōtineri. vt 12, 10, 8, 6, 4, 2. Vbi pcedentis ad proxime sequē

Arithmetica continua

	3	3
12		9
		6

Introductio.

tem continue eadem est differentia, sed tantummodo secluditur numerus minor: nam non potest arithmetica medietas continua paucioribus quam tribus contineri terminis. Et sane cum solum tribus contineatur est arithmetica medietas continua simplex: non resolubilis in plures huiusmodi medietates. Cum vero pluribus quam tribus terminis continetur: est arithmetica medietas continua composita et in plures simplices resolubilis. Disiuncta medietas arithmetica: est medietas arithmetica que in quatuor discotinue terminis continetur. vt 12. 10. 7. 5. Idem enim est primum supra secundum et tertium supra quartum excessus: eademque differentia vt pote binarius: et continetur quatuor terminis / 12 / 10 / 7 / 5 discotinue: quia numerorum se ordine consequentium non eadem est differentia. nam primi ad secundum differentia est 2. Secundi autem ad tertium scilicet 3. 0 ad 7 differentia 3. quare ibi interruptitur et discontinuatur eadem differentiarum habitudo. Et huius medietatis proportionales nullo termino communicant: similes propositionibus categoricis nullo termino participantibus. Continue vero medietatis proportionales similes sunt categoricis medio termino participantibus et quarum predicatum prime est subiectum secunde. quales sunt homo est animal & animal est substantia.

Disiuncta

2
12 10
2
7 5

Medietas
geometrica.

12
8 6
4

¶ De geometrica medietate tale summe exemplum: 12. 6. 8. 4. hic enim termini equas seruant proportionales. nam vt primum ad secundum / 12 ad 6: ita tertium ad quartum / 8 ad 4. cum vtroque sit proportio dupla. Equae autem proportionales sunt que eiusdem sunt denotationis: non modo generalis sed & specialis. vt cum ambe sunt duples / triples / sesquialtera / sesquitercia / et ita de aliis. In proportione autem superpartiente aut multiplici superpartiente: vt eiusdem denotationis dicantur non sufficiunt ambe esse superpartientes aut supertripartientes aut superquadrupartientes. Nam horum terminorum 9 / 7 / 5 / 3 ambe proportionales sunt superpartientes: non tamen eiusdem sunt denotationis: cum 9 ad 7 sit proportio superbipartiens septimas: et 5 ad 3 est superbipartiens tertias / et inter datos quatuor terminos non est medietas geometrica. nam inter nullos eisdem contigit arithmetica et geometrica iue inimedietate. In datis autem terminis est medietas arithmetica: cum proximi ad proximum terminum differentia sit binarius. Sed requirit specialior denotatio vt quod abelii superbipartientes ternas / aut quitas aut septimas siue quod abelii sit superbipartientes / superbiquite aut superbiseptime. Et fit medietas geometrica in omnibus proportionum generibus / multiplici / superparticulari / superpartiente: et suis speciebus.

Geometrica
coniuncta.

8 4 2

¶ Medietas geometrica coniuncta: est medietas geometrica que in tribus continue terminis continetur. vt 8. 4. 2. Nepe vt 8 ad 4: ita 4 ad 2. Vtraque siquidem proportio est dupla. Et continua ibi est proportio. Nam eadem est cuiusque termini ad proximum sequentem lineae interruptioe proportio. Contineatur autem tribus terminis re ipsa diuersis: quorum medius duorum supplet officium cum sit consequens prime proportionis et antecedens secunde: et ideo bis sumitur. quemadmodum harum propositionum homo est animal et animal est substantia: terminus animal bis ponitur. Et ideo continue medietatis proportionales vno termino communicant / conueniunt et participant. Quod si (vt fieri potest) continua medietas geometrica ex pluribus quam tribus constituat terminis: vt 16. 8. 4. 2. 1. ibi non simplex sed ex pluribus composita est medietas: sicut in arithmetica dictum est.

Geometrica
disiuncta

8 4
6 3

Medietas
harmonica

¶ Medietas geometrica disiuncta est que in quatuor discotinue terminis continetur. vt 8. 4. 6. 3. Vt enim primum ad secundum: ita tertium ad quartum. Et ea in quatuor ad minimum terminis continetur discotinue. Nam non eadem consequentium se terminorum vbiusque est proportio. nepe 8 ad 4 proportio est dupla: 4 autem ad 6 proportio subles qualtera. huius autem medietatis proportionales nullo termino conspirant. ¶ De harmonica medietate vt 6. 4. 3. Nam sicut se habet maximus terminus 6 ad minimum terminum 3: ita binarius differentia maiorum scilicet maximi et medij qui sunt 6 & 4: se habet ad vnitatem differentiam minorum / medij inquam & minimi 4 et 3. Siquidem in comparatione vtraque proportio est dupla. ¶ Quarte medietatis exemplum. vt 6. 5. 3. nam vt 6 ad 3 maximus terminus ad minimum: ita 2 que est differentia minorum ad vnitatem differentiam maiorum. Vtraque enim proportio est dupla. Dicatur autem hic maximus is numerus qui datorum terminorum est maximus. et minimum qui assignatorum terminorum est minimus. Differentia autem maiorum est differentia maximi ad medium: et differentia minorum est differentia medij ad minimum.

Quarta

Quinta

Sexta

Septima

Octaua

Nona

¶ Quinte medietatis exemplum. vt 5. 4. 2. Nam vt 4 ad 2 medius ad minimum: ita 2 que est differentia minorum ad vnitatem que est differentia maiorum scilicet quinarum et quaternarum. Nam vtraque proportio est dupla. ¶ Sexte medietatis exemplum vt 6. 4. 1. Nepe vt 6 ad 4 maximus ad medium: ita 3 que minorum est differentia / ad 2 differentiam maiorum / vtraque scilicet habitudo sesquialtera. ¶ Exemplum septime. vt 9. 8. 6. Nam sicut 9 ad 6 maximus ad minimum: ita 3 que extremorum 9 et 6 est differentia: ad 2 differentiam minorum. Extremi quidem numeri sunt maximus et minimum illius comparationis termini / et differentia extremorum est maxima ad minimum differentia. ¶ Exemplum octaue medietatis. vt 9. 7. 6. Nam vt 9 ad 6 maximus ad minimum: ita 3 que differentia est extremorum ad 2 differentiam maiorum qui sunt 9 et 7. ¶ Nonne medietatis potest assignari tale exemplum. vt 7. 6. 4. Nepe vt medius sese habet ad

minimū sc; 6 ad 4: ita 3 differentia extremou 7 et 4/ad 2 differentia minorū qui sunt 6 et 4 cū vtraq; sit sesquialtera/ sicut et in duabus precedentibus denominationib⁹. **Exemplum Decima** decime vt 8/5/3. Nam vt medius ad minimum scilicet 5 ad 3: ita 5 differentia extremorum 8 et 3/ad 3 differentiam maiorum 8 et 5. Nam vtraq; est superbipartiens ternas. Dicte autem decem medietates hac subiecta descriptione declarantur.

	Medietates	Difference
1	Continua	6 4 2 2 2
	Arithmetica	7 5 6 4 2 2
2	Continua	9 6 4 Sesquialtera pportio
	Geometrica	9 6 3 2 Sesquialtera pportio
3	Harmonica	6. 4. 3. 2. 1. Dupla
4	Quarta	6. 5. 3. 1. 2. Dupla
5	Quinta	5. 4. 2. 1. 2. Dupla
6	Sexta	6. 4. 1. 2. 3. Sesquialtera.
7	Septima	9. 8. 6. 3. 2. Sesquialtera.
8	Octaua	9. 7. 6. 3. 2. Sesquialtera.
9	Nona	7. 6. 4. 3. 2. Sesquialtera
10	Decima	8. 5. 3. 5. 3. Supbitertia.

Vocabulis autem artis iste decem medietates earumq; diffinitiones (quo sine confusione rectori teneantur ordine) ita designari possunt.

- 1 Eque differentie. 6 Maxim⁹/medius/minor/maior
- 2 Eque proportiones. 7 Maxim⁹/minim⁹/extrem⁹/minor.
- 3 Maximus/minimus/maior/minor. 8 Maxim⁹/minim⁹/extrem⁹/maior
- 4 Maximus/minimus/minor/maior. 9 Medius/minim⁹/extrem⁹/minor.
- 5 Medius/minimus/minor/maior. 10 Medius/minim⁹/extrem⁹/maior

Numeri proprietas

- 1 Omnis numerus circum se proxime positorum atq; simul iunctorum comperitur medietas.
- 2 Omnis numerus duorum quocūcunq; altrinsecus iacentium et ab eo equaliter distantium: itidem est medietas

Numeri paritas proprietas

- 1 Cum numerus par in duo partitur: si earum partium vna par est | et altera parem esse necesse est
- 2 Cum par itidē in duo partitur: si earū partiū vna impar est/ altera erit impar.
- 3 Par parem si multiplicet: semper nascitur par.
- 4 Par imparem si multiplicet: nascitur par.

Numeri imparitas proprietas

- 1 Quilibet numerus impar in duo partitus: vt vnam partem parē et alteram imparem habeat necesse est.
- 2 Impar imparem si multiplicet: protinus nascitur impar.
- 3 Impar si multiplicet parem: procreabitur par.

Numeri pariter paritas proprietas

- 1 Quilibet nūer⁹ pariter par partē quālibet et noīe et quātitate parē habet. Nomine quidē | q̄ denoiationē habeat a numero pariter pare: quātitate vero/ q̄ ea ipsa numerus sit pariter par.

Introductio.

Omnis numerus pariter par: est aliquis dupliciū ab vno continue ſūptorū. 2

Et quēlibet duplorū ab vno et ſolū talē: pariter parē eſſe neceſſe eſt.

Quotcunq; pariter pares ab vno cōnumerata vnitate collecti: ſequenti minus vno reſtituunt.

Omnis numerus pariter par: eſt diminutus.

Omnis nūerus pariter par: ex reſpondētib⁹ ſibi mutuo partib⁹ procreatur. 4

Partes mutuo ſibi reſpondentes: pars denominans / & denominata. 5

Nūerorū pariter pariū cōtinue diſpoſitorū ſi ſeries eſt impar: quod ſub extrimis cōtinetur equū eſt ei qui continetur ſub medio in ſe ducto. deinde ſub circumpoſitis vſq; ad ſeriei expletionem. Si vero fuerit par: equū eſt ei qui ſub duobus mediis cōtinetur. deinde iis qui altrinſecus illis adiciuntur et hoc pacto vſq; ad ſeriei expletionem. 6

Numeri pariter imparis proprietates

Quilibet numerus pariter impar: medietatē habet imparem.

Omnis numerus pariter impar: quālibet ſui partem alterius quantitatis retinet / pariter et denominationis. Nam ſi quantitas eſt par: denominatio erit impar / et contra ſemper eueniat. 1

Omnis numerus pariter impar: gignitur ex imparibus continue ab vnitate ſumptis / in quos binarius ducitur. 3

Omnes nūeri pariter impares ſeſe quaternaria numerofitate transcendunt: quattuor naturali ſerie interceptos cōtinue relinquentes / et ab ſeſe cōtinue quinto loco diſtantes. 4

Omnis numerus pariter impar: duorū ſimul pariter impariū altrinſecus equi diſtanter iacentium et naturali ſerie collectorum eſt medietas. 5

Prima numeriproprietas.

Oīm nūerorum pariter imparium pari / cōtinuaq; ſerie diſpoſitorum: duas medietates ſimul iūctas ſuis proxime altrinſecis numeris et illis qui ſuper illos ſūt vſq; ad vnitatem ſimul in vnumq; collectis equari neceſſe eſt. 6

8 Prime proprietatis nūeri exemplū. vt 5 numerus eſt cuius capiat proxime minor 4 / et proxime maior 6 / qui duo ſunt circū datum numerum 5 proxime poſiti / et ſimul iuncti cōſtituunt 10: cuius datus numerus 5 eſt medietas. Similiter 5 & 7 duo ſunt numeri circū numerum 6 proxime poſiti / hic quidem maior ille vero minor et ſimul iuncti efficiunt 12: cui⁹ datus numerus 6 eſt medietas. Ita 6 et 8 ſunt duo numeri circū numerum 7 proxime poſiti et ſimul iuncti componunt 14: cui⁹ datus numerus 7 eſt medietas. Et ita de omnibus eſt dicendum. 1

Secunda.

Pro ſecunda proprietate cognoscere opere precium eſt qd numeri altrinſecus iacentes ſunt duo numeri / vnus maior et alter minor ad mediū numerum comparati ſic dicitur qd ad alterū faciat latus / minor quidem ad latus vnum / et maior ad alterū. vt 4 & 8 ſunt numeri altrinſecus iacētes ad 6 / ſimiliter 3 et 9. Nūeri autem a tertio nūero equidiſtantes ſūt quorum eadem eſt ad illum tertium diſſerentia. vt 4 et 8 equidiſtant a numero 6. nā 8 ad 6 diſſerentia eſt 2 / ſimiliter 4 ad 6 diſſerentia eſt 2. Sic 9 et 3 equidiſtant ab eodem numero 6. nam eorum ad datum numerum 6 eadem eſt diſſerentia. quando quidem 9 ad 6 diſſerentia eſt 3 / ſimiliter 3 ad 6 diſſerentia eſt 3. Nunc itaq; preſentis proprietatis hoc ſumatur exemplum. Duo numeri 8 et 4 ſunt altrinſecus iacentes ad 6 vt oſtenſum eſt: et ab illo equidiſtantes: ſimulq; iuncti faciunt 12 cui⁹ datus numerus eſt medietas. Ita 9 et 3 duo ſūt numeri altrinſecus iacentes et equidiſtantes a 6: et ſimul iuncti cōſtituunt 12 cui⁹ 6 eſt medietas. Sic 10 et 2 altrinſecus iacēt et equidiſtāt a dato nūero 6 / cū vtriuſq; ad 6 diſſerentia ſit 4: & ſi iuncti cōſtituunt 12 cui⁹ inde 6 eſt medietas. Deniq; 11 et 1 nūeri ſūt (nā & i ſis duab⁹ proprietatib⁹) qd pri⁹

de duobus numeris dato numero proximis / scda vero de altrinsecus positis quatuorlibet a numero proposito distatibus dat: vnitas noie numeri compreheditur et continetur)altrinsecus iacetes ad 6/ et ab eo equidistantes: cu vtriusq; ad 6/ differentia sit 5. qui si coiungatur: coplet 12 cuius identidem numerus propositus 6 est medietas. Et ita de quibuscunq; alius numeris est dicendum. ¶ Prime proprietatis numeri paris exemplū. vt numerus par 12 diuidatur i du-
 1 as partes siue equales siue ineqles: nichil refert. que quide collecte totū coponāt et integre
 colituāt (nō eni hic de partibus numeratib⁹ agitur sermo: sed colituētibus numerū) exē-
 pli gratia in 10 et 2: vna ei⁹ pars sc3 10 est par/ pariter et altera sc3 2. Ita si diuidatur i 8 et 4
 2 aut in 6 et 6/ semper si vna est par: vtrāq; parē esse necesse est. ¶ Exemplū scde. vt idē nūe-
 rus 12 diuidatur in duas portioēs 5 et 7: quarū sicut prior est ipar ita et posterior. sicut disse-
 cetur in 3 et 9/ in 11 et 1 (nā vnitas hic nūeri paris noie cēlet: q; numer⁹ ipar vnitatis natu-
 rā et cōditionē sequatur) si vna diuisionis portio ē ipar: vtrāq; iparē esse oportet. sic q; im-
 possibile ē nūerū parē diuidi in duas ptes (q; sil' iuncte totū colituāt) quarū vna sit par et al-
 3 tera ipar: cū par numer⁹ impari addit⁹ iparē nūerū colituat: vt 2 et 5 coplēt 7. par autem
 pari addit⁹ parē coponit. vt 2 et 6 cōficiūt 8. et ipar impari addit⁹ etiā reddit parē. vt 3 et 5:
 restituit 8. ¶ Pro tertia proprietate pmittēdum est q; nūer⁹ vn⁹ alterū multiplicat: qn du-
 4 ctus in alterū: tertū aliquē producit. Ad qd sane tria requiruntur: numer⁹ inq; multiplicās/
 numer⁹ multiplicat⁹ et nūer⁹ product⁹. Nūer⁹ multiplicās: est numer⁹ q in alterū ducit.
 et aduerbio nūerādi explicari solet. Numer⁹ multiplicat⁹: ē nūer⁹ i quē alter ducit/ et noie
 nūerali exprimitur/ scdoq; nomiat et ponit loco/ multiplicās vero primo. Nūer⁹ product⁹:
 est nūer⁹ q cōsurgit ex ductu multiplicātis i multiplicatū/ et noie nūerali exprimit/ tertioq;
 loco disponit. vt bis 4 cōficiunt 8. ibi 2 est nūer⁹ multiplicās/ + vero multiplicat⁹/ et 8 nūe-
 1 r⁹ productus. Sicut quater 6 coponunt 24. ibi 4 nūer⁹ est multiplicās/ 6 numer⁹ multipli-
 cat⁹ et 24 numer⁹ productus. Tertie ergo proprietatis ea sunt q modo posuim⁹ exēpla. Nā
 in priore/ binari⁹ numerus par multiplicat nūerū parē 4: et inde nascitur par sc3 8. in po-
 4 steriore vero: 4 nūer⁹ par multiplicat 6 numerū parē et etiā producit par sc3 24. ¶ Exē-
 plum quarte vt si 2 nūer⁹ par multiplicet 3 numerū iparē nascitur 6 numer⁹ par. Sicut si 4
 numerus par multiplicet 5 numerū imparē nascitur 20 numer⁹ par. Et si idē numer⁹ par
 multiplicet 7 numerū imparem: nascitur 28 numer⁹ par. ¶ Prime proprietatis numeri im-
 1 paris exemplū. vt 9 numerus impar diuidatur in duas quascunq; portiones q simul iuncte
 totū reddāt/ quēadmodū i 8 et 1: in 7 et 2/ i 6 et 3/ i 5 et 4: et vna pars est par et altera ipar
 Si quidē impossibile est imparē diuidi aut in duos pares: cū illi sil' iuncti parē coponant. aut
 in duo ipares: cum et illi simul collecti numerū parē reddant. sed necesse est oēm imparē in
 vna partē parē et alterā iparē dissecari. vt si priore loco supra sit par/ altera sit ipar: et si pri-
 2 mo loco sumpta sit ipar scdo loco pars supra sit par. ¶ Secunde proprietatis exemplū vt 3
 numer⁹ impar si multiplicet 5 numerū imparē: producit 15 numer⁹ impar. Et si idē ipar
 3 multiplicet 7 numerū imparē gignitur 21 numer⁹ impar. Qz si idē numerus impar 3 mul-
 tiplicet 9 numerū imparē: gignitur 27 numerus impar. ¶ Exemplum tertie vt si 3 numer⁹
 1 r⁹ impar multiplicet 4 numerū parē: producit 12 numerus par. Et si idem impar 3
 multiplicet 6 numerū parē: producit 18 numerus par. Deniq; si 5 numerus impar
 multiplicet 2 numerū parē producit 10. Et si 4: 20/ vbi vterq; productus est par. ¶ Prima
 numeri pariter paris proprietat/ intelligēda est de numero pariter pari habēte partē nūe-
 2 ratiuā que sit numerus: et non de illo qui solā vnitatē habet partē numeratē. Quare bina-
 rio accōmodāda nō est: sed dūtaxat numeris pariter parib⁹ supra binariū sumptis. Preter-
 ea nō est hec proprietat applicanda cuiūq; parti siue nūeratiue siue coltitutiue: sed tantū
 3 parti numeratiue. Nō tamē oī parti numeratiue/ sed solum ei q numer⁹ est. Nā vnitas quis 32
 cuiuslibet numeri pariter paris est pars etiā numerās/ tamē neq; noie neq; quātitate est pa-
 1 riter par/ cum nō sit numerus pariter par/ imo neq; numerus par/ neq; etiā numerus. Ea
 autē pars est noie pariter par: que quora sit maioris nūeri pars/ a numero pariter parē de-
 2 nominatur. vt 2 dicitur decimalēxta pars ipsi⁹ 32: denominationēq; habet a 16 numero pa-
 riter parē. quare 2 est pars ipsius 32: nomine pariter par. Ea vero pars est quātitate pariter
 par cum ipsamet est numer⁹ pariter par. vt 1 (cuius partes in duo equa ad vnitatē vsq; se-
 ctionē recipiunt) est pars ipsi⁹ 32/ quātitate pariter par: cum 2 sit numer⁹ pariter par. Pri-
 me itaq; proprietatis statuā exēplū. vt 32 numer⁹ est pariter par p definitionē: et quālibet
 partē suā sc3 2, 4/ 8/ 16 habet noie et quātitate pariter parē. qd de prima partium ei⁹ bina-
 rio modo ostensū est. Scda eius pars 4 est noie pariter par quia quora sit eius pars: a nūero
 pariter parē sc3 8 habet de noiationē. Est eni 4: octaua pars ipsi⁹ 32. Etiā 4 est pars quātita-

Prima nu-
meri paris.

Tertia

Quarta.

Pria iparis
pprietas

Secunda

Tertia

Prima pari-
ter paris p-
prieras

16
8
4

Introductio.

tate pariter par: cū per diffinitionē sit numer⁹ pariter par. Ita 8 est pars ipsi⁹ 32 / noīe parit par: q̄a ei⁹ denoiatur pars a numero pariter pare sc̄ 4. est enī 8 quarta pars ipsi⁹ 32. etiā ē quātitate parit par / per diffinitionē. Deniq; 16 est pars ipsi⁹ 32 noīe pariter par: quā denoiatur a nūero pariter pare sc̄ 2. Est enī 16 secūda pars ipsi⁹ 32. Eadē pars 16 est quātitate pariter par / cū sit nūer⁹ pariter par. Ex hui⁹ aut proprietatis sc̄da particula / manifestū ē oēm partē numeri parit paris que nūerus est: esse numerū pariter parē. ¶ Sc̄da proprietates tres

Secunda.

- 64
- 34
- 16
- 8
- 4
- 2
- 1

Tertia.

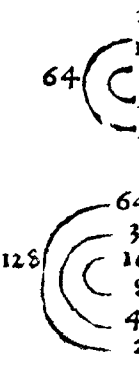
- 64
- 32
- 16
- 8
- 4
- 2
- 1

Quarta.

Quinta.

Sexta

habet particulas. Prima. oīs nūer⁹ pariter par est aliquis dupliciū siue duplorū ab vnitare cōtinue sūptorū. Tūc aut sumūtur dupli cōtinue ab vnitare: quādo sūptorū ab vnitare in vna serie nūerorū proxime sequēs duplā habet proportionē ad proxime p̄cedētē. vt hoc ordine 1 / 2 / 4 / 8 / 16 / 32 / 64 / 128 / binarius nūer⁹ duplus est ad vnitatē / 4 ad 2 / 8 ad 4: neq; iterū p̄ illa duplorū series. Oīs itaq; numerus pariter par: est aliquis illorū dupliciū ab vnitare cōtinue sūptorū. vt si q̄s nūer⁹ cōprobet eē parit par: statī cōsequat eū eē de nūero dupliciū cōtinua serie ab vnitare sūptorū. Sc̄da particula est q̄ quilibet nūerorū duplorū ab vno cōtinue sūptorū: est pariter par. et hec est cōuersa ad p̄cedētē. vt 8 est vn⁹ duplorū cōtinue ab vnitare sūptorū: quare 8 est numer⁹ pariter par / ita 16 / et 32. Tertia particula est. solū nūer⁹ qui est aliquis duplorū ab vno cōtinue sūptorū: est pariter par. sic q̄ quicūq; nūer⁹ nō fuerit aliq; hui⁹ duplorū: nō potest esse pariter par. vt 6 / 10 / 12 / 14. et hec statī sequit ex prima particula. ¶ Tertia proprietatis exēplū. vt vnitatis cū primo numero pariter pari sc̄ 3 binario cōstituit 3 q̄ vnitare minor est q̄ 4 proximus numer⁹ pariter par. Sicut 1 / 2 / 4 / simul iuncti cōstituit 7 q̄ vnitare minor est q̄ 8 proximus numer⁹ pariter par. Ita 1 / 2 / 4 / 8 simul collecti: cōponūt 15 numerū vnitare minorē q̄ sit 16 sequēs pariter par. Deniq; 1 / 2 / 4 / 8 / 16 simul cōpositi cōstituit 31: q̄ vnitare minor est q̄ proximus numer⁹ pariter par 32. ¶ Ex qua p̄ diffinitionē numeri diminuti sequit quarta proprietates: q̄a p̄ primā proprietatē / quelibet pars nūeri pariter paris ē pariter par. et p̄ tertiā quotūq; nūeri parit pares cōnumerata vnitare collecti: cōstituit numerū sequētē parit pare vnitare minorē. quare cuiuslibet nūeri pariter paris simul collecte partes: min⁹ ip̄o toto reddūt. oīs igit nūer⁹ pariter par p̄ diffinitionē est diminit⁹. vt 8. nā ei⁹ partes 1 / 2 / 4 / min⁹ faciūt q̄ octo: cū solū cōstituat 7. Ita 16 diminit⁹ ē nūerus. nā partes eius simul collecte 1. 2. 4. 8: solū reddunt 15 ¶ Pro quinta proprietate preno scendum est q̄ pars denoians est numer⁹ qui cōueniēter respondetur ad quēsitium quota pars. Pars autē denoiata: is est numerus de quo hui⁹modi sit interrogatio. vt si quis sciscitetur quota pars est binarius ipsi⁹ 32: cōueniēter respōdetur est decima sexta. Ibi 16 est pars denoians / et 2 pars denoiata. Q̄ si quis cōtra p̄cōtetur quota pars est 16 ipsi⁹ 32: et respōdeatur eā esse secūda partē. Ibi ediuerso 2 est pars denoians / et 16 pars denominata. Dicit itaq; quinta proprietates / q̄ oīs numerus pariter par fit ex hui⁹modi partib⁹ sibi mutuorespondentib⁹: hoc est ex ductu partis denoiantis in denoiatā et contra. vt bis 16 cōplēt 32. sicut decies flexies duo cōstituit 32. Si autē alterna fuerit numerorū multiplicatio: idē nūer⁹ vtrobicq; proueniet. Ita cū dico 4 est octaua pars dati numeri 32: ibi 4 est pars denoiata / et 8 pars denoians. et cū cōtra dixerō 8 ē quarta pars eiusdē numeri 32: ibi alternatiōe facta 8 pars est denoiata et 4 pars denoians. Et ex illis partib⁹ sibi mutuo respōdētib⁹ hoc est i se iuicē alternati ductis: cōstituitur dat⁹ numer⁹ pariter par. nā octies 4 cōstituit 32 / sicut quater 8 eundē cōplēt numerū. ¶ Pro sexta proprietate p̄mittēdū est tunc aliqua nūerorū seriē esse imparē: q̄n ad quēstionē factā p̄ quot illi⁹ seriei sūt nūeri / respōdetur nūerus ip̄ar. vt 3. 5. 7 Tūc aut est par: q̄n positorū nūerorū multitudo est par. vt 2. 4. 6. 8. Id aut cōtinetur sub extremis: q̄d fit ex ductu extremi i extremū / id est nūerus qui p̄ducitur ex multiplicatiōe vni⁹ extremi p̄ alterū. Extremi autē hic vocāt / prim⁹ date seriei nūer⁹ & vltim⁹. Medij autē numeri sunt qui ab extremis equidistant: hoc est qui equo interceptorum numerorum intervallo ab vno distāt extremo sicut ab altero. Id autem cōtinetur sub medio in se ducto: q̄d producitur ex ductu medij numeri in se. Ille vero numer⁹ cōtinetur sub duob⁹ medijs: qui gignitur ex ductu vnius medij i alterum. Prime itaq; partis hui⁹ sexte proprietatis exēplū. vt si disponātur quinq; nūeri. pariter pares cōtinuo ordine sic 2. 4. 8. 16. 32: ibi 2 et 32 sunt nūeri extremi / 8 vero est nūerus medius. nā ab vtroq; extremo vni⁹ nūeri iterstitio distat. & ducaſ extremus in extremū sc̄ 2 in 32: & producitur 64. sicut ducaſ medij nūer⁹ 8 i seip̄lū: idē producat nūerus. nā octies 8 cōstituit 64. Deinde circūpositi nūeri 4 et 16 / in se ducatur vnus in alterum: et equalis producitur numerus / ei qui fit ex medio in se ducto. nā quater 16 sunt 64. Et ita faciendū est quouiscq; tota serie expleta fuerit. ¶ Secunde partis eiusdē proprietatis exēplum. vt disponantur continue sex numeri pariter pares / 2. 4. 8. 16. 32. 64. 2 quorum numerorum / 2 et 64 sunt extremi: 8 vero et 16 sunt duo medij / nam ab extremis



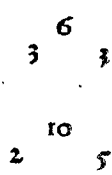
equidistant: ab vtroq; inquā vnus tātū nūeri intersitio. Extrem⁹ autē vnus in alterū duct⁹ vt 2 in 6 4/ producit 12 8/ similiter et medius vn⁹ in alterū duct⁹ vt 8 in 6 tātū dē cōficyt pote 12 8. quare qđ cōtinetur sub duob⁹ extremis equū ē ei qđ cōtinetur sub duob⁹ medijs. Deinde sumātur duo numeri ipsi medijs circūpositi & altrinsec⁹ illis adiecti: sc; 3 4 et 3 2 / & ducatur vn⁹ i alterū: producēt etiā 12 8. qđ igitur cōtinetur sub ijs numeris qui altrinsec⁹ numeris medijs adiciūtur: equū est ei qđ cōtinetur sub medijs vno in alterū ducto. Et quātū libet numerorū pariter pariū seriē protrahere libet siue iparē siue parē: idē fuerit de his atq; illis iudiciū. Dicūtur autē numeri medijs circūpositi q cū extremi nō sint / altrinsec⁹ iacētes vn⁹ quidē ab vno latere mediorū & alter ab altero: equalit a medijs distāt. vel nullo sc; 3 nūmeri intersitio si proximi sint medijs: vel equali numerorū mediatiōe si nō sint proximi. Et

Primapari ter imparis proprietas.

1 ita numeros medio circūpositos diffiniat. ¶ Prima proprietat numeri pariter iparis patet. vt 6 numer⁹ pariter ipar: suā medietatē 3 habet iparē. et numeri pariter imparis 10: medietas 5 est ipar. et ipsi 14 q est par ipar: medietas 7 est ipar. et hec ex diffinitione numeri pariter imparis et diffinitione numeri iparis: statim est nota. ¶ Scda proprietat (vt et prima nūeri

Secunda.

2 pariter paris: cui analogia oppositi respōdet) intelligitur de numeri pariter iparis parte numeratiua que sit numer⁹. Et de numero pariter ipare vltra binariū sūpto. Nā binari⁹ etiā ratio nē numeri pariter iparis et nōnullas proprietates sicut & numeri pariter paris/ retinet. Cui⁹ quidē proprietatis sit hoc exēplū. senari⁹ numer⁹ est pariter impar cui⁹ pars binari⁹ est par quātitate: cū sit numer⁹ par / tñ est impar denoiatione/ nā a numero ipare ternario denoia- tur. est ei 2 tertia pars ipsi⁹ 6. Cōtra 3 pars senarij est ipar quātitate: cū sit numer⁹ ipar. et ē par denoiatione. nā a nūero pare sc; 3 binario habet denoiationē/ cū 3 sit scda pars ipsius 6.



3 Ita denari⁹ numer⁹ est pariter ipar: cui⁹ pars binari⁹ est par quātitate sed impar denoia- tione. nā quīnta pars. Et altera euidē pars sc; 5 est impar quātitate sed par denoia- tione: nā denoia- tur esse scda pars. ¶ Tertia proprietat hoc declaratur exēplo. cōstituātur nūeri ipares cōtinue ab vnitate hac serie: 3/ 5/ 7/ 9/ 11/ 13/ et ita cōsequēt / et i eorū quēlibet ducatur binari⁹: nascētur naturali serie nūeri pariter ipares/ 6/ 10/ 14/ 18/ 22/ 26. Si enī 1 ducatur i 3: produ- citur 6. 2 i 5: nascitur 10. 4 i 7: nascitur 14. & ita de alijs. Et hīc pariter ipares qa ex binario nūero potētia & iparib⁹ nūeris formalib⁹ nascūtur: res ex materia & forma/ actūq; & potētia (quales sūt res naturales oēs) insinuāt. Hāc autē tertiā proprietatē pns figura reddēt patētiore

Tertia.

Impares i quos ducitur binari⁹	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
Pariter ipares ex eo ductu gēti	6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58

4 ¶ Quarta proprietat ostēdit numeros pariter ipares cōtinue dispositos. seruare medietate arithmetica: sicut numeri pariter pares ex secūda proprietate cognoscūtur seruare propor- tionalitatē geometricā. Nā proximi pariter ipares equā semp seruāt differētiā vtputa qua- ternariū. Cōstitutis enī hoc ordine numeris pariter iparib⁹/ 6/ 10/ 14/ 18/ 22/ 26: ipsi⁹ 10 ad 6 differētia et excess⁹ est 4. eadē est ipsius 14 ad 10/ eadē ipsi⁹ 18 ad 14/ et ita proxime maio- ris ad proxime minorē. Et relinquūt numeri pariter ipares quattuor i medio iterceptos na- turali serie numeros: cōnumerato proxime minore precedētēq; numero pariter ipare. vt in- ter 6 et 10 intercipiūtur quattuor nūeri: qui sūt 6/ 7/ 8/ 9/ et quito cōstitut⁹ a 6 loco est pariter impar sc; 10. Sic inter 10 et 14 quattuor intercipiūtur numeri: 10/ 11/ 12/ 13/ et quinto cōstitutus loco est 14- numerus pariter ipar. Quod quidē presenti descriptione vel apertissime constat.

Quarta

Numeri naturali serie dispositi.

6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
Pariter impares quaternario distantes.																					
6	10				14				18				22				26				

5 ¶ Quinta proprietat numeri pariter iparis p analogiā duarū proprietatū numeri duab⁹ di- stribuitur particulis. Prima. oīs nūerus pariter impar duorū circū se proxime positorū pariter impariū naturali serie collectorū atq; simul iūctorū est medietas. vt constitutis hoc ordine nūeris pariter iparib⁹/ 6/ 10/ 14/ 18/ 22: 6 & 14 nūeri pariter ipares circū numerū 10 proxime positi et simul cōiuncti cōplēt 20: cui⁹ 10 medi⁹ nūerus est medietas. Ita 10 et 18 numeri pariter impares circū numerū 14 proxie positi et simul iuncti cōstituūt 28: cui⁹ 14 ē medietas. Deniq; 14 et 22 circū numerū 18 circūpositi et simul iuncti reddūt 36: cuius 18 medi⁹ inter- ceptus q; numer⁹ est medietas. Secūda pars. oīs numerus pariter impar: duorū quorūcūq;

Quinta



Introductio

28
26 ter imparium altrinfecus iacentiū et ab eo equaliter quantūlibet distantiū est medietas. vt
22 constituantur pariter impares hoc ordine: 2/ 6/ 10/ 14/ 18/ 22/ 26. duo numeri 6 et 22/ sunt
18 numero 14 altrinfeci/ siue altrinfecus iacentes: nō quidē proxime sed mediate vt hec scda
14 pars intelligitur/ et a dicto numero 14 equidistantes: vterq; sc; vni⁹ pariter imparis inter-
10 uallo. qui simul iuncti faciūt 28: cuius 14. est medietas. similiter extremi numeri 2 et 26 sūt
6 dato numero 14 altrinfeci et equidistantes simulq; iuncti reddūt 28 quorū 14. est medietas.
2 ¶ Sexta pprietas patet ordinatis hac serie pari numeris pariter imparib⁹: 2/ 6/ 10/ 14/ 18/ 22/ 26/ 30: due medietates hoc est duo numeri medii 14. et 18. simul iuncti cōponunt 32. De-
30 inde illis mediis proximi sc; 10 et 22 simul et vnū collecti equalē cōstituūt nūerū 32. De-
26 niq; duo datis mediis altrinfeci et equidistantes 6 et 26 simul iuncti eundē cōponunt nūe-
18 rum 32. Postremo extremi nūeri 2 et 30 datis mediis equidistantes et simul iuncti equantur
14 medius simul iunctis/ et constituunt etiā 32: et tūc ad vnitatē vsq; peruētū est. Qz si numero-
10 rum pariter imparium. series fuerit impar vt 6/ 10/ 14/ 18/ 22: tunc numeri altrinfecus iacētes
6 simul iuncti cōficiunt numerū equū ei qui fit medio addito ad seipsum. vt 10 ad 18 iunctus
2 constituit 28. similiter et 6 ad 22: sicut medius numerus 14 ad seipsum addit⁹ cōstituit 28.
22 sed hoc statim ex precedente proprietate cognoscitur: qua dicitur numerus medius equi-
18 distans altrinfecis interceptus eorū simul iunctorū esse medietas. quare equatur nūe-
14 ro confurgenti ex additione sui ad seipsum Etiā ex sexta numeri pariter parie proprie tate
10 id statim per analogiam cognoscitur: vbi in serie impari medius numerus seipso multipli-
6 catur. Quod enim ibi facit multiplicatio: hic facit additio. Et hec sexta numerorum/ pariter
22 impariū pprietas cognoscit ex hac numerorū pprietas hic non enumerata sed a Iordano
18 tertia propositione primi libri demonstrata. Si duo numeri a duob⁹ numeris circū se positis
14 equaliter distent: illis coniunctis sūt equales: siue si duo circūpositi a duobus mediis equa-
10 liter distent illis cōiunctis sunt equales. vt 4/ 6/ 8/ 10/ 12/ 14. 6/ et 12/ equaliter distāt a duo-
6 bus mediis 8 et 10 quibus circūponuntur. quare illi coniuncti his coniunctis sunt equales
2 Ita 4. et 14. dictis duobus mediis 8 et 10 circūponūtur et ab eis equaliter distant. igitur cō-
14 iuncti mediis coniunctis equātur constituuntq; 18. Quod et in pariter imparibus propter
12 equalē a seinuicē distantiā quarta proprietate ostensam contingit.

Nu me ri im pa ri ter pa ris pro pri e ta tes.

18
14
12
10
8
6
4
 Omnis numerus impariter par/ aliquas eius partes habet et denominatio-
 ne et quantitate respondententes: aliquas vero denominatione/ quātitateq;
 dissentientes.

18
14
12
10
8
6
4
 Omnis numerus impariter par ex numero pariter pariet pariter impari pro-
 creatur.

18
14
12
10
8
6
4
 Cōpleta ad longitudinē et latitudinē impariter parium serie: qui per lōgitu-
 dinē descripti sūt/ sextā pariter parium seruāt proprietatē. qui autē i latitudis
 ne/ sextā seruant pariter imparium. Longitudo seriei est que a sinistro
 porrigitur in dextrū. Latitudo vero: que ab imo euadit ad sursum.

Nu me ri per se cti pro pri e ta tes

18
14
12
10
8
6
4
 Omnis numerus perfectus alternatim altero senario/ octonarioq; termina-
 rus comperitur

18
14
12
10
8
6
4
 Omnis numer⁹ perfectus/ ex pariter parib⁹ ab vnitāte sua serie collectis na-
 scitur: qui in vnū congesti/ cōgregatiq;/ numerū primū cōstituunt: in quē
 ducitur aggregatorum maximus.

Nu me ri di mi nu ti et abun dan tis pro pri e ta tes.

18
14
12
10
8
6
4
 Omnis numerus diminutus: a sola monade aut a numero diminuto nūerat
 Numerus abundans solum abundantem numerat.

Nu me ri pri mi et com po si ti pro pri e ta tes

18
14
12
10
8
6
4
 Omnis numerus primus ad oēm quē non numerat primus est.

- 1 Omnis numerus compositus: a primo numeratur.
- 3 Ois numerus cōpositus post aliquē impariū naturaliterie dispositorum totus esse probatur: quotus ille numerus impar ab vnitate fuerit aut post aliquem supra ipsū imparem totorū/totus. Quotus/et totus: vt tertius /quinus /septimus. et hoc pacto deinceps.
- 4 Ois numerus primus aliquis impariū est hoc pacto dispositorū qui post nullū imparē aut aliquē supra ipsum totorum: totus venerit/quotus aliquis imparium fuerit ab vnitate.

Nu me ri ad al te rum pri mi pro pri e ta tes.

- 1 Omnes numeri adinuicem primi singuli in se ducti: numeros adinuicē primos procreant.
- 2 Omnis nūerus minor qui ad maiorem est primus/a maiore detractus quoties potest/et eo qui relinquetur quoties potest a minore detracto/ et hoc pacto continue quoties opus est: tandem que detractionis vicem impediatur relinquitur vnitas.

¶ Prime proprietatis numeri impariter paris exemplum. vt 12 nūerus impariter par habet partē sc3 binariū quantitate parem et etiam denoiatione. nā denominatur a nūero pari 6. est enim binarius sexta pars 12. Similiter idem numerus habet senarium partē quantitate parem et etiam denominatione: cum 6 sit secunda pars ipsius 12. quare aliquas habet partes denominatione et quantitate respondentes sc3 vel vtroq; modo pares vel vtroq; impares. Et in hoc conuenit cū numero pariter pare. Idem numerus habet ternarium partem quantitate imparem sed denominatione parem: cum ternarius sit quarta pars ipsius 12. Deniq; habet quaternarium partē quantitate parē sed denominatione imparem: cum quaternarius sit tertia pars ipsius 12. habet igitur aliquas partes denominatione et quantitate dissentientes et disconuenientes penes paritatē et imparitatem. Tūc enī denominatio et quantitas cōsentiunt: cū et quantitas et denoiatio est par/ vel vtraq; impar. Dissentiūt vero: cū quantitas est par et denoiatio impar/ aut quantitas impar et denoiatio par. Et in hac scda particula cōuenit nūerus impariter par cū nūero pariter impare. Is ei vt medius: vtriusq; & pariter paris et parit impatis vt extremorū naturā et conditionem quodam modo participat. ¶ Neq; id irrationabile est: quādoquidē cōpositum /eorū ex quibus nascit naturā legitur. Nūer⁹ aut ipariter par ex nūero pariter pari et pariter impari in seductis enascit: vt secūda ostēdit proprietates. Quod patet cōstitūdo pariter pares secūdū naturalē eorū seriem a sinistro dextrū porrectā: et pariter impares secūdū naturalē eorū ordinē ab imo sursum euadentē hoc modo.

Prima pa
riter paris
prietas

Secunda.

Pariter impares

22	44	88	176	352	704
10	36	72	144	288	576
14	28	56	112	224	448
10	20	40	80	160	320
6	12	24	48	96	192
Parit	Lo	gi	tu	do	
pares	2	4	8	16	33

¶ Ducant itaq; singuli nūeri parit ipares in quēlibet parit pariu cōstituet iparit pares: vt se nariū i oēs parit pares ducēdo cōstituit prim⁹ limes iparit pariu. nā 6 in 2 pducit 12/6 in 4 gignit 24. Deinde scdus pariter ipar in oēs pariter pares duct⁹ producit secūdū litem impariter parium. vt 10 in 2/producit 20/10 in 4 producit 40. Tertius pariter impar ductus

i descriptos nūeros pariter pares: tertiu producit litem. quart⁹ quartum/et quintus qui tum. vt sola ostendit multiplicatio. Et ita completur series impariter parium ad longitudinem et latitudinē: longitudinē in quā a sinistro in dextrū porrectam sic 12/ 24/ 48/ 96/ 192. latitudinē vero ab imo ad sursum extēntā sic 12/ 20/ 28/ 36/ 44. ¶ Et nūeri pariter ipares plō gritudinē descripti seruat sextā pariter pariu prietatē: nā in serie ipari quod cōtinet sub extremis equū est ei qd continet sub medio in le ducto. Et in serie pari quod cōtinet sub extremis equū est ei qd continet sub duob⁹ medijs. Secūdū latitudinē vero descripti nūeri pariter ipares seruat sextā pariter iparium proprietatē. nā in serie impari extremi simul iuncti eū cōponūt nūerū quē duo medij simul iuncti deinde circūpō sūti. Quod oē exemplo euadet manifestus.

Tertia

Introductio.

Capiantur numeri impariter pares primi limitis secundū longitudinē descripti et in serie ipari vt pote $12/2+1/4/8/96/192$. Extremi 12 & 192 vn⁹ in alterū ducti producūt 2304 . Medi⁹ itidē $+8$ in se duct⁹ eundē producit numerū 2304 . Deinceps capiātur numeri impariter pares scđm lōgitudinē in serie pari: vt $12/2+1/4/8/96$. Extremi 12 et 96 alter in alterū ducti producūt 1152 . Eūdē et medi⁹ $+4$ et $+8$ producūt numerū si vn⁹ p alterū multiplicetur. Quare scđm lōgitudinē seruā⁹ parit⁹ paritū sexta proprietatē. Postea capiāt⁹ nūeri iparit⁹ pares primi limitis secundū latitudinē descripti et i serie ipari sc; $12/20/28/36/44$. Extremi 12 et 44 simul adiūcti cōponūt 56 . Eundē medi⁹ nūerus 28 sibīpsī adiect⁹ cōstituit: eūdē et circūpositi 10 & 36 simul adiūcti cōplēt. Demū sumāt⁹ iparit⁹ pares primi limitis scđm latitudinē descripti in serie pari: sc; $12/20/28/36$. Extremi 12 et 36 simul iūcti cōstituit 48 : quē et medi⁹ 20 & 28 simul vnq; collecti itidē cōplēt. Planū est itaq; secundū latitudinē seruari sextā proprietatē piter ipariū. Et vt de primo limite ostēdū est: ita de quolibet altero ostendēdū est. Subiecta aut ostēdit descriptio q nūeri producāt in quolibet quinq; limitū tā iparis q̄ paris seriei secundū lōgitudinē ex ductu extremorū circūpositorum aut mediorum per multiplicationē. Qui preterea numeri cōponantur in quolibet quinq; limitū tam imparis q̄ paris seriei secundum latitudinē ex adiunctione extremorum circūpositorū aut mediorū per additionem quo in omnibus limitibus hec proprietatē innotescat.

Producti ex ductu impariter parium secundum longitudinem.

	Li	mi	tes	eo	rū
In serie im pari. In pari.	1	2	3	4	5
	2304	6400	12544	20736	30975
	1152	3200	6172	10368	15488

In serie qdē ipari nūer⁹ signat⁹ pducit⁹ p⁹rio ex ductu primi i quitū. scđo: secundū dī i q̄tū. tertio: tertij i seip̄. In serie aut pari: p⁹rio ex ductu primi i q̄rtū. scđo ex

Compositi ex adiunctione impariter parium secundum latitudinem.

	Li	mi	tes	eo	ru
In serie im pari. In pari.	1	2	3	4	5
	56	112	224	448	896
	48	96	192	384	768

ductu scđi i tertū. Hic i serie ipari notat⁹ nūer⁹ cōponit⁹ p⁹rio ex adiunctione primi cū quito. scđo. scđi cū q̄rto. tertio. tertij cū seip̄. In serie vero pari ex

adiūctione primi cū q̄rto. et scđo ex collectioe secundū cū tertio. ¶ Prima proprietatē nūeri pfecti patet. nā p 1m⁹ nūerus pfectus 6 terminat⁹ senario. secundus 28 octonario. tertius autē 490 rursū senario desinit. quartus vero 3128 terminatur octonario. et ita deinceps loco impari dispositio senario: pari vero octonario terminatus cōperietur.

Prima nūeri pfecti p-
ri pfecti p-
rietas.
Secunda

¶ Secūda sic ostendit. colligantur ab vnitatē (ea quidē comnumerata) numeri pariter pares qui simul iūcti cōstituit nūerū primū. vt $1/2$ simul collecti cōstituit 3 numerū primū / in quē ducat 2 aggregatorū maxim⁹: & fit 6 nūerus pfectus. Deinde vterius progrediendo $1/2/4$ simul additi cōstituit 7 numerū primū: in quem ducatur 4 adiūctorū maximus et postremus / fit 28 numerus pfectus. At $1/2/4/8$ pariter pares constituunt 15 qui primus non est sed compositus: idcirco hoc pacto nūerū pfectum non generant. Sed 15 numerus ex pariter paribus simul collectis cōstans et per aggregatorum maximū sc; 8 multiplicatus producit 120 numerum abundanteū vt quia $1/2$ numero abundante numeretur secundū 10. Deinceps $1/2/4/8/16$ simul adiecti cōstituit 31 numerum primū: i quē ducat 16 maximus collectorum / fit 496 nūerus pfectus. Atqui $1/2/4/8/16/32$ simul additi cōstituit 63 numerum cōpositū (vt qui a $2/1/11/7/8$; nūerē) quare eo modo nūerū pfectū nō cōstituit: sed 63 nūerus ex pariter paribus simul adiūctis cōpositus et per adiūctorum maximū 32 multiplicatus pducit 2016 numerū abundante: quia a 12 nūero abundante numeratur secundum 168: quare per numerū abundantis proprietates / abundans est. Omnis enim numerus ab abundante nūeratus: vt sit abundans oportet. Deniq; 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. simul ad iuncti constituunt 127 numerum primū: qui per maximum aggregatorum 64. multiplicatus producit numerū pfectum 8128. Et ita de aliis cōsimili modo dicendum est. Vt hec oculis subiecta descriptio clare ostendit.

Pariter pares.	1	2	4	8	16	32	64
Nūeri primi ex superiorib ⁹ collecti		3	7		31		127
Numeri pfecti geniti.		6	28		496		8128

Boetius

Neg pretermittendū est id quod de nūero pfecto diuus Seuerin⁹ Boetius annotat primi lib⁹ brisue Arithmetice scapite decimo nono / eū videl; virtuti p pmodū assimilari mē abundā

tiā d' effectumq; medie: q; haud dissimiliter is numerus inter abundantē / diminutūq; mediet. Inquit enim. inter hos autem (sc; abundantem et diminutū) medij tēperamentū limitis fortit⁹ est ille nūerus q; perfect⁹ dicit⁹ / virtutis scilicet emulator. qui nec superuacua progressione porrigit: nec cōtracta rursus diminutione remittit. sed medietatis obtinēs terminum suis equis partibus nec crassatur abundantia nec eget inopia. Et sane huic assimilatio n' satis respōdet huiusce numeri nomen quo perfect⁹ dicitur: quādoq; dem perfectio omnis / a virtute proficiscat. Neq; ab illo discrepat q; rarissim⁹ inuētū sit nūerus perfectus. Nepe intra denariū solus 6 perfectus est. Intra cētēnariū solus 28. Intra millenariū vnicus 496. Intra decēmilla solus 8128: vt inquit idem Boetius p'noiatī libri capite vicefimo. Abūdantes autē et diminuti inueniuntur q; plurimi. haud aliter plane q; per viciorū deuia aberrantes et exuperatiōe defectiōeue deliquentes hoies inuenias pene īfinitos: per mediū autē & rectū virtutis callē progrediētes oppido q; paucos. Vt merito deplorandū sit quod conqueritur lu

uenalis.
Rari quippe boni / numero vix sunt totidem: quot
Thebarum porte vel diuitis hostia Nili.

Et plane verum est quod idem subiungit.

Egregium / sanctumq; virum si cerno: biformi

Hoc monstrum puero / aut miranti iam sub aratro

Piscibus inuentis aut fete comparo mule:

Sollicitus / tanq; lapides effuderit imber

1 ¶ Prime proprietatis nūeri diminuti et abūdantis exemplum. vt binarius numer⁹ dimi-
nutus est et ternari⁹ / quinari⁹ et septenarius / et eorū vnusquisq; sola monade numerat: cū sit nu-
mer⁹ prim⁹. Ita quaternari⁹ nūerus diminutus a binario nūero diminuto nūeratur: et octo-
narius numerus dimi-
nutus a binario et quaternario nūero diminuto. sic denari⁹ a quinario
numero diminuto itidē et binario. quare nūerus diminutus a nūero perfectō aut abūdante
minime nūerari potest. Numerat tñ diminutus perfectū. vt ternari⁹ senariū: et quaternari⁹

Iuuenalis

Prima pro-
prietatū nu-
meri dimi-
nuti et abū-
dantis.

Secunda

2 28. nūerat et diminutus abūdantē: vt ternari⁹ 12 / quaternari⁹ 16 / nouenarius 18. ¶ Secū-
de proprietatis exēplū. vt 12 numerus abūdans solū nūerat numerum abūdantem: vt 24 se-
cundū 2 / et 36 secundū tria. nūerat itidē 48 secundum 4 / et 60 secundū 5. Ita 16 numerus
abūdans solum numerat abundantem: vt 32 secundum binarium / et 48 secundum ternariū /
et 64 secundū quaternarium. Ita et 18 nūerus abundans numerat solū modo nūe-
ros abundantes: vt 36 secundū binarium / 54 secundū ternariū / 72 secundū quaternarium: et
ita de reliquis. Quare nūerus abūdans perfectum non nūerat neq; diminutū: nūerat tñ a
perfectō vt 12 a senario similis et 18. et a diminuto. vt 12 a ternario et 16 a quaternario.

1 ¶ Prime pprietatis nūeri primū et cōpositi exēplū. vt ternarius est nūerus primus et nō nūe-
rat quinariū: ergo ad quinariū est primus / et sunt ternari⁹ et quinari⁹ nūeri adinuicē primi
siue cōtra se primi. Sic ternarius non nūerat septenariū neq; octonarium: est ergo prim⁹ ad
vtrūq; eorū. Nūerus autem primus ad alterū quē nūerat cōparatus: cōmunicās est et cōmē
2 surabilis vt ternarius ad senarium / nouenariū et duodenarium. ¶ Secūde proprietatis exē-
plū. vt senarius nūerus cōpositus a ternario nūero primo nūeratur: et octonarius cōposit⁹
a binario nūero primo. Denarius itidē cōposit⁹ a quinario nūero primo / et 14 cōpositus
a septenario nūero primo: et ita deinceps. ¶ In tertia proprietate totus et quot⁹ relatiua sūt

Prima pro-
prietatū nu-
meri primi
et cōpositi.

Tertia

3 ordinis: vt tantus et quātus magnitudinis / et tot et quot multitudinis. Et totus idē est quod
eius ordinis / quotus vero cuius ordinis. Respondētq; eis noīa ordinē numeralē denotāta
primus / secundus / tertius / quartus / quintus. Disponantur itaq; impares naturali serie sic. 3 / 5 /
7 / 9 / 11 / 13 / 15 / 17 / 19 / 21 / 23 / 25 / 27 / 29 / 31 / 33 / 35 et ita cōsequēt: ternarius est ab vnitāte nūer⁹
tertius. In hac itaq; serie imparium sumat tertius post ternariū non cōnumerato ternario vt
pote nouenarius: ipse per primam huius proprietatis particulā est cōpositus / quia est tert⁹
post aliquē impariū naturali serie dispositōrū vtpote post ternarium. quotus sc; 3 tertius ē nu-
merus ipar videlicet ternarius ab vnitāte. Deinde sumatur tertius post 9 sc; 15: et hic qdē
per scđam proprietatis partē cōpositus est: cū sit totus post aliquē totorū supra ipsū iparem.
Est enim tertius post aliquē tertiorū supra ternariū datum iparem. Rursū sumatur tertius
post 15 sc; 21 / et post illū tti⁹ 27 et post eū tert⁹ 33; oēs hi sūt per secundam proprietatis par-
ticulā cōpositi. Sic quari⁹ ē ab vnitāte quirtus numerus. in hac ergo serie sumat quirt⁹ post
quinariū ipso quario nō cōpurato sc; 15: ille cōpositus ē et tot⁹ sc; 3 quintus post aliquē ipa-
riū naturalis dispositōrū: quot⁹ ipse ipar 5 est ab vnitāte. Deide post 15 sumat quirt⁹ sc; 25;

Introducō.

et ille idem est compositus / q̄ sit quintus post aliquē quintorum supra primo acceptū imparē. Deniq̄ post 25 sumat quintus 35 et ille eadem ratiōe compositus est. Ita post septenarium qui ab unitate septimus est / sumat septimus in ordine naturali impariū sc̄ 21 ille q̄ dem compositus est. Et post 21 rursum capiatur septimus 35 / et ille cōpositus est: q̄ septim⁹ sit post aliquē septimorū supra datū imparē. Et ita de aliis. ¶ Quarta proprietates pater. vt quaternarius nūerus primus non est totus post aliquē impariū quorū impariū fuerit ab unitate. nā quaternus est primus post ternarium in ordine dato. at ternari⁹ est tertius ab unitate. similiter septenarius est secundus a ternario qui est impari⁹ tertius ab unitate: non est ergo idē ordo nūeri primi ad imparē / et impari⁹ ad unitatē. Ita si quartus est a ternario qui est tertius ab unitate et tertius a quaternario qui est quintus ab unitate. Idem numerus 11 est quart⁹ a ternario tertio ab unitate: et tertius a quaternario / quinto ab unitate. Sic neq̄ numerus primus est totus post aliquem totorum supra imparē prius acceptum / quotus ille est ab unitate: vt inductio ne fit q̄ manifestissimū. Et he due proprietates hac figurali descriptione euadēt dilucidiores.

Quarta

Tota septenario aut aliquo toto supra ipm.	7						7															
Tota quinario aut alio toto sup ip̄	5			5			5			5												
Tota ternario.	3		3		3		3		3		3		3									
Impares	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45
ipes cōpo.			9			15			21			27			33			39			45	
Nūe primi	3	5	7	11	13	17	19	23		29	31		37		41	43						

Prima nūe ¶ Prime proprietatis numeri ad alterum primi exemplū. vt 2 et 3 sunt numeri ad alterum rī ad alterū primi. Ducātur ergo singuli in se: vt bis 2 sunt 4 / et ter 3 sunt 9: nūeri producti 4 et 9 etiā primi proueniunt numeri adinuicē primi. Ita 4 et 5 numeri contra se primi ducātur vt terq̄ i seip̄ū vt quaternus 4 sunt 16 / et quinquies 5 sunt 25: nūeri producti 16 & 25 sūt numeri ad alterū primi. Sic 5 et 6 numeri sūt cōtra se primi et ducātur quisq̄ in se: producti quadrati 25 et 36 etiā erūt nūeri adinuicē primi. Vt hec descriptio dilucide ostēdit.

Numeri adinuicē primi qui in seip̄m ducit.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Numeri adinuicē primi ex superioribus producti.	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121

Secunda. ¶ Secūde proprietatis exemplū. vt 16 et 25 sunt numeri contra se primi inuales quorū minor 16 subtrahatur a maiore 25 et residuus erit 9 qui quoties potest vt semel subducatur a minore prius dato 16 superest 7 / septenari⁹. qui deicā quoties potest subtrahatur a nouenario scilicet semel et residua est dualitas: qua quoties potest scilicet ter a septenario detracta reliqua est unitas que diuisionis vltiore progressionē impedit. Similiter 25 et 36 sunt nūeri cōtra se primi inuales: quorū minore 25 a maiore 36 detracto / residuus est vndenarius qui quoties potest sc̄ bis a minore 25 si detractus fuerit: residuus est ternarius. et illo quoq̄ ter quoties potest ab vndenario detracto / superest binarius. quo semel a ternario ablato reit qua est unitas: diuisionem ampliolem prepediens. Quod et in minoribus cōtra se prius 5 et 8 / 5 et 13 / 7 et 10 facile cernitur.

- E qua li ta tis et ine qua li ta tis pro pri e ta tes.
- Equalitas est inequalitatis principium.
- Omnis inequalitas ex equalitate nascitur.
- Omnia inequalitas in equalitatem resoluitur.
- Multiplicis pro pri e ta tes.
- Multiplices ceteris inequalitatibus sunt antiquiores / originēq̄ priores.
- Omnia multiplex ex continua nūerorū serie ad unitatem relata confurgit.
- Multiplex multiplicis modus atq̄ species.
- Omnia multiplex maiorem habet multiplicem.
- Specie rum mul ti pli cis pro pri e ta tes.
- Omnia dupli ex singulis paribus a binario sumptis ad singulos seriei nūerorū ab unitate continue comparatis: nascuntur.
- Ois triplus a ternario duobus post singulū q̄: cmq̄ triplum naturalis seriei

numerorum continue dimissis procreatur.

3 Quadruplus itidē cōtinue tribus post singulum quēq; quadruplū relictis numeris nascitur. et hoc pacto de quincuplo/ fescuplo et ceteris.

Su per par ti cu la ris pro pri e ta tes.

1 Omnis superparticularis: superparticularē supra se relinquit minorē. Mino rē enim eū esse dicimus: cuius pars a maiori numero denominatur.

2 Omnis superparticularis ex continua serie numerorum: continue proxime sequentis ad suum precedentem comparati: sumit initiū.

Spe cie rum su per par ti cu la ris pro pri e ta tes.

1 Omnis sesquialter ex naturalibus/ conti nui s q; triplis: ad naturales / conti nuos q; duplos comparatis enascitur.

2 Omnis sesquitercius pari pacto ex continuis quadruplis ad continuos tri plos comparatis elicitur.

3 Omnes sesquiquarti ex continue quincuplis ad continuos quadruplos cō paratis simili origine extrahūtur. Et hoc pacto sesquiquinti ex fescuplis et quincuplis/ et sesquisepti ex septuplis et fescuplis: et ita deinceps.

1 ¶ Pro equalitatis et inequalitatis proprietatibus/ id cognitu dignū est q; sicut vnitas prin: Prima pro cipium est omnis numeri secundū se / et oīs numerus ex vnitatis nascitur et in vnitatem re: prietatum soluitur: ita equalitas est inequalitatis principiū producentis/ omisq; inequalitas ex equali: equalitatis rate nascitur/ et in equalitate resoluitur. Et cū equalitas et vnitas ipsi summe enti attribuā et inequa: tur/ multitudo vero et inequalitas rebus ab eo emanantibus: ostēdunt in vestigio he diui: litatis.

ne proprietates summū ens rerū oīm esse principiū/ oīaq; ab eo ortū ducere et in eū reuo: cari. Quodq; magis mirū: nō ex bina aut quaterna equalitate nascitur inequalitas sed tri: na solū/ quod rerū oīm principiū/ maxime v nū trinūq; tenui quodā vestigio indicat. ¶ Ut Secunda.

2 autē manifestū euadat quomodo oīs inequalitas id est inequalitatis species ex equalitate tina nascitur: tria seruanda sunt precepta. que sunt/ primū: primū/ secundu: primū/ secun: dū bis/ tertiu. Et significant q; datis tribus equalibus terminis suis limitibus dispositis: et a sinistro in dextrum porrectis/ designatisq; subter tribus aliis locis pro his qui nascent in: equalibus numeris scribendis. Primus terminus primo sub signet loco/ deinde primus et se: cundus simul addantur: et cōpositus ex eis numerus/ secundo supponatur loco/ sub secun: do eminentiore. Postremo prim⁹ termin⁹ addatur secundo bis sumpto/ et tertio semel sumpto et numerus ex illis cōpositus tertio collocetur loco: illi tres inuales subscripti/ ex tribus equalibus suprascriptis sunt geniti: et inter se proportionales. Et ita ex inualibus pri⁹ ge: nitis: inuales posteriore s eisdē preceptis nascuntur per solam additionē. Quod v r exa: ctius cognoscatur: quinq; secū dū numerū specierū inequalitatis ponūtur regule. ¶ Prima. Multiplicium dupli immediate ex equalitate nascuntur/ et tripli ex duplis/ quadrupli ex triplis/ et proxime maiores cōsequenter ex proxime minorib⁹. Sint date tres v nitates tri: bus locis disposite sic. 1. 1. 1. per primū preceptum in primo inferiori loco sine additione na: scitur vnitas/ per secundum preceptum ex additione primī ad secundū sine prime vnitatis cū secunda: nascitur secundo loco binarius. per tertiu preceptum: primū ad iunctū secundo bis sumpto/ item et tertio semel: progignit quaternarium tertio loco. Geniti autem nume: ri inuales. 1. 2. 4. sunt inter se dupli vt hec ostendit formula. In qua vnitas primo loco po: sita dicitur primū: secundo loco posita/ secun: dum: et tertio loco/ tertium. Et ita triū nume: rorum ex quibus alii gignuntur. prim⁹ primū/ secundus secū dū/ et tertius tertiu appellatur.

1	1	1	Trina equalitas.
1	2	4	Dupli ex trina equalitate
1	3	9	Tripli ex duplis.
1	4	16	Quadrupli ex triplis.

¶ Secunda regula. Superparticulares nascū: tur ex multiplicib⁹ consimilib⁹ denominationis sed conuersis: vt sesquialteri ex duplis con: uersis. et sesquiterci ex triplis/ sesquiquarti ex quadruplis: et ita deinceps. Consimilis deno: minationis dicunt qui ab eodē numero denominātur: vt tripli a ternario: itē et sesquiterci.

Conuersi autem sunt: cū maior primo loco ponitur et medius secū do/ minor vero postremo collocatur loco. vt sint dati dupli cōuersi. 4. 2. 1. Prim⁹ per primū preceptū sine adiectione

Introductio.

constituit quaternarium/primus adiunctus secundo per secundum preceptum efficit senarium. Denique primus adiunctus secundo bis sumpto et tertio: constituit nouenarium. Geniti numeri. 4. 6. 9. sunt sesquialteri. vt subiecta ostendit figura.

1	2	3	Limites
+	2	1	Dupli conuersi.
4	6	9	Ex qb ⁹ sesquialteri
9	3	1	Tripli conuersi.
9	12	16	Ex qb ⁹ sesquitercij
16	4	1	Quadrupli conuer.
16	20	25	Ex qb ⁹ sesquiquarti.

¶ Tertia regula. Superpartientes nascuntur ex con- similis denominationis superparticularib⁹ sed con- uersis: vt superbipartientes ex sesquialteris/ supertri- partientes ex sesquitercijis/ et superquadrupartientes ex sesquiquartis conuersis. Sint dati sesquialteri con- uersi. 9. 6. 4. primus per primum preceptum in pri- mo loco constituit 9. primus adiunctus secundo scilicet 9 ad 6 per secundum preceptum: componit 15. Postremum primus adiunctus secundo bis sumpto et tertio sc3 9 ad bis 6 siue 12 cum 4 per tertium preceptum/ reddit 25. Tres numeri producti 9/15/25 sunt superbipartientes vt subscripta ostendit figura.

1	2	3	Limites
9	6	4	Sesquialteri conuersi
9	15	25	Ex quibus superbipartientes
16	12	9	Sesquitercij conuersi.
16	20	49	Ex quibus supertripartientes
25	20	16	Sesquiquarti conuersi.
25	45	81	Ex quibus superquadrupartientes.

¶ Quarta regula. Multiplices superparticulares nascuntur ex superparticularib⁹ directis vt dupli sesquialteri ex sesquialteris/ et ita consequenter.
¶ Quinta. Multiplices superpartientes nascuntur ex superpartientibus directis. vt dupli superbipartientes ex superbipartientibus. et ita deinceps.

Limites.	1	2	3	1	2	3	Limites.
Sesquialteri.	4	6	9	9	15	25	Superbipartientes directi.
Du. sesqual.	+	10	25	9	24	64	Dupli superbipartientes.
Sesquitercij.	9	12	16	10	28	49	Supertripartientes.
Du. sesquiter.	9	21	49	16	44	121	Dupli supertripartientes
Sesquiquarti.	16	20	25	25	45	81	Superquadrupartientes.
Du. sesquiquarti.	16	36	81	25	70	156	Dupli superquadrupartientes.

Tertis.

¶ Tertia autem proprietates proponit omnem inequalitatem resoluenda eam in equalitatem: quod op- positum ad compositionem fit modo: a posterioribus et genitis ad priores et producentes de- ueniendo quousque in unitatem reuocetur. Fit autem resolutio his tribus preceptis/ primum: primum de secundo: primum/ secundum bis de tertio. Quorum hec est intelligentia. Datis tribus terminis inaequalibus adinuicem proportionalibus et suis locis dispositis/ super quos tres itidem respon- dentes intelligantur loci: in quibus numeri in quos fiet resolutio scribendi sunt. primum terminus sine subtractione integer primo loco superiori ponetur. Deinde primum ille superscriptus de secundo subscripto detrahet: et quod residuum fuerit/ secundo loco superiori signabit. Postremo primum superscriptus semel et secundum superscriptus bis subtrahet a tertio subscripto/ et quod resi- duum fuerit/ tertio loco superiori signabitur: tunc tres numeri in locis superioribus notati sunt in quos inferiores dati resoluti sunt. huiusmodi autem resolutio quinque regulis ostenditur.

¶ Prima. multiplices posteriores in proxime priores ex quibus geniti sunt resoluuntur: et illi rursus in priores quoad ad equalitatem peruentum fuerit. Sint dati tres quadrupli. 1. 4. 16. Primus per primum preceptum primo superiori loco ponetur. Deinde primus de secundo sc3 quaternario aueratur/ et ternarius residuus secundo loco superiori ponatur. Postremo primus sc3 unitas et secundus sc3 ternarius bis de tertio inferiori loco posito aueratur: et residuus erit nouenarius tertio loco superiori signandus. Tres numeri superiores residui. 1. 3. 9. sunt tripli: in quos quadrupli reducuntur hoc modo.

Equalitas.	1	1	1	Limites.	1	2	3
Dupli.	1	2	4	Equalitas.	1	1	1
Tripli.	1	3	9	Dupli conu.	+	2	1
Quadru.	1	4	16	Sesquialteri	4	6	9

¶ Secunda regula. Superparticula- res resoluuntur in multiplices con- uersos ex quibus nascuntur: et illi in priores quoad ad unitatis equalitatem perueniatur. hoc seruari oportet.

¶ Tercia regula. Inequalitas siue primo siue tertio positus loco: semper sit primus. Nam hec resolutio per subtractionem fit non autem potest a minore numero maior subtrahi. huius exemplum in superiore figura positum est.

Equalitas	1 1 1	Equalitas.	1 1 1
Dupli conuer.	4 2 1	Dupli cōuer.	4 2 1
Sesqual. con.	9 6 4	Sesquialteri	4 6 9
Superbipartiē.	9 15 25	Dupli sesq̄l.	4 10 25

Tertia regula Suppartientes resoluuntur in superparticulares cōuersos ex quib⁹ sunt geniti/et illi in multiplices cōuersos vsq̄ ad vnitatem. **Q**uarta multiplices superparticulares resoluuntur

in sesquialteros/et illi in multiplices cōuersos ex quib⁹ gignuntur vsq̄ ad vnitatē. et he due regule superiore figura patēt. **Q**uinta regula. multiplices superpartientes reducuntur in superpartientes directos ex quib⁹ gignuntur: et hi in superparticulares cōuersos/ qui deinde in multiplices cōuersos donec ad vnitatē peruētū fuerit. Siue autē directi sit nūeri ineguales siue cōuersi eodē semper modo fit resolutio/ a minimo scilicet incipiendo et cū primo loco constituto endo. vt subiecta ostēdit formula/ ab infimo limite ad superiores ascēdēdo intelligēda.

1	1	1	Equalitatem resoluuntur et hic est status.
4	2	1	Duplos conuersos: qui consequenter in
9	6	4	Sesquialteros conuersos/ qui resoluuntur in
6	15	25	Superbipartientes directos/ et hi in
9	24	64	Dupli superbipartientes resoluuntur in

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Pro prima proprietate multiplicis intelligēda figuret hoc modo mēsula Pythagore: cōstituta et in dextrū et in deorsū serie nūerorū vsq̄ ad denariū: et quolibet numero limitis deorsū tēdētis ducto in singulos numeros limitis in dextrū porrecti. et ita cōpietis i dextrum decem limitibus.

Qui in primo limite et in sinistro et deorsū porrecto (nā iidē sunt) cōstruti sūt nūeri: pgenitores sunt. In sequentib⁹ vero limitib⁹: geniti. vt in scdo limite vt quolibet porrecto ge

niti ex ductu binarij in totū primū limite. In tertio limite ex ductu ternarij i singulos primi limitis. In quarto limite ex ductu quaternarij in singulos nūeros primi limitis. et ita cōsequenter. Nūeri autē sequentiū limitū ad primū limite suorū sc̄ pducētū cōparati: multiplices sūt. vt nūeri secundi limitis ad numeros primi limitis sunt dupli: sicut tertij limes ad primū tripl⁹: et quartus ad primū quadruplus: et ita cōsequēter multiplices suā a primo limite habēt originē/ et ad primū suā denotatiōnē. Superparticulares vero nequaq̄/ sed a sequētib⁹ post primū limitibus. vt tertius limes ad secundū sesquialter est/ et quartus ad tertij sesquitercius/ et ita consequenter. Preterea multiplices ab aliis inegalitatibus non habēt originē immo ab vnitare fonte oīs equalitatis: sed alie inegalitates ab eis/ vt superparticulares ex multiplicibus ad multiplices cōparatis vt sequētes eorū proprietates ostendent. Cōstat igitur his duabus rationibus multiplices ceteris inegalitatibus antiquiores esse et origine priores.

2 **S**ecūda proprietate patet cōstitutura naturali numerorū serie: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. et ita quātūlibet progrediendo: cōparādo quēlibet subinde numerorū ad vnitatē proueniet oēs species multiplicis. Est enim 2 ad 1 duplus/ 3 ad 1 triplus/ 4 ad 1 quadruplus: et ita demum oīs numerus ad vnitatē relatus cōstituit speciem multiplicis a se denominatā: vt 5 ad 1 quincuplus/ 6 ad 1 sescuplus. **3** **T**ertia proprietate manifesta est ex hoc principio qd series numerorū i infinitū augetur. quare dato quocūq̄ multiplice: dari potest alteri⁹ speciei maior. vt decuplo maior vndecuplus/ et vndecuplo maior duodecupl⁹ sicut 11 est maior q̄ 10/ et 12 ē maior q̄ 11. Est enī maior multiplex: qui a maiore nūero denotat. Modo dato quocūq̄ nūero cōtingit dare maiorē.

1 **P**ro duplorū proprietate cōstituatur naturalis series nūerorū ab vnitare cōtinue porrecta: deinde vnitati supposito binario/ ceteris supponātur nūeri pariter suo ordine cōsequētes vt v⁹ tantū i medio dimittat: suppositi ad suppositos sūt dupli. Sic ad inueniēdos triplos cōstituta naturali serie nūerorū et vnitati ternario primo triplo supposito: duob⁹ post precedētē triplū dimissis nūeris: tertio loco proueniet supscribat cuiq̄ supposito: suppositi ad suppositos erūt tripli. Ad inueniēdos quadruplos cōstitutura naturali serie: et post proxime minorē quadruplū trib⁹ nūeris in medio dimissis: quarto loco proueniet ad proximū serie nūerorū quadrupl⁹. Sic post primū quicuplū quattuor in medio dimissis: loco quinto proueniet quicupl⁹ ad cōsequētē naturali nūerorū serie subquicuplū.

Introductio.

Et post proximum fescuplū quinq; in medio dimissis sextus est fescuplus. vt hec ostēdit figura.

Dupli ad suppositos.	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tripli ad suppositos	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrupli ad suppositos	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quincupli ad suppositos	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sescupli ad suppositos	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

**Prima sup-
particularis
pprietas.** ¶ Pro prima pprietate superparticularis id supponat oportet maiore esse superparticulare
cur pars a minore nūero denominatur / minore vero eā: cui pars a nūero maiori, vt fesc-
particularis quidecimus minor est fesciquarto. Nā fesciquidecimi pars vt pote decima a maiore nūero
pprietas. scilicet decē denominatur. Sesciquarti vero pars vt puta quarta a minore numero scilicet
quattuor. Est sane maior alicui rei pars quarta q̄ eiuſdē decima. Et hinc cognoscitur sup-
particularis opposito modo se habere ad multiplicē: q̄ plane maior est cū a maiore denoia-
tur numero: et minor: cū a minore. Quare vt datur minimus multiplex scilicet dupl⁹: non
aut maximus vt tertia er⁹ ostendit proprietates: ita datur contra maxim⁹ superparticularis scis-
licet fesciquarter / vt quia minimo numero binario denominetur. nō autem minim⁹: quando
quidē dato quocunq; cōtingit dare minorē / denominatū scilicet a numero maiore. Suppo-
nimus enim ab omni numero: partē superparticularis denominari posse. Modo dato quo-
cunq; numero datur maior. ¶ Secūda proprietates patet descriptis a binario (nā ad vnitatē
Secunda. nullus numerus fesciquarter est: cū vnitatis partē non habeat) numeris naturali serie sic. 2. 3.
4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. Ternarius ad binariū est fesciquarter / 4 ad 3 fesciquartert⁹ / 5 ad 4 fesciquar-
tus / 6 ad 5 fesciquintus. et ita consequenter proxime sequentem ad suum precedentē cō-
parando: sumuntur omnes superparticularis in equalitatis species et modi.

**Speciesu
superparticu-
laris pprie-
tates.** ¶ Pro pprietatibus speciesu superparticularis describātur naturali serie cōtinue dupli ex
pprietatibus speciesu multiplicis sumpti: et illis superponātur cōtinue tripli vt prim⁹ tri-
plus primo duplo: et secundus secūdo: superpositi ad directe suppositos erunt fesciquarteri.
¶ Deinde triplis superpositi quadrupli erunt fesciquarterti. ¶ Quadruplis superpositi quincupli
erunt fesciquarti. et quincuplis fescupli: erunt fesciquinti / fescuplis vero septupli: erunt fesc-
quifexi. et ita consequenter. Vt hec ostendit figuralis descriptio.

Sesquiqr.	Quincu.	5	10	15	20	25	10	16	24	32	40	Octupli	Sesquiseptimi.
Sesquiter.	Quadru.	4	8	12	16	20	7	14	21	28	35	Septupli	Sesquisexti.
Sesqual.	Tripli.	3	6	9	12	15	6	12	18	24	30	Sescupli.	Sesquiquinti.
	Dupli.	2	4	6	8	10	5	10	15	20	25	Quincu.	

Su per par ti en tis pro pri e ta tes.

1 Omnis superpartiens maiorem supra se superpartientem relinquit. Maior
ea est: que a maiore numero suam denominationem sumit.

2 Omnes superpartientes ex continue a quinario imparibus ad numeros cō-
tinua serie ternario succedentes comparatis surgunt.

Spe ci e rum su per par ti en tis pro pri e ta tes.

1 Continue superbipartientes nascētur: si in vtrumq; terminū primi superbi-
partietis binarius ducitur / et rursus in terminos producte superbipartis-
entis / et ita quoties in productos terminos ducetur binarius.

2 Cōtinue suptripartientes simili creatione surgent: si in terminos prime sup-
tripartietis ternarius ducitur: et i productos terminos. et ita deinceps. Et
superquadrupartietes: si in primos eiuſdē in equalitatis terminos duxer-
is quaternariū. Et idē quoq; valuerit: si aliū quēcūq; duxeris numerum.

et simili creatione reliquas superpartietis specierum formationes elicias.

Multiplicatio cum summa per partem cum la rium propria et tales.

- 1 Multiplices superparticulares continue nascuntur ex imparibus suo ordine a quinario collectis; continue numeris a binario succedentibus comparatis.
- 2 Dupli sesquialteri continue creantur: si continuus a binario paribus / numeri a quinario sese continue quinario transilientes comparabuntur.
- 3 Dupli sesquitercij itidem oriuntur: si perpetua serie a ternario surgentibus triplicis / numeri a septenario sese continuo septenario excedentes comparabuntur.
- 4 Dupli sesquiquarti nascuntur: si a quaternario continue quadruplis / numeri a nouenario sese continue nouenario transilientes coaptabuntur / comparabunturque. et hoc pacto sesquiquinti ex quincuplis et vndenarijs / et eque in reliquis perfacilis est inuentio.

Multiplicatio cum summa per partem in terminum propria et tales

- 1 Dupli superbipartientes nascuntur: si octonarius ternario / et continue se octonario transgredientes: continue se ternario excedentibus comparabuntur.
- 2 Dupli supertripartientes certa lege nascuntur: si ab vndenario et se continue eodem numero excedentes / quaternario et se quoque idem continuata serie iugiter quaternarii summa transilientibus: continue comparabuntur.
- 3 Et dupli superquadrupartientes / a decimoquarto et se eodem transgredientibus et quinario eodemque se excedentibus reperiuntur. Et ita omnium hac industria facilissima est inuentio. Et de triplicis superbipartientibus / supertripartientibus et quibuslibet aliis hac arte facile series colligitur.

- 1 ¶ Pro prima proprietate superpartietis id prenoscere oportet eam maiorem esse superpartientem que a maiore numero denominatur / minorem vero que a minore: id intelligendo de prima denominatione explicante quot partes minoris numeri continentur in maiore. Si quidem secunda denominatione exprimens quot partes sint ille partes numeri minoris: debet seruari eadem. ut maior est superoctupartiens vndeclimas que supertripartiens vndeclimas: nam hic a minore numero ternario / ille vero a maiore scilicet octonario denominatur seruata posteriore denominatione utrimque eadem. Quod si illa euarietur non recte seruatur proprietas. ut supertripartiens vndeclimas et superbipartiens ternas. quibus enim prior a maiore numero denominatur: nichilominus tamen non oportet eum maiorem esse superpartientem: quod non ad idem sit comparatio. Aut igitur secunda denominatio supprimatur aut expressa sit eadem: ut recte maior superpartiens sumatur. ut superdecupartiens est maior que supersextupartiens. Præter itaque proprietatis manifesta est veritas / quia dato quocumque numero contingit dare maiorem a quo quidem maiore potest denominari superpartiens. At a maiore numero denominatus: est maior / per definitionem. Dato igitur quocumque superpartiente contingit dare maiorem. In quo conuenit superpartiens cum multiplici. At per analogiam superparticularium superpartiens alteram habet proprietatem oppositam quod omnis superpartiens minorem habet superpartientem: prima quidem denominatione seruata eadem. et secunda secundum numeri crementum variata. Minor autem superpartiens est cuius partes quotæ sunt a maiore numero denominantur. Maior vero cuius partes quotæ sunt denominantur a numero minore. Ut maior est superbipartiens ternas que superbipartiens nonas: quod huius partes quotæ sunt a maiore denominantur numero ut pote nouenario / illius vero a minore scilicet ternario. Sane maiores sunt due partes tertie que eiusdem due none. Et hec proprietates ex eo constat quod dato quocumque numero contingit dare maiorem a quo supponimus denominari posse partes superpartientis quotæ sunt / cui quidem superpartiens iccirco per definitionem erit minor. Dato igitur quocumque superpartiente dabilis est (seruata prima denominatione) minor. ¶ Secunda proprietates hoc manifestatur exemplo. Describatur naturali serie numeri a ternario sumptis: quibus superscribantur impares sumpti a quo natio. Deinde comparentur superpositi ad directos superpositos: hoc modo.

Prima superpartientis proprietates.

Introductio.

Supbip.	suptrip.	supquadru.	supquitu.	supsextu.	supseptu.	supoctup.	supnōcupar.
5	7	9	11	13	15	17	19
3	4	5	6	7	8	9	10

**Pria' pprie-
tas speciez
suppartientis**

Secunda.

Ex huiusmodi cōparatione liquet omnes sumi species et modos equalitatis superpartientis/ vt superbipartientes supertripartientes et reliquus. Siquidē in hac proprietate per oēs suppartientes intelligi debent oēs suppartientis species: sicut in proprietate supparticularis et multiplicis cōsimiliter dictū est. Nempe 5 ad 3 est supbipartientis/ 7 ad 4 suptripartientis/ 9 ad 5 supquadruptientis/ 11 ad 6 superquiritientis/ et ita per ordinem p̄grediēdo. ¶ Pro specierū suppartientis pprietatib⁹ id cognitu dignū est/ primū supbipartientē vocari eū: q̄ ex minimis huiusce proportiōis terminis cōstat. Sic primū supertripartientē qui ex minimis cōstat illius pportionis terminis: hoc est ex minimis primisq̄ nūeris inter quos talis inuenit̄ pportio. Termini ei hic dicūtur numeri aliquā pportionē cōstituentes. Ita primū supquadruptientē et cōsequētes species diffinias. Prime itaq̄ proprietatis cōstituaf̄ exēplū. Sumaf̄ primus superbipartientis 5 et 3/ in cuius vtrūq̄ terminū ducat̄ binarius: producent̄ 10 et 6. nam bis 5 sunt 10. et bis 3 sunt 6. producti etiā inter se sunt supbipartientes. Rursus multiplicētur 10 et 6 singuli per binariū: producti 20 et 12 etiā sūt supbipartientes. Deinceps ijdē multiplicēnt̄ p̄ binariū: producti 40 et 24 sunt supbipartientes. ¶ Continue suptripartientium pro secūda proprietate exēplū. Ducat̄ ternarius in vtrūq̄ terminū prime suptripartientis 7 et 4/ prouenientq̄ 21 et 12 qui vt sui p̄genitores sūt suptripartientes. Rursū i productos supertripartientes ducat̄ ternarius: producti 63 et 36 erunt supertripartientes. et ita quātūlibet p̄cedaf̄. Cōtinue supquadruptientū exēplū. In vtrūq̄ primi supquadruptientis terminū scilicet 9 et 5 ducatur quaternarius: prouenientq̄ 36 et 20/ qui et ipsi sunt superquadruptientis. Rursū in productos ducat̄ quaternarius/ et proueniet̄ 144 et 80/ qui itidē sūt superquadruptientis. Et non modo creantur iste species si in vtrumq̄ primi suppartientis terminū ducatur nūerus superius exp̄ssus: verū etiā si quilibet alius ducatur. vt si in vtrumq̄ terminū primi superbipartientis 5 et 3/ ducatur ternarius: p̄ducentur 15 et 9 supbipartientes. Si in eisdē primos ducatur quaternarius: p̄ducēt̄ 20 et 12 supbipartientes. Ita si in vtrumq̄ primi supertripartientis 7 et 4 terminū ductus fuerit binarius producēt̄ 14 et 8 suptripartientes. Et si in ambos primi supquadruptientis terminos scilicet 9 et 5 ducatur binarius: p̄ducentur 18 et 10 superquadruptientis. vt hec ostendit figura.

Supbipartientes	Suptripartientes	Supquadruptientes
20	12	63 36
10	6	21 12
5	3	7 4
		9 5

Ita no modo superpartientū species hac multiplicatione inuenias: verū etiā quarūlibet specierū cuiusuis inequalitatis/ vt duplos/ triplos/ sesquialteros/ sesquitercios: ducēdo quēuis nūmerū in terminos minimos illius speciei: adiuuāre hac p̄positione. Si idē numer⁹ duos multiplicet: multiplicatorum et productōrū erit eadē pportio. quā Iordanus septimā secūdi sue arithmetices demonstrat.

**Pria' multi-
plicū sup-
particulari-
um pprie-
tas.**

¶ Pro pria proprietate multiplicū superparticulariū/ disponant̄ nūeri a binario succedentes/ et iqd̄ supponant̄ ipares a quinario se cōsequentes: suppositi suppositis erūt multiplices sequentes: dupli sesquitercij. proximi: dupli sesquiquarti. et ita deinceps. At si quis triplos superparticulares velit p̄creare: nūeris continue a binario sequentibus supponat̄ nūeros a septenario se ternario excedentes. Ad progignēdos aut̄ q̄druplos cōtinue supparticulares: nūeris a binario succedentib⁹ supponānt̄, nūeri a nouenario se quaternario excedentes. Sic ad formādos quicuplos cōtinue supparticulares: nūeris a binario cōtinue cōsequētib⁹ supponant̄ nūeri ab vndenario sese quinario transgredientes: et ita deinceps in altjs. vt sequens ostendit formula.

Dupli suppar.	5	7	9	11	13	15	11	16	21	26	31	36	Quicu. suppar.
	2	3	4	5	6	7	2	3	4	5	6	7	
Tripli suppar.	7	10	13	16	19	22	13	19	25	31	37	43	Sescupli suppar.
	2	3	4	5	6	7	2	3	4	5	6	7	
Quadrupli sup.	9	13	17	21	25	29	15	22	29	36	43	50	Septupli suppar.
	2	3	4	5	6	7	2	3	4	5	6	7	
	alte. ter. quiri. qui. sex. sep.						alte. ter. quiri. qui. sex. sep.						

2 ¶ Pro sequentibus proprietatibus ad habēdos duplos sesquialteros disponantur continue a binario pares: quibus supponantur numeri a quinario se eo numero/quinario in quā excedentes. Pro duplis sesquiterciis/ continue a ternario triplis superponantur numeri se septenario excedentes a septenario cōsequētes. Pro duplis sesquiquartis, cōtinue a quaternario quadruplis superponantur nūeri a nouenario succedentes: qui se nouenario excedunt. et ita deinceps. Sic pro triplis sesquialteris: cōtinue a binario paribus superponantur nūeri a septenario/ se eo excedentes Pro triplis sesquiterciis: cōtinue triplis superponant a denario nūeri se eo excedentes. Pro triplis sesquiquartis, cōtinue quadruplis superponantur numeri se decimotertio excedentes: ab eo cōsequētes. vt hec figura monstrat.

Dupli sesqual.	5	10	15	20	25	30	7	14	21	28	35	42	Triplis sesqual.
	2	4	6	8	10	12	2	4	6	8	10	12	
Duplis sesqter.	7	14	21	28	35	42	10	20	30	40	50	60	Triplis sesquiter
	3	6	9	12	15	18	3	6	9	12	15	18	
Duplis sesquar.	9	18	27	36	45	54	13	26	39	52	65	78	Triplis sesquar.
	4	8	12	16	20	24	4	8	12	16	20	24	

1 ¶ Pro multipliciū superpartientiū proprietatibus: ad habēdos duplos supbipartientes describantur a ternario nūeri/ se ternario excedentes/ quibus supscribantur nūeri ab octonario/ se octonario trāscēdētes: suprascripti subscriptis erūt dupli supbipartientes. ¶ Ad duplos suptripartientes sumant a quaternario nūeri se eo trānsiētes: quibus superponantur ab vndenario nūeri se eodem trāsgrediētes. ¶ Ad habēdos duplos supquadrupartientes sumantur a quinario numeri se eo trāsgrediētes: quibus superponantur numeri a decimoquarto/ se eo transcendentētes. Sic ad inueniēdos triplos supbipartientes sumantur numeri a ternario se eo excedētes: quibus superponantur sumpti ab vndenario se eodē excedentes. Ad triplos vero suptripartientes cōpētiēdos sumantur numeri a quaternario se eo trānsiētes: quibus supercollocentur numeri a decimoquinto se eodē excedētes. Demū ad triplos supquadrupartientes inuestigandos sumantur numeri a quinario/ se eo excedentes: et eis superponantur numeri a decimonono/ se illo preterredientes. vt hec figura ostendit.

Prima multipliciū supbipartientes
tripliciū suppartientes

Dupli supbipartientes.	8	16	24	32	40	11	22	33	44	55	Triplis supbipartiē
	3	6	9	12	15	3	6	9	12	15	
Dupli suptripartientes.	11	22	33	44	55	15	30	45	60	75	Triplis suptripartiē
	4	8	12	16	20	4	8	12	16	20	
Dupli supquadrupar.	14	28	42	56	70	19	38	57	76	95	Triplis supquadrupar.
	5	10	15	20	25	5	10	15	20	25	

Et ita om̄ a liarū specierū in equalitatis iumentur continue quoquoque libet exempla hac arte et industria: quod sumantur illarū specierū minimi termini/ primi: in quibus ea reperit proportio nūeri siue radices. Deinde sumantur quolibet nūeri illis terminis se excedentes: adiecto sepe primo termino ad numerū vltimo sumptū/ et ita disponantur due series nūerorum: vna maiorū et se maiore termino excedentiū: altera minorū et minore se excedentiū termino. maiores numeri ad minores comparati eandem seruabunt proportionem quā similia termini: quod in precedentibus proprietatibus omnibus obseruatum conspicitur.

Numeri plani et solidi proprietates.

- 1 Omnis numerus planus in triangulos est resolubilis.
- 2 Omnes figure plane sibi proxime adinuicem cōparate/ vt tetragonus trigono/ et pētagon⁹ tetragono/ et hoc pacto cōsequētes: se se triāgulo superat.
- 3 Omnis numerus solidus primordium sui tenet pyramidem.

Specie rum numeri plani proprietates.

- 1 Omnes trigoni surgunt: si disposita naturali numerorū quantitate/ prioribus semper proxime sequens adiciatur.
- 2 Tetragoni sunt oēs qui numeris naturaliter et in lōgū et in latū duplici serie dispositi/ et i se inuicē quolibet in quēlibet ductis: angulares reperiūtur. Angulares dicuntur qui sursum a monade diametralē seriē ad angulum

Introductio.

- e regione oppositum complement.
 Omnes tetragoni ex naturali serie ordinatis imparibus in vnam summam 3
 coaceruatis/collectisq; nascuntur.
 Ois tetragonus ex duob⁹ proximis quibusq; trigonis exurgit cōpositus. 4
 Tetragoni: sumptis quarūcūq; ab vnitae cōtinue similiū habitudinū nu 5
 meris: locis imparibus vno semper in medio intermissio sumuntur.
 Omnes tetragoni vna medietate iunguntur. 6
 Si tetragonus tetragonum multiplicet: tetragonus prouenit. 7
 Si vero tetragonus altera parte longiorē: nunq̄ proueniet tetragonus. 8
 Pentagoni surgunt ex numeris naturali serie ab vnitae sequentibus: duo- 9
 rum continuo post pentagonum facta intermissione/ vna cū priore vel
 prioribus pentagonis collectis.
 Omnis pēthagonus ex toto tetragono et proxime minori trigono cōponit̄. 10
 Hexagoni hoc pacto tribus in medio dimissis generantur. 11
 Omnis hexagonus ex pentagono et proxime precedēti trigono cōstituit̄. 12
 Heptagoni quattuor in medio hoc pacto dimissis numeris generantur. 13
 Omnis heptagonus ex hexagono et pxime inferiori trigono cōstituitur. In 14
 creatione hui⁹ figure duo trigoni pxime minores debēt emin⁹ cōstitui.
 Octogoni: quinq; gignuntur intermissis. 15
 Omnis octogonus ex heptagono et proximo sub se trigono surgit cōposit⁹ 16
 Et hoc pacto de ennagonis/decagonis/endecagonis/dodecagonis conti-
 nue vno plura intermittēdo sētiedū est. et ex proximis minorib⁹ figuris
 et trigonis proxime sub illis minoribus instar aliorū constituuntur. Quo
 fit vt omnes figure ex trigonis cōsurgere et in eosdē resolui facillime de-
 prehendantur quod cum ad Pythagoricā tum ad nōnullorum Platonis
 • corum intelligentiam non nichil presidii affert et momenti.
- ¶** Pro prima nūeri plani/solidiq; proprietate: cū cōpositio sit natura resolutione prior/pri⁹ 17
 ostendendū est q̄ ois numer⁹ planus ex trigonis cōponitur. Siquidē tetragonus ex duob⁹
 nascit̄ trigonis: sc; toto et eiusdē ordinis maiore et pxime minore simul iunctis. vt 4 secū-
 dus tetragonus constituitur ex 3 secundo trigono et vnitae primo trigono. Et 9 tertio te-
 tragonus: ex 6 tertio trigono et 3 scdo trigono. Sic 16 quartus tetragonus/ex 10 quarto tri-
 gono et 6 tertio trigono. Pentagonus aut nascitur ex toto et eiusdem ordinis tetragono
 et proxime inferiore trigono. vt 5 secundus pentagonus (nā vnitas oim nūeri plani spe-
 cieriū est prima) nascitur ex 4 secundo tetragono et vnitae primo trigono. Et 12 tertius pē-
 thagon⁹ nascitur ex 9 tertio tetragono et 3 scdo trigono. Hexagonus vero ois gignitur ex
 toto et eiusdem ordinis pentagono et proxime minore trigono. vt 6 secundus hexagon⁹
 nascitur ex 5 secundo pēthagono et vnitae primo trigono. Et 15 tertius hexagon⁹ nascit̄
 ex 12 tertio pēthagono et ternario secūdo trigono. et generatim ois nūer⁹ plan⁹ gignitur
 ex toto plano pxime precedente et inferiore trigono. Cōtra vero ois nūer⁹ plan⁹ resolued⁹
 est i alios planos/ex quib⁹ imediate cōponit̄. Deinde cōsequēter alii in planos miores ex qb⁹
 cōponit̄: quousq; resoluendo ad duos trigonos pueniat vbi resolutiois est stat⁹. vt 15 tertio
 hexagon⁹ resoluūt i pēthagonū 12 et trigonū 3 ex qb⁹ cōponit̄. Deinde 12 pēthagon⁹ vlt⁹
 resoluūt i tetragonū 9 et trigonū 3. Deniq; tetragon⁹ 9 resoluūt in trigonos 6 et 3 ex quib⁹
 cōposit⁹ fuerat. Sic 22 quart⁹ pēthagon⁹ resoluūt in 16 tetragonū et trigonū 6. Vlt⁹ tetra-
 tron⁹ 16 resoluūt in trigono s 10 et 6 ex quib⁹ cōponit̄: et ibi resolutiois stat⁹ est. sicut cū
 ābe pmissē assūpte p̄cipia sūt: ibi resolutiois cōclusiois i p̄cipia stat⁹ est: q̄ ad imediata tā-
 tū/puentū fuerit: et licet in vnitae est diuisionis et resolutionis nūerorū status: et i equali-
 tate stat⁹ resolutiois inequalitatis. Ita 25 quit⁹ tetragon⁹ resoluūt in duos trigonos 15 et 10

Prima pro-
 prietatū nu-
 meri plani
 et solidi.

ex quibus cōponitur. Quare manifestum est trigonū oīm numerorū planorū esse principiū et originē: vt vnitas numerorū secundum se/ et equalitas inequalitarū est exordium, quod et in magnitudine pulchra respōdentia cōpositionis et resolutionis inuenitur.

	Tri- goni	Tetra- goni	Penta- goni	Hexa- goni
6	21	36	51	66
5	15	25	35	45
4	10	16	22	28
3	6	9	12	15
2	3	4	5	6
1	1			

¶ Pro secunda proprietate id nōscere oportet nūe ros planos sibi proximos esse: qui a proximis nume Secunda ris denominantur. vt tetragonus et trigonus. hic enim a tribus/ ille vero a quattuor denominat. At 3 et 4 nūeri sunt imediati. Sic pēthagon⁹ et tetragonus sūt numeri plani proximi: ita hexagonus et pēthagonus. De qualib⁹ soluni secūda proprietates intelligitur: non quidē oībus sed ijs solū qui eiusdē sūt ordinis vt secūdi aut tertij aut quarti. Nēpe se

cundus tetragonus 4: secundum trigonum 3/ trigono scz vnitate superat. Et tertius tetragonus 9/ tertium trigonum 6 triāgulo 3 superat. Ita quartus tetragonus 16: quartū trigonū 10 triangulo 6 excedit. Similiter pēthagonus secundus 7: secundum tetragonum 4 superat triangulo vnitate. Et tertius pēthagonus 12 tertium tetragonū 9 itidem triangulo 3 transcendit. Deniq; secundus hexagonus 6 secundum pentagonum 5/ triangulo scilicet vnitate excedit. Et tertius hexagonus 15/ tertium pentagonū 12 superat trigono scilicet ternario. vt superior ostendit formula.

¶ Tertia proprietates est qd omnis numerus solidus citra pyramidem: habet pyramidem sui principium. Nam solidorum nūerorum pyramis est prima et principium: sicut trigon⁹ planorū. Et quemadmodum ceteri plani ex trigonis componuntur et in eosdē resoluuntur: ita et ceteri solidi ex pyramidibus cōstituunt et in eas rediguntur. Id tamē in solidis q̄ planis obscurius est nec vsq; adeo clare elucet.

¶ Prima proprietates specterum numeri plani patet. vt disposita naturali numerorum serie hoc modo 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. vnitas prim⁹ est & indiuiduus trigon⁹. Quabinario adiu Prīa pro- cta: fit secundus trigonus vt pote ternarius. Deinde 1. 2. 3. simul collecti: tertium conuoluunt prietas spe- trigonus scilicet senarium. Rursum 1. 2. 3. 4. simul adiecti: quartum cōponunt trigonum cterū nūeri videlicet denarium. Quibus si adiciatur 5. proxime sequens: numerus nascitur 15. trigon⁹. plani nēpe 1. 2. 3. 4. 5. componunt 15. Deniq; illis prioribus numeris adiecto proxime sequente numero qui est 6: confurgit 21 etiam trigonus. Nam 1. 2. 3. 4. 5. 6. constant 21. et ita deinceps. Et in huiusmodi trigonorū productione numer⁹ aggregatorū maxim⁹ est ipsius trigoni latus: quotuscq; est ille numerus ab vnitate: totus est talis trigonus in numerorum trigonalitū. serie. vt 3. trigonus nascitur ex vnitate et binario simul collectis: et binarius aggregatorū maior est dati trigoni latus. vtq; binarius est secundus ab vnitate: ita dictus trigonus est i. trigonorum ordine secundus. Similiter 6 trigonus producitur ex 1. 2. 3. simul iunctis et 3 aggregatorū maximus est ipsius trigoni latus. vtq; ternarius est ab vnitate tertius: ita senari⁹ est tertius trigonus. Quare omnis trigonus: suo ordine totus est: quot vnitates suum lat⁹ continet. Trigonorū autem/ ex numerorum naturaliter dispositorum semper ab vnitate incepta collectione productio: sequenti descriptione clarius dilucet.

Numeri naturali serie dispositi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Trigoni ex nūerorū collectioe continua pducti.	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

¶ Pro secunda proprietate. figurāda est mensula Pythagore: vt in priā multiplicis proprie Secunda. rate constituta est: hoc pacto.

1.	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100.

Hic numeri sunt naturaliter duplici serie dispositi ab vnitate ad denarium vsq; priore quidē serie a sinistro in dextrū porrecta/ altera vero a sursum in deorsū: et quilibet vn⁹ seriei in quolibet alteris sūt ducti. Inde producti sūt nouē sequētes limites q̄ se eo limite posit⁹ quo sup pagētor & illo se cōtinue excedēs vt: q̄ ex ductu binarij in quēus nūerū ciii.

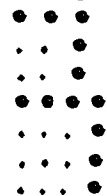
Introductio.

alterius seriei producuntur: ponuntur in eodē limite quo binarius in fronte collocatur / et omnes se binario superant. Et qui ex ductu ternarij in quēlibet alterius prime seriei numerum infra denariū: eodē (quo ternarius primo loco ponitur) i limite consequenter disponunt: seque cōtinue ternario superāt. Et ita de alijs. Itaque oēs qui in hac numerorum dispositione inueniuntur angulares: hoc est qui ab vnitatis posita in primo angulo ad angulum directe oppositū quo lignatus ē 100 / diametrū numerale in cōplent / quiq; i ea inueniuntur semita / qua ab vnitatis ad 100 directa et nulq; se deflectens fieret progressio / et p quos transiret linea q ab angulo vnitatis ad angulū ceterarij cōtrapositū praheretur: sunt tetragoni et soli illi. Et sūt 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100 adiecto qdē ad lat⁹ pūcto notati: quo ab alijs facile fecernāf. Ex hac autē pprietate Pythagorici ostendūt quadratos virtutis p pmodū eē emulos: q ab vnitatis nūerorū oīm fōte sumētes exordiū neq; ad dextrū neq; ad sinistrū sese deflectūt vt circūpositi altera pte lōgiore: sed mediā viā / rectitudinēq; diametralē tenētes i vnitatis ceterariā decubūt. a q ruriū eadē via alcēdō / i primā idiuuāq; vnitatis reuocāt. Que sane series via vite nōnūq; appellari solet: q per virtutes (cui qdrati etiā assimilātur: q eūlibus sūt cōtēri lateribus / vt virt⁹ oīs i mediocritate / equalitateq; cōsistit. Altera autē pte longiores vnum habent latus abundatius / alterum vero contractius haud aliter q vicia in exuperatione / defectioneue cōsistūt) neq; vltra certos prudentie fines neq; citra p grediēdo ad sumā vnitatis rerū oīm parētē virtutumq; pulcherrimā exēplar tadē puenitur. Hinc Aristoteles primo ethicorū felicē vocat quadratū sine vituperatione.

Tertia.

¶ Tertia proprietatis exēplū. vt ordinatis nūerali serie imparibus hoc modo 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. 33. 35. 37. 39. 41. 43. 45. 47. 49. 51. 53. 55. 57. 59. 61. 63. 65. 67. 69. 71. 73. 75. 77. 79. 81. 83. 85. 87. 89. 91. 93. 95. 97. 99. cōnumerata quidē vnitatis q prim⁹ est qdratus et cuiuslibet harū aggregationū principiū colligant simul 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. 33. 35. 37. 39. 41. 43. 45. 47. 49. 51. 53. 55. 57. 59. 61. 63. 65. 67. 69. 71. 73. 75. 77. 79. 81. 83. 85. 87. 89. 91. 93. 95. 97. 99. nascit scdus tetragonus scz 4. Deinde aggregentur 1. 3. 5. fit tūc qdratus vt pote 9. Rursū coaceruent in vnū 1. 3. 5. 7. cōstituit iterū qdratus qui est 16. Collectis vero 1. 3. 5. 7. 9. cōponit alius quadrat⁹ q est 25. Deniq; accipiant simul 1. 3. 5. 7. 9. 11. confurgit alius quadrat⁹ scz 36. Et ita quātūlibet pcedēdo. Vnūquīsq; autē qdratus in ordine quadratorū totus est: quorū est suū latus ab vnitatis. vt quaternarius est scdus quadrat⁹: quia binarius eius latus est secundus ab vnitatis. Et 9 tertius est qdratus. quia 3 eius latus est tertius ab vnitatis. Et hec proprietatis exēplari descriptione ita declaratur.

Quadrat⁹
partialis +
Gnomo 5.
Tot⁹ quadrat⁹: 9.



Quadrat⁹
partialis: 9
Gnomo: 7
Quadrat⁹
totalis: 16

Nūeri ipares coaceruati

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----

 Et ex hac pprietate ma Quadrati ex eis geniti

4	9	16	25	36	49	64	81	100
---	---	----	----	----	----	----	----	-----

 manifestū est qd philolo⁹ p⁹ ex Pythagora adducit in t^o physicorū: q qdratis adiūcti pares nō mutant nūeri speciem / sed sēp quadratos relinquūt. Hinc Pythagoras nūeros impares vocabat gnomona quadratorū q instar geometrici gnomonis / numeri impares quadratis circumpositi maiores quadratos constituunt. Vt si + quadrato circumponatur impar scz quaternarius per vnitates descriptus: fit proximus quadratus 9. Cui per suas vnitates explicato si circūponatur septenarius (qui est impar proxime sequens) per suas vnitates itidem explicatus: fit proxime sequens quadratus 16. Cui circumponendo sequentē numerum imparem scz 9 / et vtrumq; suis vnitatis describendo: fit sequens quadratus 25. Et ita in alijs circūponendo semper cuiuslibet quadrato numerum imparem proxime sequentem maximum imparium aggregationum / ex quibus datus quadratus componitur.

¶ Quarta proprietatis patet hac formulę descriptione.

Trigoni sua serie dispositi	1 3 6 10 15 21 28 36 45
Tetragoni ex duob ⁹ proximis trigonis copositi	1 4 9 16 25 36 49 64 81

Nam duo trigoni 1. 3. simul iuncti constituunt tetragonum 4. Et duo proximi 3. 6. simul iuncti componunt tetragonum 9. Deniq; duo sibi proximi 6. 10 simul sumpti efficiūt tetragonum 16. Et ita de ceteris sumendo posteriorem trigonorum prius sumptorū pro priore posterioris sumendorum: vt cum primo sumpti sunt trigoni / 1. 3: secundo sumendi sunt / 3. 6. vt trigonus 3 sit secundus priorum et prior posteriorum. Alioquin non omnes tetragoni confurgerent compositi: etiā duos quoscunq; proximos trigonos aggregando fiat tetragonus. Exēplī causa si post trigonost. 3 primo sūptos: sumātur duo proximi trigoni qui sunt 6. 10 non cōmunicantes altero termino cum prioribus trigonis / constituūt quidem tetragonum 16: sed non proximum tetragono 4 constituto ex trigonis primo sumptis cū medi⁹ sit tetragonus 9 qui discontinue trigonos sumendo non perpēderetur hoc modo cōponi. Et nō est hec proprietatis sicut nec precedens intelligenda de primo tetragono scilicet vnitatis: nam is indiuiduus est et cōpositionem ex multitudine refugiens / sed de ceteris tetragonis post vnitatem sūptis. Eadē ratione prima harum proprietatū que est de trigonorū p^o creatiōe de trigonis diuiduis solū et p⁹ vnitatis sūptis accipiēda est. nā tales multitudinis cōpositionē fortitū

5 ¶ Pro quinta proprietate id prenotandum est: q̄ numeri cōtinue similibus habitudinū sūt numeri consimilis eiusdemq̄ p̄portionis cōtinue siue cōtunde. vt nūeri cōtinue dupli aut continue tripli aut cōtinue quadrupli. Et quarūcūq̄ sint habitudinū siue cuiuscūq̄ p̄portionis in genere multiplicatū: nichil refert. Quod postremū eo adiectum est: nam in habitudine superparticulari aut suppartiente hec proprietates locū non habet (quīs i ea iueniātur cōtinue proportionales. vt 8/12/18/27/ continue sesquialteri) cū neutra earum ab vnitatem iūmatur. Null⁹ enim nūerus ad vnitatem aut superparticularis est aut superpartiens. Pro hac aut proprietate numeri similibus habitudinibus debent sumi ab vnitatem: vt ea primo cōnumere: r̄tur cōstituanturq̄ loco. Quod hac formula fiet manifestum.

Quinta.

Locis numerorum.	1	2	3	4	5	6	7
Numeri continue dupli.	1.	2	4.	8	16.	32	64.
Nueri continue tripli.	1.	3	9.	27	81.	243	729.
Nūeri cōtinue quadrupli.	1.	4	16.	64	256.	1024	4096.

¶ Numeri constituti i locis imparib⁹ vtpote primo: tertio: quinto: se-

¶ eo qui est in loco pari: vt secundo/ quarto/ sexto/ octauo: sunt tetragoni. vt continue duorum primus sc̄; vntas est tetragonus. Deinde intermissio secundo: tertius sc̄; 4 itidē est tetragonus. Postea intermissio quarto: quintus sc̄; 16 etiā tetragonus est. Demum intermissio sexto: septimus sc̄; 64. iterum est quadratus. Et ita i cōtinue triplis et quadruplis: in quib⁹ quadratis apponitur punctus p̄ nota discriminis. Non est tñ intelligendū numeros in locis parib⁹ positos qui intermittuntur iccirco nō esse quadratos. nā hec regula cū exclusionem non intelligit: cū accidat interdum eos qui paribus constituunt locis esse tetragonos: vt in serie quadruplorum secundus et quartus/ interdum vero eos non esse vt in ceteris. ¶ Sexta p̄-

6 prietas est oēs tetragonos iungi vna medietate sc̄; geometrica continua: hoc est inter duos quoslibet quadratos iueniri medium numerum proportionalē/ qui eā habeat proportionem ad maiorē quadratū: sicut minor quadratus ad ipsū mediū. Et is inueniet ducēdo latus vnusū sup̄torū quadratorū in latus alterius. Nepe is nūerus qui ex eo ductū producitur: est inter datos quadratos medius p̄portionalis. vt patet in hac descriptione.

Sexta.

Proportiones.	Latera minorū q̄d.	Minores quadrati.	Medij p̄portio.	Maiores quadrati.	Latera maiorū q̄d.
Continue sesquialteri.	2	4	6	9	3
Continue dupli.	2	4	8	16	4
Continue dupli sesquialteri.	2	4	10	25	5
Continue sesquitertij	3	9	12	16	4
Continue sup̄bipartientes tertias	3	9	15	25	5

¶ In prio enim limite inter 4 et 9 duos tetragonos est nūerus 6 medi⁹ proportionalis p̄ductus ex ductu 2 in 3/ lateris vnus in latus alterius. Et in secūdo inter 4 et 16 quadratos est 8 medius proportionalis in habitudine dupla confurgens ex ductu 2 in 4 lateris vn⁹ in latus alterius. Et in tertio limite iter 4 et 25 duos quadratos est 10 nūerus medius proportionalis in habitudine dupla sesquialtera: proueniens ex ductu 2 in 5 lateris minoris q̄drati in latus maioris. Et ita de alijs. ¶ Septia et octaua p̄prietates patent in huius formule

Septima

7 subiecte figuratone.

Multiplicans tetragonus.	Multiplicat⁹ tetragonus.	Productus tetragon⁹.	Multiplicans quadratus.	Multiplicat⁹ al. par. lon.	Productus nō q̄dratus
4	9	36	4	6	24
4	16	64	4	12	48
4	25	100	4	20	80

¶ Sane in primo limite ad sinistrā 4 multiplicans 9/ qdratus quadratū: producit q̄dratū 36. In sc̄do 4 tetragon⁹ multiplicās 16 tetragonū: producit 64 etiā tetragonū. Et ita i tertio. ¶ At vero in primo limite ad dextrā tetragonus 4 multiplicās altera parte longiorē 6: p̄-

8 ducit 24 nūerum non quadratum. Et in secūdo tetragon⁹ idē/ multiplicās altera pte longiorē 12: producit 48: qui non est tetragonus. Et ita de tertio limite sentiendum est.

Octaua.

9 ¶ Nona proprietates declaratur sup̄posita hac formula.

Numeri naturaliter dispositi.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Nūeri duob⁹ intermissis p̄ueniētes	1		4		7		10		13		16					
Pentagoni ex his nati.			5		12		22		35							51

Nona.

Introductio.

¶ In primo limite ponuntur numeri naturali serie ordinati. In secundo notantur numeri duobus intermissis se consequentes et se ternario exuperantes. in tertio vero signantur pethagone ex numeris secundi limitis simul collectis surgentes. Nam 1 et 4 iuncti faciunt quinarium secundum pentagonum. Ita 1/4/7/10 sumpti/constituunt 12 tertium pentagonum. Similiter 1/4/7/10/13 pariter accepti efficiunt 22 quartum pethagonum/et ita de ceteris: semper ab unitate principio collectione incipiendi.

Decima ¶ Decima proprietas patet. Nam secundus pethagonus componitur ex 4 secundo tetragono et unitate primo trigono. Qui sane proxime minor appellatur: quia a numero proxime minore illi a qua pentagonus et tetragonus datur dicuntur denciatur. Nam dicitur pethagonus & tetragonus dicitur secundus abinario. Datus autem trigonus scilicet unitas dicitur primus ab unitate quod denominationem sortitur. Unitas autem est proxime minor binario: quod ex secunda proprietate numeri plani et solidi clarius constat ex quo presens et consimiles que sequuntur proprietates manifestiores sunt. Ita 12 tertius pentagonus constituitur ex 9 tertio tetragono et 3 secundo trigono. Denique 22 quartus Pentagonus constituitur ex 16 quarto tetragono et 6 tertio trigono. et ita in quibuslibet aliis reperias. Et hec modum figurandi pethagonum aperit: quod recte describitur a tota eiusdemque ordinis tetragono proxime minor trigonus supponatur. ut si quaternario supponatur unitas secundo tetragono primus trigonus figuratur quinarium secundus pethagonus. ¶ Undecima proprietas hac descriptione ostenditur.

Numerorum series	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Tribus intermissis sumpti numeri.	1			5				9				13				17	
Hexagoni.					6				15				28				45

¶ Primus quidem limes continet numeros naturali serie ordinatos. Secundus numeros ab unitate tribus intermissis sumptos et se ternario transilietes. Tertius hexagonos ex numerorum secundi limitis collectione resultantes. Nam 1 et 5 simul uniti faciunt 6 secundum hexagonum. Ita 1/5/9/13 sumpti reddunt 15 tertium hexagonum. Sic 1/5/9/13/17 pariter accepti efficiunt 28 quartum hexagonum.

Duodecima ¶ Duodecima proprietas patet. Nam 6 secundus hexagonus constituitur ex 5 secundo pentagono et unitate primo trigono: qui per definitionem est proxime minor. Et 15 tertius hexagonus constat ex 12 tertio pethagone et 3 secundo trigono proxime precedere. Ita 28 quartus hexagonus fit ex 22 quarto pethagone et 6 tertio trigono. Et ex hac proprietate sumitur modus describendi hexagonum: quod recte figuratur si toto pethagone descripto proxime minor trigonus adiciatur per suas unitates explicatus. ut si 5 secundo pethagone suis unitatibus descripto addatur unitas primus trigonus: descriptus est 6 secundus hexagonus. Et ita in alijs.

Decima tertia. ¶ Decima tertia proprietas hac formula oculis subiecta ostenditur.

1	2	3	+	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1				6					11					16					21	
					7					18					34					55

¶ Horum trium limitum primus naturalem numerorum seriem continet. Secundus numeros quatuor ab unitate in medio dimissis sumptos et ab invicem quinario distantes. Tertius vero heptagonos ex numerorum secundi limitis aggregatione progenitos habet. Nam si 1 et 6 simul iungantur fit 7 secundus heptagonus. Si 1/6/11 coniungantur constituitur 18 tertius heptagonus. Ita si 1/6/11/16 in una suma coaceruentur: fit 34 quartus heptagonus.

Decima quarta. ¶ Decima quarta proprietas facile manifestatur. Nam 7 secundus heptagonus componitur ex 6 secundo hexagono et unitate primo trigono. Et 18 tertius heptagonus constat ex 15 tertio hexagono et 3 secundo trigono. Sic 3+ quartus heptagonus concititur ex 28 quarto hexagono et tenario tertio trigono. Et docet hic modum describendi heptagonum per suas unitates in cuius figuracione (ut inquit littera) duo trianguli proxime minores qui figurandus heptagonus/et ab invicem equales: debent eadem in parte aut inferiori aut superiori eminere et paulum distanter constitui scilicet unum triangulum in hexagono vltra totum pethagonum ceterum et ceterum pars: et alter ei equalis. Ut si quis velit figurare 7 secundum heptagonum: primo describat 6 secundum hexagonum: deinde eius triangulo scilicet unitati adiciat modico interiecto spacio alterum triangulum scilicet unitate: descriptus erit heptagonus in quo duo trigoni quorum uterque est primus scilicet due unitates eminunt sunt constituti. Ita in figuracione tertij heptagoni scilicet 18 duo trigoni (quorum uterque est secundus et ergo proxime minor) scilicet duo ternarii: eminunt constituantur unus quidem contentus in 15 tertio hexagono: et alter ei adiectus. ¶ Decima quinta proprietas hac figura patentior euadit.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
1						7						13						19		
						8							21							40

Formatorū limitū primus (vt in ceteris) naturalē numerorum seriem habet. secundus vero numeros quinque in medio relictis ab vnitāte sumptos et senario se transgredientes cōtinet. Ex quibus adiuuicem subinde collectis prodeunt/ gignunturq; octogoni tertio lūite descripti. Nā ex 1 et 7 vnitatis: fit 8 secundus octogonus. Ex 1/7/13 vna cōiunctis: fit 21 tertius octogonus. Ita ex 1/7/13/19/ pariter sumptis: confiatur 40 quartus octogonus. Et ita de ceteris naturalē numerorum seriem longius protrahendo. ¶ Decimasexta proprietates Decimasexta
 Et 21 tertius octogonus cōstituitur ex 1/8 tertio heptagono/ et 3 secūdo trigono. Ita 40 quartus octogonus/ ex 3/4 quarto heptagono/ et 6 tertio trigono cōsurgit. Et ex hac manifestū est quomodo debeat formari octogonus. Nā ad eius descriptionē toti et eiusdē ordinis heptagono suis vnitatibus expresso addendus est proxime minor trigonus. Vt ad describendū 8 secundū octogonū: debet 7 secūdo heptagono explicato superaddi vnitās primus trigonus. Et hoc modo de ceteris numeris planis assignari possent due proprietates. Vna: q; gignuntur ex numeris continue vno plura intermittēdo: ex naturali nūerorū serie collectis et in vnū cōpactis. Vt ennagoni: sex numeris in medio duorū proxime colligendorum dimissis. Decagoni: septē intermissis. Endecagoni: octo/ et dodecagoni nouē. Nepe trigoni planorū primi ex nūeris serie naturali dispositis et pariter adiectis nullo intermisso gignuntur. Tetragoni ex eisdem sed vno intermisso sc; pari. Pentagoni fiunt eodē modo: duob; intermissis. Hexagoni tribus. Heptagoni: quattuor. Et ita continue procedendo: vno plures numeri sunt in medio relinquendi. Altera proprietates est q; ceteri plani sūt ex proximis minorib; numeris planis eiusdē ordinis/ et trigonis pxime minoris ordinis. Vt ennagoni ex totis octogonis et proxime inferioribus trigonis. Decagoni ex totis ennagonis et cōtinue precedentibus ordine trigonis. Endecagoni ex totis decagonis et antecedentib; trigonis. Dodecagoni vero ex totis endecagonis et proximis sub se trigonis. Ex quibus quidē proprietatibus perspicuum est quod prima numeri plani et solidi proprietate predictū est: oēm sc; numerū planū (qui per analogiam in littera/ figura dicitur) vltra trigonū: ex trigonis componi et in trigonos resoluti. Et trigonū (vt inquit diuus Seuerinus Boetius) omnium Boetius formarum/ numerorūq; planorum principium ac elementum esse: q; planorum primus/ ceterorum omnium summus efficiat: ipsorumq; procreationibus miscetur.

Altera parte longiores ex dispositis naturaliter paribus adiuuicem coacervatis perinde ac quadrati ex imparibus/ procreantur omnes.

1. Altera parte longiores ex dispositis naturaliter paribus adiuuicem coacervatis perinde ac quadrati ex imparibus/ procreantur omnes.
2. Omnis altera parte longior procreabitur si naturaliter ordinati pares: in naturaliter dispositis imparibus singulatim ducantur.
3. Omnes longilateri/ altera q; parte longiores circumstant angulares quadratos: duabus naturaliter numerorum seriebus secundū longum latumq; dispositis et in seinuicem ductis.
4. Singuli altera parte longiores naturaliter dispositi singulis quadratis itidē dispositis comparati: omnem numerorum partē gignunt/ et procreant.
5. Singuli altera parte longiores naturaliter siti singulis tetragonis a secundo naturaliter ordinatis cōparati: similiter oēs restituēt superparticulares.
6. Altera parte longiores differentis paribus perinde ac quadrati imparibus disiunguntur.
7. Altera parte longiores cōtinue in proximorum quadratorū medio collocati: eādē proportionis habitudinē seruant. iterūq; a dupla proportione in omnem superparticularium speciem se porrigunt atq; diffundunt.
8. Omnis altera parte longior bis sumptus cum duobus altris in seicis quadratis

Introductio.

coaceruatus: quadratum efficit.

Proximique altera parte longiores cum duplo medii quadrati / itidem te⁹ 9
ragonum efficiunt.

Parte altera longiores duplati / suis duobus altrinsecis quadratis aggrega¹⁰ 10
ti: quadratos reddunt sed quos aliquis impar numeret.

Proximi altera parte longiores cum duplo medii quadrati / itidem quadra¹¹ 11
tos sed quos numerus par numeret: efficiunt.

Altera parte longiores naturaliter ordinati / singuli singulis naturalē seriē ser¹² 12
uātibus quadratis copulati: cōtinua serie triangulares nūeros cōstituunt.

Omnes altera parte longiores: continuo ex quadratis vno detracto latere¹³ 13
nascuntur.

Altera parte longiores continue alternatim quadratis interiecti: ad quadra¹⁴ 14
tos habitudinū similitudinem: nō autem differētiarū seruant. Cōtra ve⁹
ro intercepti quadrati ad altera parte longiores relati / cōtinue differētia⁹
rū equalitate: nō autē proportionū retinent / obseruātq; similitudinem.

Alternatim constitutis altera parte longioribus atq; quadratis: a binario¹⁵ 15
differentie duplantur / et adinuicem eandem que et totorum est inter se
seruant habitudinem.

Py ra mi dis pro pri e ta tes.

Omnis pyramis ex aliqua numerorum multangula figura / cui omnes con¹ 1
genee / similesq; figure superponantur: confurgit.

Cuiuslibet pyramidis basis est multangulorum numerorum in pyramidis² 2
structuram aptatorum maximus.

Pyramis trigona ex cōtinue trigonis ad vnitatem vsq; supra seinuicem ere³ 3
ctis gignitur.

Et tetragona ex tetragonis / et pentagona ex pentagonis / hexagona ex⁴ 4
hexagonis hoc pacto supra seinuicem erectis: et ita deinceps.

Cu bi pro pri e ta tes.

Cubi producentur omnes: si dispositis naturaliter post vnitatem imparib⁹ 1
duo primi coniungantur. post quos alii tres. post quos quattuor. et hoc
pacto consequenter.

Numeri cubi duabus eiusdem proportionis medietatibus iunguntur.^{2;} 2;

Si cubus cubum multiplicet: cubi forma conficitur.³ 3

Si cubus altera parte longiorē numeret: nunq; nascetur cubus.⁴ 4

Prima alte⁹ 9
ra parte lō⁹
giorum pro
prietas.

¶ Prima altera parte longiorum proprietas hac descriptione manifestatur.

Numeri continue pares,	2	4	6	8	10	12	14	16
Altera parte longiores.		6	12	20	30	42	56	72

In superiore quidē limite ponuntur nūeri pares naturaliter dispositi ex quib; adinuice col⁹
lectis: semper collectionē a binario altera parte longiorū principio: inchoādo: sicut in qua⁹
dratorū ex imparib⁹ procreatiōe semp ab vnitare in cōtinue sequētes cepit collectio: vt p⁹
xime precedentū proprietatū tertia ostendit / siunt altera parte longiores. Nā 2 et 4 collecti
reddunt 6 / altera parte longiorē. Ita 2, 4, 6, cōficiunt 12. Sic 2, 4, 6, 8, simul sūpti cōponunt
20. Et ita de ceteris. Et intelligitur presens pprietas de altera parte longiorib⁹ vltra binariū
sūptis. Nā quis binari⁹ sit altera parte longior (habet enī per suas vnitates descript⁹ longitu
dinē latitudinē sola vnitare discrepātē) tū nō pcreat ex parib; simul collectis: cū prim⁹ sit

numerorū/itidē et primus pariū. At quia nūeri pares sūt nūeri potētis et materiales ppter eorū diuisibilitatē: qua materie sunt affines se cū dimēsiōne semp diuisibile prestāt. et nū. 2 in altera parte lōgiores ex paribus adinuicē cōpactis gignant vt dicit hec proprietas : hinc per nūeros altera parte longiores designantur apud Pythagoricos res sensibiles atq; natu- rales que plus habēt potētis et min⁹ actus/ sūtq; diuisiōis prors⁹ obnoxie. Cōtra vero nūeri impares sūt nūeri formales et actuales : magisq; supramundanorū naturā ob inuisibilitatē in duo equalia referunt/ q; ipsa supramūdāna ad indiuiduam simplicitatem propriū accedant. Et numeri quadrati ex imparibus ex vnitāte naturali serie collectis gignūtur vt specierū nūeri plani tertia proprietas ostendit: hanc ob rē per quadratos designari solēt res supramūdane/ minus potentie et multum actus habentes. Et propt̄ eam causam Py- thagoras vnitatē nūerum imparē et quadratū in coordinatione serieq; positiorū posuit : q; per ea de supramūdānis philolophandum putarit. Multa autē nūerū parē et altera parte longiorē in coordinatione priuatiōrū: q; ea rerū sensibiliū proprietatibus inuestigādis accōmodatiora censuerit.

Secunda.

¶ Secunda proprietas hac descriptione fiet apertior.

Nūeri pares naturaliter ordinati	2	4	6	8	10	12					
Nūeri impares naturaliter dispositi.	3	5	7	9	11	13					
Alterā parte longiores	6	12	20	30	42	56	62	90	110	132	156

Hic altera parte longiores tertio limite inferius signati: sicut ex ductu parium in proximos ipares/itidē et ipariū in pxios pares. Nā ex ductu 2 in 3 nascit̄ 6/ altera parte lōgior. Et ex ductu 3 in 4 producit̄ 12. Ita ex ductu 4 in 5 prouenit 20/ itidē altera parte longior. Et ita cōsequenter proxime minor in proxime maiorē nūerum ducat: et proueniet semper altera parte longior. cū duo proximi nūeri sola vnitāte distent: quorū vn⁹ longitudinē altera parte longioris signat/ alter latitudinē. Et non debet solū nūerus par in hac formula suprascri- ptus duci i nūerū imparem sibi directē suppositū, nā sic nō omnes altera parte longiores nascerent̄. Si enī primū 2 in 3 ducat/ proueniatq; sex: et protinus 4 in 5/ proueniatq; 20 : non p̄creat̄ 12 altera parte longior/ intermedius ex huiusmodi ductu. Sed priō suprapositus par in suppositū imparem/ deinde suppositus impar in pximū parē suprapositū. Tertio par su- prapositus in imparem suppositū ducat/ et ita consequēter: vt nūerus q in priore ductu fuit multiplicatus: in proxime sequente sit multiplicans/ participantq; prior et sequens multipli- catio eodē termino.

¶ Tertia proprietas patet supposita mensula Pythagore in secunda proprietate specierum

Tertia.

¶ Numeri plani descripta ex qua videre promptū est binariū duobus vnitatis lateribus circū- pōni/ inferiorisq; secundū longitudinē: et sinistro secundū latitudinē. scdm quadratū 4 circū- cūstāt altera parte lōgiores 2 et 6: 2 quidē parte superiorē/ et 6 parte inferiori. Et hec circūpo- sitio: secundū longitudinē que est de sursum in deorsū attendit̄. Idē altera parte longiores eū- dē quadratū circūstant secūdu latitudinē: que de sinistro in dextrū porrigit̄. nā binarij pte ipsius sinistra ponitur et senarius latere dextro. Nempe idē nūeri altera parte longiores circūstant quadratos secundum longitudinē et latitudinem. Quo fit vt quadratus omnis preter duos extremos in angulis oppositis sitos: quattuor altera parte longioribus (etsi co- incidentibus) interceptatur/ qui sūt ipsi quadrato laterales: et quattuor latera/ superius/ infe- rius/ sinistrū/ dextrum/ quibus inscribitur quadratus stipant. Ita 9 tertiu quadratū circūstāt altera parte longiores 6 et 12. Quartū quadratū 16 circūstāt 12 et 20/ altera parte longiores et ita de alijs. Decimus autem quadrat⁹ 100/ solū vnū habet altera parte longiorē circūpo- sitū scz 90: cū alijs intermedijs oēs duos habuerint/ quia extrem⁹ est et in angulo cōstitutus. Q; si nūeri in longiorē serie producerent̄: eque vt ceteri duos habere videret̄ circūpositos altera parte longiores.

Quarta.

¶ Quarta proprietas patet ex descripta que subijcitur formula.

Alterā parte longiores.	6	12	20	30	42	56	72	90
Quadrati.	4	9	16	25	36	49	64	81
Quelibet numeri pars.	2	3	4	5	6	7	8	9

¶ In priō quidē limite naturaliter disponūt altera pte longiores: i secundo vero quadrati. Cōsulito tñ omitūt binarij/ alia pte lōgiorū primordiū/ et vnitatis p̄cipiū qdratorū: quia bi- narij ad vnitatē cōparatus/ nullā nūeri pte gignit sed duplā habet habitudinē. quare de se- quētib⁹ solum vnitatē et binariū altera pte lōgiorib⁹ et qdratis presens p̄prietas itelligitur. Itaq; altera parte longiores suprapositi ad quadratos directē suppositos cōparati: oēm nūe- rorū partem gignūt que in tertio limite notat̄. Vt 6 ad 4 cōparatus gignit secundam pte.

Introductio.

Quinta

Nā 6 cōtinet 4 et vnam eius secundā siue medietatē. Ita 12 ad 9 cōparat⁹ gignit tertiā pte nā 12 cōtinet 9 et insup tertiā ei⁹ partē. Sic 20 ad 16 procreat quartā partē. nā 20 cōtinet 16 et quartā ei⁹ partē. ¶ Et ex hac proprietate et descriptione sequēs pprietas statim est nota. Nēpe 6 ad 4 habet habitudinē sesquialterā/ 12 ad 9 sesquiterciā/ 20 ad 16 sesquiquartā: et ita cōtinue pcedēdo ois supparticularis/ id est ois supparticulariū species pcreabitur. Nec ab re quita proprietates de terragonis a secundo tetragono (qui est 4) naturaliter ordinatis intelligit: sicut et de altera parte longioribus a secūdo altera pte lōgiore (qui est 6) naturaliter dispositis. Nā primus altera pte longior scz binari⁹ cōparatus primo quadrato scz vnitati: nō cōstituit aliquā speciem habitudinē supparticularis sed duplā ad ipsū feruat pportionem. Quare de priō altera parte lōgiore et q̄trato hec proprietates sicut & pcedēs nō est intelligenda. ¶ Sexta proprietates huius figure descriptione statim est nota.

Sexta

Differētie quadratorū impares	3	5	7	9	11	13	15	17	19	
Quadrati naturaliter ordinati	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Differētie alia pte lōgiorū pares.	2	6	10	14	18	22	26	30	34	
Alterā parte longiores.	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110

Ex hac figuratiōne liquet quadratorū naturaliter dispositōrum dnas esse numeros, impares a ternario continue supros: vt ipsius 4 ad 1 differētia est 3; Ita tetragoni 9 ad 4 differētia est 5 (sequēs nūerus ipar. Et quadrati 16 ad 9 differētia est proxime cōsequēs ipar 7. et ita in ceteris. Ita altera parte longiorū naturali serie ordinatorū differētie sunt nūeri pares cōtinue a q̄ternario supri. Nā ipsius 6 ad 2 differētia est 4. Sic altera parte longioris 12 ad 6 differētia est 6 proximus par. Ita ipsius 20 ad 12 differētia est 8 pxime sequēs nūerus par. Et ita de ceteris. ¶ Septima proprietates supposita si figuratiōne dilucidat hoc modo.

Septima

Alterā pte lōgiore q̄dratis intercepti.	1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42	49
Nomina pportionum.	Dupla Sesq̄l. Sesq̄ter. Sesq̄qr. Sesq̄qui. Sesq̄sex												

¶ Hic altera parte longiores duob⁹ proximis quadratis intercipiuntur vt binari⁹ altera parte longior: duobus quadratis vnitati minori et 4 maiori. Ita 6 altera parte longior duob⁹ tetragonis si ponit: scz 4 minori tetragono et 9 maiori. Et ita dispositi altera pte lōgiore: eandē feruat pportionis habitudinē hoc est quā habet pportionē maior quadratus ad mediū altera parte longior: eandē habet mediū altera parte longior ad minorem quadratū. Estq; inter duos quadratos extremos/ et mediū altera parte longiorem: medietas geometrica continua. vt que pportio ipsius 4 ad 2/ eadē est ipsius 2 ad 1/ nam vtraq; dupla. Et que pportio ipsius 9 ad 6/ eadē est ipsius 6 ad 4. nam vtraq; sesquialtera. Sicq; a dupla pportione que est inter terminos. 4. 2. 1. diffundunt se in oēm supparticularium speciem: scilicet i sesquialterā consistēt in terminis 9. 6. 2. sesquiterciā/ sesquiquartam et reliquas vt ostendit figura superius posita.

Octaua

¶ Octaua pprietas exemplum. vt sumatur bis altera parte longior vtpote binarius/ efficitq; quaternarium qui addatur duobus quadratis circumpositis qui sunt 1 et 4 efficit quadratum 9. Ita bis sumptus altera parte longior. 6. qui reddet 12/ et duobus circumstantibus quadratis 4 et 9 adiectus: cōponit quadratum 25. Sic 12 bis sumptus/ et duobus altrinscicis quadratis 9 et 16 adiunctus constituit quadratum 49. ¶ Nona proprietates hoc manifestatur exemplo. sumantur proximi altera parte longiores 2 et 6/ q̄ simul iūcti reddunt 8: et capiātur cum duplo interpositi quadrati scz cū 8 (qui duplus est ad interpositum quadratū 4) reddunt etiam quadratum qui est 16. Ita proximi altera parte longiores 6 & 12 supri cū intermedij q̄drati (qui est 9) duplo scz 18: cōponūt q̄dratū 36. Sic 12 et 20 proximi altera pte longiores supri cū interiecti quadrati 16/ duplo 32: cōficiunt quadratū 64. ¶ Decima

Nona

pprietas ipsdē exēplis cōstat quib⁹ octaua. In qua exēpli causa cōpositi sūt secūdū ill⁹ et hui⁹ proprietatis exigētiā q̄drati. 9. 25. 49. quos sane aliqui ipar nūerat (id ei hec pprietas vltra octauā dicit) nā 3 nūerat 9: cū ter tria sunt 9. Quinarius numerat 25: cū quinq; 5 constituunt 25. Et septenarius impat numerat 49: cū septies septem equeat 49. Sūt enī istorum quadratorū latera numeri impares. Lat⁹ autē suū quadratum secundum seipsum numerat.

Decima

¶ Vndecima proprietates eadē requirit exempla que nona: in qua formati sunt secundum huius et illius proprietatis sententiam quadrati 16. 36. 64. quos aliquis par nūerat (nā id hec proprietates vltra nonam enūciat) Nēpe 4 nūerat 16 secundum seipsum: cum sit latus ei⁹. Et eadē ratione 6 nūerat 36/ et 8 nūerat 64: cū quater 4 reddant 16 et sexies 6: et octies 8 64. Preterea suorum laterum partes pares/ eisdem quadratos numerat: vt 2 numerat 16.

Vndecima

Ita 1 numerat 36. Deniq; 2 et 4 numerant 6 4. nam quicquid numerat totum et eius pars. Et quicquid a toto: et ab eius parte numeratur. ¶ Duodecima proprietas hac figuratio offendit. Duodecima.

12 Altera parte longiores.

	2	6	12	20	30	42						
Quadrati.	1	4	9	16	25	36	49					
Trigoni continuat serie sumpti.	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91

In hac figura altera parte longiores naturali ordine dispositi sunt in primo limite: et quadrati in secundo. Si itaq; singuli altera parte longiores comparant ad duos proximos (quibus secundum numerorum naturalium seriem inveniunt) quadratos: efficiet continua serie trigonos: ut 2 altera parte longior adiunctus unitati minori quadrato: efficit 3 secundum trigonum. Idem numerus 2 adiunctus 4 maiori quadrato: componit 6 tertium trigonum. Ita 6 altera parte longior adiunctus 4 minori quadrato: reddit 10 quartum trigonum. Et idem numerus 9 additus 9 maiori quadrato: conficit 15 quintum trigonum. Sic 12 adiectus 9 minori quadrato: constituit 21 sextum trigonum: additus autem 16 maiori quadrato: constituit 28 septimum trigonum. ¶ Decimatertia proprietas patet his exemplis. Ipsi tetragono 4 subtracto suo latere scilicet binario: reliquit minor altera parte longior 2. Quod si eidem tetragono adiciatur idem latus: fiet maior altera parte longior 6. Sic ipsi tetragono 9 subtracto latere 3: reliquit minor altera parte longior 6. Addito vero latere eodem ad dictum tetragonum: fit 12 maior altera parte longior. Sic ediuerso altera parte longiori maiori detracto latere/aut minori/adiuncto latere: relinquitur intermedius quadratus. ut si ipsi 6 auferatur latus 2/aut ipsi binario idem latus addatur: relinquitur intermedius quadratus 4/ quod tale latus sit quadrati ad utrumque altera parte longiorum differetia. Modo si numerus numerum superat: differetia minor addita aut a maiore subtracta numeri relinquitur equalis.

Decimatertia

14 ¶ Decima quarta proprietas patet supposita hac figura.

Decima quarta.

Altera parte longiores/ quadratis interpositi.	1	2	4	6	9	12	16	20	25
Quadrati/ altera parte longioribus intermediis.	2	4	6	9	12	16	20	25	30

In priore limite altera parte longiores sunt continue et alternatim quadratis intercepti: ad quos seruatur proportionum similitudinem et medietatem geometricam/ ut in octava harum proprietatum dictum est. Nam 4 ad 2 duplus est: sicut 2 ad 1. Sic 9 ad 6 sesquialter: sicut 6 ad 4. Ita 16 ad 12 est sesquitercius: sicut 12 ad 9. Et ita consequenter semper sumendo altera parte longiorem pro medio termino. Non autem seruatur similitudinem differentiarum neque medietatem arithmeticam. Nam 4 ad 2 differentia est 2. At duorum ad unum differentia est unitas. Ita 9 ad 6 differentia est 3. At 6 ad 4 differentia est 2. Sic 16 ad 12 differentia est 4. Atqui 12 ad 9 differentia est 3. In limite autem inferiori sunt quadrati continue et alternatim longioribus interpositi: ad quos differentiarum equalitatem et medietatem arithmeticam seruant. Neque 6 ad 4 differentia est 2 sicut et 4 ad 2. Sic 12 ad 9 differentia est 3: sicut et 9 ad 6. Demum 20 ad 16 differentia est 4. que etiam est ipsius 16 ad 12. Sed non retinet similitudinem proportionum neque medietatem geometricam. nam 6 ad 4 proportio est sesquialtera: 4 autem ad 2 dupla. Ita 12 ad 9 proportio sesquitercia: sed 9 ad 6/ sesquialtera. Denique 20 ad 16 proportio sesquiquarta. Atqui 16 ad 12 sesquitercia. Ex hac autem proprietate planum est quadratos altera parte longioribus circumpositos seruare nexum arithmeticum/ tanto quidem prestantiorem nexu geometrico quem seruant altera parte longiores quadratis circumpositi: quanto numeri magnitudinibus sunt perfectiores. Et cum nexus arithmeticus superiorum ad inferiora connexionem insinuet/ geometricus vero inferiorum ad superiora: quod quadrati superioribus entibus/ altera vero parte longiores inferioribus respondeant: haud obscure ex hoc dinoscitur longe prestantior esse nexus et amor superiorum ad inferiora quam contra inferiorum ad superiora. Quod autem quadrati omnes vna medietate iungantur: ut sexta specierum numeri plani proprietas proposuit/ plane designat in mundo intelligibili/ quem quadrati referunt/ summam esse amoris connexionem/ mirabilemque concordiam. Hinc canit Empedocles in Sphero (sic enim deum vocat) omnia conuenisse preter litem. Altera autem parte longiores hanc proportionalitatis regularitatem non usquequam seruare/ indicat in hoc mundo sensibili/ cuius altera parte longiores sunt numeri/ non eum esse animorum nexum neque concordiam qua superiora coalescunt.

Decima quinta

15 ¶ Decima quinta proprietas ostenditur formata hac figuratio.

Quadrati altera parte longioribus intermediis.	2	4	6	9	12	16	20	25	30	35	42
Geminate eorum differentie.	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	

In superiore limite alternati constituti sunt altera parte longiores et quadrati eis intermediis/ quorum differentie a binario consequenter sumpte duplatur: hoc est bis inueniuntur eadem. ut 4 ad 2 differetia

Introductio.

rentia est 2: et eadē est 6 ad 4. Sic 9 ad 6 differentia est 3: et eadē est ipsius 12 ad 9. Deniq; 16 ad 12 differentia est 4: que eadem est ipsius 20 ad 16. Preterea que proportio est totorū quadratorū ad altera parte longiores et illorū ad quadratos: eadē est proportio differentiarū ipsorū inter se. Vt que proportio 9 ad 6 et 6 ad 4: eadē est differentiarū 3 ad 2/ cū vtraq; sit seiqualtera. Et que proportio 16 ad 12 et 12 ad 9: eadē est differentiarū 4 ad 3; Siquidem vtraq; est seiquitertia. Ita q; proportio 25 ad 20 et 20 ad 16: ea est 5 ad 4 differentie ad differentia. Vtrumq; enim est seiquiquarta, et ita in alijs. Et recte dictū est in littera differentias a binario duplari. nā differentia ante binariū vt pote vnitas (que quidem differentia est primi

Prima pyramidis proprietates.

30		
1		10
4		1
9		3
16		6

1		
3		4
6		10
10		20
15		35
21		56

Quarta

altera parte longioris qui binariū est: ad primū quadratū que est vnitas) nō duplatur: sed semel tantū inuenitur. Sed hec statim intellectui perita sunt. ¶ Pro prima pyramidis proprietate id prenolandū est figurā numerorū multāgulā esse numerū planū qui plures habet angulos: qualis est trigonus/tetragonus/pentagonus/hexagonus. Figure autē cōgenee et cōsimiles dicunt: que eisdē sunt denoiationis. vt trigone trigonis/tetragone tetragonis. Dicit ergo proprietates q; oīs pyramis nascitur ex aliquo nūero plano in imo probatū posito: cui oēs plani cōsimilis denoiationis vnitati propinquiores seriatim superponunt, vt pyramis trigona nascitur ex trigono pro basi posito cui omnes trigoni inferiores recto ordine supponunt. Et pyramis tetragona ex tetragono pro basi oib; subiecto: cui minores tetragoni ordinate superponuntur. vt tertia et quarta proprietates exēplis declarabūt. ¶ Secūda proprietates his ostēditur exēplis. Pyramidis/10/ cōsistite ex trigonis/6/3/1: basis 6 est maxim; trigonorū in illius pyramidis cōpositionē applicatorū. Et pyramidis 30 cōpositē ex tetragonis/16/9/4/1: basis 16 est maxim; tetragonorū in illius structurā aptatorū. Con; autē in c; vnitas/ minima. Nūeri autē intermedii sunt basi minores et cono maiores. Et quāto magis ad conū accedūt: ranto sunt minores inter se: quāto vero basi propinquiores/ rāto maiores. vt in dato exemplo 9 tetragonus basi proxim; est maior q; 4/ proxim; cono. Quo; fit vt i pyramide ascendēdo/ a maximo per cōtinue minores procedat ad minimū. Nā intermedii sūt cōsimiles numeri plani cōtinuo ordine sūpti. ¶ Tertia proprietates ostēditur per figuratiōē in margine positam. nā 4/ pyramis trigona nascitur ex trigono. 3/ basi: & vnitate supposita qui conus est. Sic et pyramis trigona/10/ ex trigonis 6/3/1/ supra seiuicē erectis. Et 20 ex basi 10/ et minoribus trigonis 6. 3. 1. sibi ordine superpositis. Et ita de 35, et 56. Vt temp; pyramidis basis sit trigonus sibi eodē limite respondens: cui ceteri superius descripti eo quo describūtur ordine superponant. ¶ Quarta proprietates declaratur his subiectis formulis.

1		
4		5
9		14
16		30
25		55

1		
5		6
12		18
22		40
35		75

1		
6		7
15		22
28		50
45		95

Prima cubi proprietates

¶ In prima figura pyramis tetragona 30 nascitur ex tetragono 16 p basi supposito: et tetragonis 9/4/1 directe superpositis. Et ita de alijs in eadem formula descriptis. In secūda vero formula pyramis pentagona 40 nascitur ex pentagonis 22/12/5/1 supra seiuicem ad vnitatē vsq; dispositis. In tertia vero: pyramis hexagona 50 nascitur ex numeris hexagonis 28/15/16/1/ ad vnitatem vsq; sibi superpositis. Et ita de ceteris pyramidibus intellige.

¶ Prima numeri cubici proprietates hac descriptione ostēditur.

Numeri impares.	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
Cubi ex eis producti.	8	27	64	125										

Secunda

In hac figura describūtur naturā serie nūeri impares post vnitatē quorū duo primi 3 et 5 simul iuncti constituunt cubū 8. Deinde ceteri tres 7/9/11 vna collecti: sequentē cōponūt cubū 27. Postea sequētes quattuor impares 13/15/17/19 in vnū adacti: sequentē cubū 64 cōficiūt. Demū sequētes quin; impares 21/23/25/27/29 pariter adiecti reddunt sequentē cubū 125. ¶ Secūda proprietates dicit q; inter quolibet duos cubos siue proximos siue distātes et mediatos inueniunt duo numeri proportionales mediu: et cū extremis cubis cōstituēt medietatē geometricā cōm. uā/ quattuor terminus cōprehensam: vt hec ostēditur figura.

Cuborū cū mediis habitudines	Prior cub⁹	Prim⁹ medius	Secūd⁹ med⁹	Posterior cub⁹
Continue dupli	1	2	4	8
Continue tripli	1	3	9	27
Continue quadrupli	1	4	16	64
Continue seſqualteri	8	12	18	27
Continue dupli	8	16	32	64
Continue ſeſquiterti	27	36	48	64

In primo enim limite que proportio 8 ad 4 maioris extremi cubi ad maiorem mediū: eadē est ipſius 4 ad 2 maioris mediū ad minorem medium/ et ipſius 2 ad 1 minoris mediū ad minorem cubum: cum vbiq; ſit habitudo dupla. Et in ſecundo limite que proportio 27 ad 9: eadem est ipſius 9 ad tria/ et triū ad vnū. nā ſemper tripla. Et inuenitur minor numer⁹ medius proportionalis: ſi acceptorū vtriuſq; extremi cubi laterum minus in mai⁹ ducatur: et deinde idē minus in productū ex priore ductū. Maior vero numerus medius proportionalis reperitur: ſi maius cubi latus in ſe ducatur/ et deinde minus in productum ex precedēte ductū. Vt ſint dati extremi cubi 8. 27: quorū latera ſunt 2. 3. duco 2 min⁹ lat⁹ in 3 maius: et prouenit 6. deinde ducoidē minus latus in productū ſcilicet 6: et prouenit 12 prior medius proportionalis. Rurſum duco maius latus 3 in ſeipſum: et prouenit 9. Deinde duco minus latus 2 in productum ſcilicet 9: et prouenit 18 alter medius proportionalis. Similiter ſi ſint dati extremi cubi 8 (cuius latus 2) et 64 cuius latus est 4. Et ducatur minus latus 2 in maius ſcilicet 4: prouenietq; 8. in quem ducatur minus lat⁹ 2: et producet 16 minor medius proportionalis. Deinceps ducatur maius latus quaternarius in ſeipſum et prouenit 16: in quem ducatur minus latus 2 et prouenit 32 maior medius proportionalis. Et quē ad modum quadrati ſumuntur/ conſtitutis ab vnitāte continue ſimilium in genere multiplicis habitudinum numeris/ vno ſemper in medio intermiſſo: vt quinta ſpecierū numeri plani proprietates declarauit: ita cubi ſumuntur conſtitutis hoc modo conſimilis habitudinis ab vnitāte ſumptis numeris/ et duobus intermiſſis: vt hec offendit figura.

Continue dupli.	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.
Continue tripli	1.	3.	9.	27.	81.	243.	729.
Continue quadrupli	1.	4.	16.	64.	256.	1024.	4096.

In primo limite, qui cōtinet numeros continue duplos) poſt vnitātē primū cubū duobus intermiſſis numeris ſequitur 8 etiā cubus. Iterū duobus intermiſſis ſumitur 64 idē cub⁹. In limite vero ſecundo (qui cōtinue triplos nūeros cōplectitur) poſt vnitātē primū cubū duobus intermiſſis numeris inuenitur 27 numerus cubicus. Poſt quē duob⁹ iterū in medio dimiſſis ſequitur 729 etiā cubus. Demū in tertio limite (qui est continue quadruplorum) poſt vnitātē primū cubū duobus dimiſſis conſequitur 64 numerus cubicus. Poſt quē rurſum duobus in medio relictiſ/ ſequitur alius cubus 4096. Notantur autē in quouis horum limitū cubi per punctū ad latus adiectū: quo ab aliis facilius internoscantur. Et idē deprehenditur veritatē ſeruare conſtitutis limitibus maiorū multipliciū: vt quincuplorū/ ſeſcuplorū/ ſeptuplorū/ et conſequentiū. Qui quidē multiplices continue ab vnitāte ſumētur q̄ facillime: ſi primū in vnitātē ducatur numerus denominans huiusmodi multiplicē/ et deinde in productū idē ducatur minimus denominans. Iterūq; poſtremo productū idē multipliciter denominans/ et ita conſequenter quotiens fiet huiusmodi ductus denominantis in poſtremo p̄ductū: tot ſumentur illius denominationis cōtinue multiplices. Exempli gratia. ſi q̄ velit ſumere continue quincuplos ab vnitāte: ducat primo quinarū (qui est denominans quincuplorū) in vnitātē: et proueniet quinarus. Nā ſi numer⁹ in vnitātē ducat: ſeipſū producit. Deinde ducat quinarus in 5 p̄ductū: et producit 25 quincupl⁹ ad 5. Rurſum ducatur 5 in 25: producetq; 125 quincuplus ad 25. Et ita procedendo ſumētur conſequenter continue quincupli. Eodē modo de continue ſeſcuplis et ſeptuplis ſumantur exempla.

3 ¶ Tertia proprietates oſtēdit. vt 8 duct⁹ in 27/ p̄ducit cubū 216: cui⁹ 6 est lat⁹. Nam ſexies 6 conſciunt 36 quadratū/ et ſexies 35 p̄ducūt 216 cubū. Siſt 8 cubus duct⁹ in 64 cubū/ producit cubū 512: cuius latus est 8. Nā octies 8 reddūt 64 quadratū: et octies 64 p̄ducit dīctū cubū 512. Neq; incōueniens est eundē numerū vt 8 eſſe cubū/ et eſſe latus alterius quadrati et alteri⁹ cubi: quādo quidē hoc fiat reſpectu diuerſorū. Neq; etiā incōueniens est eundē numerū vt 64 eſſe quadratū et eſſe cubū: cū hoc ſit reſpectu diuerſorū laterū/ vt 8 et 4. Vt autem cuiuſq; lateris cognoscatur in promptu quadratus et cubus: hec noteret figura.

d.i.

Tertia.

Introductio.

latera	q̄dra.	Cubi.	latera	q̄dra.	Cubi.
2	4	8	12	144	1728
3	9	27	13	169	2197
4	16	64	14	196	2744
5	25	125	15	225	3375
6	36	216	16	256	4096
7	49	343	17	289	4913
8	64	512	18	324	5814
9	81	729	19	361	6859
10	100	1000	20	400	8000
11	121	1331	21	441	9261

Si latera que primo signantur loco in seipsa ducantur: producunt quadratos secundo limite positos: et ordine eodem a sinistro in dextrum procedendo collocatos. Si vero latera in suos ducantur quadratos: pueniunt eorum cubi tertio loco signati. Et eadem via cuiuscumque numeri quadrati et cubi per multiplicationem facile reperies

Quarta.

Quarta proprietas his declaratur exemplis. Si cubus 8 in 2 altera parte longiore ducatur: proveniet 16 qui non est cubus. Et si idem cubus multiplicetur 6 altera parte longiore: producit 48 qui etiam non est cubus. Quod si idem cubus multiplicetur 12 altera parte longiore: provenit 96 qui nequaquam est cubus. Ex tribus autem ultimis proprietatibus et ea que preter litteram adiecta est: constat cubum habere in solidis magnam conformitatem ad tetragonum in planis: cum consimiles sint ytriuseque proprietates. quemadmodum pyramis in solidis ad trigonum in planis. Due autem postreme cubi proprietates in littera posite hac descriptione innotescunt.

Cubus multiplicans	Cubus multiplicatus	Cubus productus	Cubus multiplicans	Altera parte multiplicatus	Productus non cubus
8	27	216	8	2	16
8	64	512	8	6	48

M e d i e t a t u s a r i t h m e t i c e p r o p r i e t a t e s

Medietas arithmetica suorum terminorum semper proportionum dissimilitudinem gerit.

Medietas arithmetica continue nascetur: si naturalis numerorum series indiscōtinuata protrahatur. Similiter et numeris hoc modo digestis / si simili intercapedine abinuicem distantes: continue accipiantur. Quo fit ut pares: naturaliter sese consequentes / itidem et impares hanc medietatis normam inuolabiliter seruent.

Arithmetice medietatis cōiuncte medius terminus extremorum simul iunctorum est medietas.

Arithmetice medietatis disiuncte extremi simul iuncti / collectis cōiunctisque mediis adequantur.

Eiusdem medietatis ut termini ad seipsos: ita differentie ad differentias.

Medietas arithmetica coniuncta: sub extremitatibus minus continet eo numero qui ex medietate cōficitur / quantum possunt sub se due differentie que inter ipsos sunt terminos constitute.

Disiuncta vero tanto minus sub extremitatibus continet eo qui continetur sub mediis: quantum est quod fit ex differentia maximi ad unum medianum / in differentiam medii eiusdem ad minimum.

Huius medietatis quotcumque continue dispositorum numerorum minores termini maiores proportionem: maiores vero / minores proportionum habitudines continue seruant.

Arithmetice medietatis determinantum extremorum medianum reperitur nume-

rus: si extremorum coniunctorum medietas accipitur.

Geometrice medietatis quorūcūq; terminorum cōtinue dispositōrū et maiorū et minorum terminorum/equales sunt proportionū habitūdines.

- 1 Geometrice medietatis quorūcūq; terminorum cōtinue dispositōrū et maiorū et minorum terminorum/equales sunt proportionū habitūdines.
- 2 Geometrica medietas suorū terminorū conuersā seruat proportionalitatē. vt semper si primus ad secundū quēadmodum secund⁹ ad terciū: ita e conuerso terci⁹ ad secundū vt secundus ad primum, quod et in disiuncta medietate similiter euenire cognoscitur.
- 3 Eadem quoq; medietas quattuor terminis distributa sēper permutatā proportionalitatē retinet. vt si quēadmodum primus ad secundū/ sic terci⁹ ad quartū. ita vt primus ad terciū / et secūdus ad quartum.
- 4 Medietatis geometricē terminorū et eorū dē differētiarū similis est pportio.
- 5 Medietatis geometricē que in multiplicibus existit/ maior nūerus ad minorē cōparatus: ipsū minorē suā habet differētiā/ aut multiplicē minoris vno minus q̄ maioris ad minorē sit habitudo.
- 6 In cōtinua medietate geometrica: quod cōtinetur sub extremis/ equū est ei qui ex medio in se ducto nascitur. Et in discōtinua ei qui fit ex duabus in se ductis medietatibus.

7 Cōtinue pportionalitatū species: quadratis ab vnitate et altera parte lōgioribus alternatim vna serie dispositis: a prima multiplicium medietate i oēs superparticulariū habitūdines/ proportionefq; discurrunt.

8 Geometricē medietatis determinatis extremis medius proportionalis reperit: si nūeri sub extremitatibus cōtēti tetragoniciū latus accipiatur.

1 ¶ Prima p̄prietas medietatis arithmetice dicit q̄ termini in quibus est dicta medietas sēp hnt dissimilitudinē pportionū. vt alia sit proportio maioris extremi ad mediū: q̄ mediū ad min⁹ extremū. Exēpli causa: tres nūeri 6 4 .2. cōstituūt medietatē arithmeticā p̄ diffinitionē. Et 6 ad 4 p̄portionē habet sesquialterā: 4 autē ad 2 duplā. Ita 12. 10. 8. cōponūt arithmetice medietatē. et 12 ad 10 habet sesquiquintā habitudinē sed 10 ad 8 sesquiquartā. Quo fit vt in eisdem terminis nō possit esse medietas arithmetica et geometrica.

2 ¶ Secūda p̄prietatē ostēditur describēdo naturali serie numeros hoc modo .1.2.3.4 .5.6. 7.8.9.10. Oēs hi ad proximos cōparati habent medietatem arithmeticā: cū differētiās habeant equales et sola vnitate ab inuicem distent. Similiter numeris hoc modo scilicet naturali serie dispositis si equo intersitio ab inuicem distantes sumātur: iter eos seruat eadē medietas vt 3.5.9.12: qui ternario ab inuicē distāt. Et 4. 8.12.16/ qui distāt quaternario.

¶ Hic cōstat numeros pares sua serie collectos hoc pacto 2.4 .6.8.10/ seruare dictam medietatem: quia ab inuicē omnes binario discriminantur. Itidem et impares sua serie dispositos sic. 3.5 .7.9.11.13. eādē habere medietatem: quia binario distant omnes. Huius autem p̄prietatis partes omnes subiecta descriptione reddentur conspicue.

Numeri naturali serie dispositi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Eorū differentie semp eedem	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Nūeri pares naturaliter ordinati	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
Eorū differentie semp eedem	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Nūeri impes naturaliter dispositi	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
Eorū differentie sēper eedem	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

3 ¶ Tertia p̄prietatē ostēditur datis tribus terminis (aut pluribus sed in nūero imparibus vt 10 solū sit medi⁹) seruantibus medietatē arithmeticā cōtinuā: vt 10. 8. 6. extremi 10 et 6. simul 8 iuncti constituunt 16. cuius 8 medius terminus est medietas. Ita datis quinque terminis 12. 6.

d ij

Introductio.

10. 8. 6. 4. extremi 12 et 4. simul vniti: conficiunt 16 / cuius 8 medius terminus est medietas quia eis est circumpositus et equidistans.

Quarta ¶ Quarta proprietates manifestatur datis quattuor terminis seruantibus medietate arithmetica disiuncta. vt 12. 10. 6. 4. extremi termini 12 et 4 simul iuncti reddunt 16: quem itidem componunt 10 et 6 simul vniti. Ita datis 8. 7. 5. 4. / extremi 8 et 4 vna compositi efficiunt 12: sicut medij 7 et 5 pariter accepti. Et hec etiam habet veritatem in terminis medietatis arithmetice continue secundum parem numerum sumptis: vt 10. 8. 6. 4. extremi 10 et 4 vna sumpti componunt 14: quem etiam medij 8 et 6 coniuncti efficiunt. Ita 10. 9. 8. 7. 6. 5. datis sex terminis: extremi 10 et 5 conficiunt 15 / quem et medij 8 et 7 aggregati constituunt.

16 $\left(\begin{array}{l} 12 \\ 10 \\ 6 \\ 4 \end{array} \right.$ ¶ Quinta proprietates declaratur datis terminis medietatis coniuncte 10. 8. 6. qui ad seipsum comparati seruant proportionem equalitatis. Nam 10 ad seipsum equalitas est: similiter 8 ad seipsum / itidem et 6: quandoquidem omnis numerus ad seipsum comparatus: equalitatis proportionem habet. Ita et differentie scilicet 2 ad 2 seruant equalitatem / per definitionem. Et in medietate disiuncta 12. 8. 6. 2. vt termini ad seipsum collati equalitatem retinet: ita et differentie eorum que sunt 2 ad 2 equales sunt adinuicem.

14 $\left(\begin{array}{l} 10 \\ 8 \\ 6 \\ 4 \end{array} \right.$ ¶ Pro sexta proprietate prenoscere oportet: quod continetur sub extremitatibus: quod fit ex ductu et multiplicatione extremi in extremum. Et id conficitur ex medietate: quod producitur ex medio termino in se ducto. Tantum autem possunt sub se differentie: quantum producit ex ductu vnus differentie in alteram. Intelligentia ergo proprietatis est quod in arithmetica medietate coniuncta numerus qui fit ex ductu extremi in extremum / tanto est minor eo qui fit ex ductu medij in seipsum: quantum est numerus qui fit ex ductu vnus differentiarum datorum terminorum in alteram. vt datis terminis 6. 4. 2. extremi in se ducti producant 12: qui tanto minor est numero producto ex ductu medij in seipsum qui est 16: quantum fit ex ductu differentie maioris extremi in medium / in differentiam medij ad minus extremum scilicet 4. nam si 2 in 2 ducatur differentia in differentiam: proueniet 4. Et sane 12 quaternario minor est quam 16. Similiter sint dati termini 8. 5. 2. quorum extremus in extremum ductus producit 16: medius vero in se ductus gignit 25 / et differentia in differentiam ducta scilicet 3 in 3 producit 9. Et 16 numerus extremorum est minor quam 25 numerus medij / nouenario: qui numerus est differentiarum.

Sexta ¶ Septima proprietates intelligenda est hoc modo. In arithmetica medietate disiuncta numerus qui fit ex ductu extremi in extremum / tanto est minor numero qui fit ex ductu vnus medij in alterum: quantum est numerus qui fit ex differentia maioris extremi in maiorem medium / ducta in differentiam eiusdem maioris medij ad minorem extremum: aut quantum est numerus qui fit ex differentia maioris extremi ad minorem medium / ducta in differentiam eiusdem minoris medij ad minorem extremum: quia hic priori est equalis. vt sint dati quattuor termini 10. 8. 4. 2. extremus in extremum ductus producit 20. Medius vero ductus in medium gignit 32. Differentia autem maximi ad maius medium scilicet 2 / ducta in differentiam eiusdem medij ad minimum scilicet 6 / producit 12: sicut et differentia maximi ad minus medium scilicet 6 ducta in differentiam eiusdem medij in minimum scilicet 2. Modo 20 minor est quam 32 / duodenario. Ita denique in disiuncta medietate arithmetica quattuor termini 9. 7. 4. 2. Quorum extremus in extremum ductus producit 18. Medius vero ductus in medium producit 28. Et differentia maximi ad maius medium scilicet 2 ducta in differentiam eiusdem medij ad minimum que est 5: producit 10. Sicut et differentia maximi ad minus medium que est 5 / ducta in differentiam eiusdem medij in minimum scilicet 2. Modo 18 est minor quam 28 / denario: qui est numerus differentiarum.

Septima ¶ Octaua proprietates exemplum. vt 2. 4. 6. 8. 10. numeri sunt continue dispositi secundum medietate arithmetica coniuncta: quorum minores termini habent maiores proportionem et maiores / minores habitudines: vt termini et proportionem opposito se habeant modo penes maius et minus. Vt 4 et 2 / minores sunt termini que 6 et 4: et maiorem habent proportionem. Nam 4 ad 2 proportio habet duplam: et 6 ad 4 sesquialteram / que est minor dupla. Similiter 8 ad 6 minores sunt termini que 10 et 8: et maiorem habet proportionem. nam 8 ad 6 sesquitercia / 10 vero ad 8 sesquiquarta seruat / que sesquitercia minor est. Et ita in quibuscumque alijs terminis.

Octaua ¶ Nona proprietates scilicet est quod si capiatur duo numeri similis habitudinis / id est vel abo pes vel abo ipes: que scilicet si iuncti totum constituat parem. Et ipsorum similium dorum accipiantur medietas: illa est medius numerus inter duos extremos determinatos in hac medietate arithmetica. Vt sint 6 ad 12: quorum queritur medius. Iungo simul datos extremos et constituunt 18: cuius accipio medietate / que dico esse medium inter determinatos extremos. nam 12 ad 9 differentia est 3 / et eadem ipsius 9 ad 6

Similiter assigno duos determinatos extremos 7 et 3 inter quos quero medium huius medietatis. Cōiungo eos et constituunt 10 cuius accipio medietatem 5: quem dico esse medium iter datos extremos et inter tres terminos 7, 5, 3, esse medietatē arithmetica. nā 7 ad 5 differentia est 2: que etiam est ipsius 5 ad 3. Si autē acciperetur numerus par cū impari pro determinatis extremis: nō haberet proprietates vsū quia illi simul iuncti cōstituerēt imparē cuius nō posset sumi medietas. ¶ Prima proprietas geometricæ medietatis declaratur describitur Prima proprietas continue per ordinem duplis 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64. Vbi tam in maioribus terminis 64 et prioritate 32 quā in minoribus 2, 1, seruatür pportionū equalitas. Nā vt 64 ad 32 duplū est: ita et 2 ad 1, dietatis geometricæ. Quod in arithmetica medietate fieri non posse dictū est octaua paulo ante posita proprietate: cū in maioribus terminis minor et in minoribus maior seruari dicta fuerit proportio. Ita datis huius medietatis terminis 1, 3, 9, 27, 81, in maioribus terminis 81 et 27 est proportio tripla: sicut et in minoribus 3 et 1 aut duobus quibusque intermediis. ¶ Secunda proprietas docet in numeris conuersam proportionalitatem siue in tribus terminis: quando sicut se habet primus ad secundū terminū ita secundus ad tertium ex quo subinferim⁹ sicut tertius se habet ad secundū ita secundus ad primū, vt sint dati tres termini 8 primus 4 secundus et 2 tertius. Sicut 8 ad 4 prim⁹ ad secundū: ita 4 ad 2 secundus ad tertium. Nā vtrobiq; est dupla proportio. Sic ediuerso sicut 2 ad 4 tertius ad secundum ita 4 ad 8 secundus ad primū cum vtrinq; sit subdupla. Habet et eadem pportionalitas locū in quatuor terminis: quando sicut primus ad secundū se habet ita tertius ad quartum: ita cōtra sicut quartus ad tertium se habet ita secundus ad primū. Et id euenit primo in medietate geometrica cōtinua, vt datorū quattuor terminorum eo quo ponuntur ordine sumptorū, 16, 8, 4, 2, sicut 16 ad 8: ita 4 ad 2 nā vtraq; habitudo ē dupla, sic cōuerso ordine sicut 2 ad 4 ita 8 ad 16: cū vtraq; proportio sit subdupla. Secūdo in medietate geometrica disiuncta: vt sint dati hac serie quattuor termini 12, 8, 6, 4: sicut 12 ad 8 ita 6 ad 4 cū vtraq; sit sesquialtera proportio: ita preposito ordine vt 4 ad 6 ita 8 ad 12 nam vtraq; est sublesquialtera. Et in hac proportionalitate semp posterior pportio est correlatiua ad priorē: vt si prior sit dupla posterior est subdupla. Si prior sesquialtera posterior sublesquialtera. ¶ Tertia proprietas docet in numeris permutatam proportionalitatem que solum fit in quattuor terminis. Et est quando sicut se habet prim⁹ ad secundū ita tertius ad quartū: ex quo cōcludimus q; sicut primus ad tertium se habet ita secundus ad quartū. Et fit primo in medietate geometrica cōiuncta, vt datorū quattuor terminorū 16, 8, 4, 2, sicut se habet 16 ad 8 prim⁹ ad secundū ita 4 ad 2 tertius ad quartū: nā vtraq; proportio est dupla, ita sicut se habet 16 ad 4 prim⁹ ad tertium sic 8 ad 2 secundus ad quartum: cum vtraq; sit habitudo quadrupla. Secūdo seruatür eadē proportio in medietate geometrica disiuncta, vt datorum quattuor terminorū 12, 8, 6, 4, sicut 12 ad 8 primus ad secundum ita 6 ad 4 tertius ad quartū: nā vtraq; ratio est sesquialtera. Ita sicut se habet 12 ad 6 prim⁹ ad tertium sic 8 ad 4 secundus ad quartū: nā vtraq; dupla. Quo fit vt prior proportio interdū mutetur in posteriorē eiusdem generis interdū alterius: vt aliquādo multiplex in multiplicē aliquādo vero multiplex in superparticularē et superpartientē et ediuerso: quod vel sōlis exemplis constat. Et non modo cōuersa proportionalitas et permutata inueniuntur habere locū in terminis geometricæ medietatis: sed et relique proportionalitatum species quas Iordanus in secūdo arithmetices et Euclides in quinto geometrie pertractant: scilicet cōiuncta proportionalitas disiuncta euerfa et equa. Cōiuncta quidē quando quattuor terminorū vt prim⁹ ad secundū ita tertius ad quartū, ex quo cōcludimus sicut cōiunctū ex primo et secundo ad secundū ita cōiunctū ex tertio et quarto ad quartū se habere, vt sicut se habet 8 ad 4 ita 6 ad 3, quare sicut se habet cōiunctū ex 8 et 4 scilicet 12 ad 4: ita cōiunctū ex 6 et 3 scilicet 9 ad 3. Est enim hic vtrobiq; pportio tripla: sicut illic dupla. Disiuncta vero est ediuersio quādo datis quattuor terminis sicut cōiunctū ex primo et secundo se habet ad secundū ita cōiunctū ex tertio et quarto se habet ad quartū: et hic colligim⁹ sicut primū ad secundū ita tertium ad quartū se habere, vt datis quattuor terminis 8, 4, 6, 3, sicut cōiunctū ex 8 et 4 scilicet 12 se habet ad 4 ita cōiunctū ex 6 et 3 scilicet 9 se habet ad 3. Nā vtriq; est proportio tripla, quare vt 8 se habet ad 4: ita 6 ad 3 cū vtrorūq; habitudo sit dupla. Euerfa proportionalitas cōtingit quoties vt primū & secundū se habet ad secundū ita tertium et quartū ad quartū et inde inferim⁹ sicut primū et secundū se habet ad primū: ita tertium et quartū ad tertium. Vt datis quattuor predictis terminis sicut se habet 8 et 4 scilicet 12 ad 4: ita 6 et 3 scilicet 9 ad 3. Vtraq; enī habitudo est tripla: quare sicut se habet 8 et 4 scilicet 12 ad 8 ita 6 et 3 (que nouenarium cōplent) ad 6. Nempe vtriq; est proportio

Prima pro
prietatis
geometricæ
medietatis
declarat
describit
describitur
Secunda.

8.4.2.
16
8
4
2
12
6
4

Tertia
16
8
4
12
6
4

Introductio.

12
6
3
8
4
2
 sesquialtera. Equa proportionalitas accidit quoties sumptis quolibet numeris ad alios totidem in continua pportionalitate se habentibus: inferim⁹ vt priorū proportio extremi ad extremū ita posteriorū extremi ad extremū proportionē esse. Et duobus modis fieri potest.

1. primo directe. quando vt priorū primus ad secundū: ita posteriorū prim⁹ ad secundū. et sicut priorū secundus ad tertiu⁹: ita posteriorū secū^d ad tertium. ex quo colligimus vt priorum primus ad tertiu⁹: ita posteriorū primū ad tertiu⁹ se habere. vt datis tribus numeris proportionalib⁹ 12. 6. 3. et aliis trib⁹ 8. 4. 2. sicut se habet 12 ad 6 ita 8 ad 4 & sicut 6 ad 3: ita 4 ad 2. quare sicut se habet 12 ad 3 extrem⁹ ad extremū ita se habet 8 ad 2 extrem⁹ ad extremū. Scđo fit equa proportionalitas indirecte: quando vt priorū prim⁹ ad secundū: ita posteriorū secū^d ad tertiu⁹: et sicut priorū secund⁹ ad tertiu⁹: ita posteriorū prim⁹ ad scđm. et inde cōcludim⁹ sicut priorū primus ad tertiu⁹ extrem⁹ scilicet ad extremū: ita posteriorum prim⁹ ad tertium extremus indē ad extremū sese habet. Vt designatis predictis tribus numeris prius datis et reliquis trib⁹ posterioribus: sicut se habet 12 ad 6 ita 4 ad 2. et sicut 6 ad 3: ita 8 ad 4. quare sicut 12 ad 3 extrem⁹ ad extremū priorū: ita 8 ad 2 extrem⁹ ad extremū posteriorū. Est enī vtrorūq; extremorū ad sua extrema habitudo quadrupla: quē admodū i vtraq; serie extremorū ad medios et mediōrū ad suos extremos ē habitudo dupla.

Quarta.

¶ Quarta proprietatis ostenditur descripta hac formula.

Continue dupli	1	2	4	8	16	32	64
Eorum differentie duple	1	2	4	8	16	32	
Continue tripli	1	3	9	27	81	243	
Eorū differentie cōtinue triple	2	6	18	54	162		
Continue sesquialteri	8	12	18	27			
Eorū differē. cōtinue sesquialtere	4	6	9				

In primo exemplo/ nūero rū cōtinue duplorū differentie sunt cōtinue duple. Vt enī 4 ad 2 et 2 ad 1 seruant duplā proportionē: ita eorū differentie 2 ad 1.

Quinta.

In secundo exemplo numerorū cōtinue triplorū differentie sunt cōtinue triple. Vt enī 9 ad 3 et 3 ad 1 habēt triplā habitudinē: ita eorū differentie 6 et 2. In tertio exēplo cōtinue sesquialterorū differentie sunt cōtinue sesquialtere. Vt enī 18 ad 12 et 12 ad 8 sesquialterā habēt rationē: ita 6 ad 4 differentia ad differentia. Et intelligi hec proprietatis de terminis geometricae medietatis cōiuncte/ cōparando tres simul cōtinue proportionales: et deinde duas earū differentias adinuicem. Nā in eadē medietate disiuncta nō habet veritatē. vt 32 ad 16 et 4 ad 2 habent duplā proportionē: sed differentia ad differentia scđ 16 ad 2 nō duplā s; octuplā seruat pportionē. Neq; etiā locū haberet proprietatis si quattuor termini cōtinue pportionales disiuncti sumerētur: et prima pportio et scđa nullo termino cōmunicarent. vt datis quattuor terminis 16. 8. 4. 2/ prim⁹ termin⁹ ad scđm habet duplā proportionē: sicut tertiu⁹ ad quartū: differentia tamē primi ad scđm cōparata ad differentia tertii ad quartū scđ 8 ad 2 non duplā sed quadruplā habet pportionē. ¶ Quinta proprietatis duas habet partes. Quarū prior in solis duplis habet veritatē: in quib⁹ maior nūer⁹ ad minorē cōparat⁹ habet nūerū minorē suam differentiam. Et nimirū: nā ipsum minorē bis cōtinet/ vt ex descriptione cōtinue duplorū mō posita cōstat. Nā 16 ad 8 habet 8 suā differentia. Ita 8 ad 4 differentia habet 4 minorē nūerū. Et 4 ad 2 habet 2 minorē nūerū suā differentia: et ita in aliis. Scđa ps in ceteris speciebus multiplicis habet locū: in quib⁹ maior ad minorē cōparat⁹ habet p sua differentia multiplicē minoris: vno min⁹ denotatā q maioris nūeri dati ad minorē sit pportio. vt si maior ad minorē sit tripl⁹: maior habet differentia duplā minoris. Et si quadrupl⁹: habet differentia triplā ad minorē. Et si quicupl⁹: quadruplā. et ita cōsequēter. Dupla aut vno min⁹ denotat q tripla: nā dupla a duob⁹/ et tripla a trib⁹ dicit⁹. Sic tripla vno min⁹ est q quadrupla: et quadrupla q quicupla. Hui⁹ exēplū i triplis de huiusmodi: vt 3 ē tripl⁹ ad vnitatē: differentia aut ei⁹ q est 2/ ad eā ē dupla. Ita 9 nūer⁹ maior ē tripl⁹ ad 3 minorē. Ei⁹ aut maioris ad didū minorē differentia scđ 6 est dupla ad minorē. Q d qdē nō modo in triplis: sed et i quadruplis et quicuplis sequēs formula ostēdit.

Continue tripli	1	3	9	27	81	243
Differē. eorū ad minores dup.	2	6	18	54	162	
Continue quadrupli	1	4	16	64	256	1024
Differētie eorū ad mio. triple	3	12	48	192	768	
Continue quicupli	1	5	25	125	625	3125
Differē. eorū ad minores qdru.	4	20	100	500	2500	

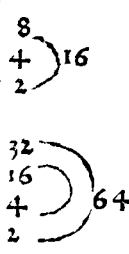
In quadruplorū serie 4 ad vnitatē ē quadrupl⁹: illi⁹ autē ad hāc differentia q est 3/ ad eā est tripla. Sic 15 maior nūer⁹ ad 4 minorē ē quadrupl⁹:

sed 12 dīa maioris supra minorē/ ad eūdē minorē est tripla. In quicuplorū vero serie 5 ad 1 est quicupl⁹: sed 4 ei⁹ di a ad vnitatē est quadrupla. Ita maior nūer⁹ 25 ad minorē 5 ē quicupl⁹:

sed 2o que est maioris ad minorem differentia/ad eundem minorem est quadrupla.

6 ¶ Sexte proprietatis prima pars (que intelligitur de continua medietate geometrica consistente in quotlibet terminis sed imparibus) vt vnus solum sit medi⁹ patet in tribus terminis 8. 4. 2. Quorum extremi in se ducti producent 16: quem etiã producit medius in se duct⁹. In quinq; autem terminis vt 32. 16. 8. 4. 2. extremi in se ducti producent 64 cui itidẽ equalem procreat 8 medius in se ductus: cũ octies octo cõstituant 64. ¶ Secunda pars (que intelligitur de discontinua medietate geometrica consistẽte in quotlibet terminis sed parib⁹ vt duo sint medij) patet in quattuor terminis 32. 16. 8. 4. 2. Quorum extremi 32 et 2 vnus in alterum ducti constituunt 64: quẽ itidem producent medi⁹ 16 et 4 alter per alterum multiplicati. Etiam habet hec secunda pars vsũ in continua medietate geometrica consistente in terminis paribus. Vt sint dati quattuor termini 16. 8. 4. 2. Quorum duo extremi in se ductantur et producent 32. Deinde duo medij 8 et 4 etiam ducantur vnus in alterum: et producent eundẽ numerum 32.

Sexta.



7 ¶ Septima proprietatis declaratur supposita hac figura.

Septima.

Altera pte longiores qdratis inpositi	1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36
Cõtinue proportionalitatũ species	Dupla		Sesq.		Sesqter.		Sesqquar.		Sesquiqui.		

In hac quidem figura quadrans ab vnitare (ipsa quidem connumerata) continue sumptis: interpositi sunt continua serie altera parte longiores. Quĩ ad proximos duos (quib⁹ interijciunt) quadratos comparati cõstituunt continue proportionalitatis species: vt in decima quarta proprietate altera parte longiorum dictum est. Et prima quidem hoc modo sumpta cõtinue proportionalitatũ species ẽ in habitudine dupla (que pria est multiplicũ medietas) scilicet in his terminis 1. 2. 1. Sequentes autẽ species fiunt in proportionibus superparticularibus recto ordine sumptis. Vt continua proportionalitas in proportione sesquialtera (que secundo obuenit loco) consistit in his terminis 9. 6. 4. Et in sesquitercia (que tertio cõtingit loco) in istis: 16. 12. 9. et ita de ceteris. Quod septima quoq; altera parte longiorũ proprietate euasit manifestum.

8 ¶ Octaua proprietatis hanc continet sententiam. Determinatis extremis geometrice medietatis inter quos volumus inuenire medium proportionale nũerum: ducatur vnus extremus in alterum: ex quo ductu producatut terragonus (Si enim ex ductu vnus extremi dati in alterum producatut non quadrat⁹: nõ sũt apti huiusce medietatis extremi) Deinde p^o ductũ tetragoni capiat⁹ lat⁹: illud est mediũ proportionale quod querebatur. Vt sint dati extremi 2 et 8: quorum queritur medius pportionalis. Ducto 2 in 8 et prouenit 16 quadratus: cuius latus 4 est medius proportionalis. Sunt enim hi tres numeri 8. 4. 2: continue proportionales in habitudine dupla. Ita sint dati extremi 4. et 9 quorum inuestigatur medius proportionalis. Ducto 4 in 9/ et producitur 36 quadratus: cuius latus 6. est medius proportionalis quesitus. Nã tres nũeri 9. 6. 4. sunt continue proportionales in proportione sesquialtera. Si vero capiantur extremi 4 et 8 qui in se ducti producut 32: qui non est tetragon⁹: im possibile ẽ inter illos inuenire mediũ proportionalem geometricũ/ quia ex vnus per alterum multiplicatione nõ prouenit quadratus: quod dictum est ad huiusmodi medium inueniendũ requiri. Quare non inter quoscunq; extremos inuenitur talis medius.

Octaua.

Me di e ta tis har mo ni ce pro pri e ta tes.

- 1 Medietas harmonica in maioribus terminis maiorem seruat proportionem.
- 2 Musice medietatis medius terminus in collectas extremitates ductus: duplum numero qui fit ex extremo in extremum producit.
- 3 Musice medietatis determinatis extremis/medi⁹ reperit terminus/ si per extremorũ coijctorum numerum: numerus qui ex differentia extremorũ in minimum confurgit diuiditur/ isq; qui ex diuisione reliquitur accipiatut/ atq; minimo extremo aggregetur. diciturq; is numerus qui ex diuisione reliquitur: latitudo latitudinisq; latus.

Introductio.

Contingit ex harmonica medietate primordiū consonantiarum/ consonā⁴ tiasq; musicas omnes elicere.

Re li qua rum me di e ta tum pro pri e ta tes.

Si quarte medietatis extremi adinuicē sūt habitudinis duple: quod continetur sub maximo et medio/ duplum est ei qui continetur sub medio/ et inimo. Et omnino que habitudo maximi ad minimum: ea erit eius quod sub maximo et medio continetur ad id quod cōtinetur sub medio et minimo. et id in omni medietate commune est.

Si quite medietatis medi⁹ ad minimū sit dupl⁹: quod cōtinetur sub maximo terminorū et medio: duplum erit ad id quod continetur sub extremis. et omnino que habitudo medii ad minimū: ea erit nūeri que fit ex maximo in mediū et minimū: et id quoq; omnibus publicū atq; commune est.

Diuus Seuerinus medietatum denariam Pythagore plenitudinem impleuit: Iordanus autem denario vnitatem adiecit.

Denarius medietatū Boetij.

Prima	1.2.3.
Secunda	1.2.4.
Tertia ∙.	3.4.6.
Quarta	3.5.6.
Quinta	2.4.5.
Sexta	1.4.6
Septima	6.8.9.
Octaua ∙.	6.7.9.
Nona	4.6.7.
Decima	3.5.8

Vndenarius medietatū Iordani.

Prima	1.2.3.
Secunda	1.2.4.
Tertia ∙.	3.4.6.
Quarta	1.4.6.
Quinta	6.9.11.
Sexta	3.4.6.
Septima	3.4.7.
Octaua ∙.	4.6.7.
Nona	3.5.6.
Decima	6.7.9.
Vndecima	6.8.9.

Prima harmonice medietatis p^roprietas. ¶ Prima proprietas medietatis harmonice his constat exemplis. Horū trium terminorum dicte medietatis 6/4/3: maiores 6 et 4 habent maiorem proportionem/ et minores 4 et 3 minorem. Nā dati maiores sesquialteram: minores vero sesquiterciam retinent. Sesquialtera autem est maior sesquitercia: cū ei⁹ pars (quam vltra totum cōtinet) a minore numero scilicet binario denominetur. Sesquitercia autem pars a maiore denominatur scilicet ternario: vt ex prima superparticularium proprietate liquet. Huius quoq; proprietatis exemplū his tribus terminis. 6.3.2. liquido cōspicitur. nam maiores termini 6 et 3 habent duplam proportionem/ minores vero 3 et 2 sesquialteram. modo dupla est maior sesquialtera: cū omnis multiplex qualibet superparticulari sit maior.

Secunda ¶ Secunda proprietas ostenditur propositis tribus harmonice medietatis terminis: 6.4.3. quorum extremi simul iuncti constituunt 9. in quem ducatur medius terminus 4: et produccetur 36. Deinde ducatur extremus terminus 6 in alterum extremum 3: et fit 18. Modo 36 q fit ex ductu medij in extremos simul iunctos/ est dupl⁹ ad 18 qui fit ex ductu extremi in extremum. Sic datis eiusdem medietatis alijs terminis 6.3.2. quorū quidē extremi 6 et 2 simul iuncti componunt 8 in quem ducatur medius 3: et produccitur 24. Deinde ducatur extremus vnus in alterum et procreatur 12. Clarum est 24 productū ex ductu medij i collectas extremitates: esse duplū ad 12 productū ex ductu extremi i extremum. Quod i alijs quoq; consimiliter euenire conspicietur.

3 **T**ertia proprietatē hāc requirit intelligentiā. Determinatis musice medietatis extremis si volumus mediū inuenire terminū: primo ducat differētia extremorū in minorē extremorum. Deinde nūerus qui producit ex huiusmodi ductu: diuidatur per nūerum cōpositū ex extremis simul iunctis. Postea sumat nūerus ex huiusmodi diuisione relictus / et denotans quoties diuidens est in diuiso (qui hic latitudo seu latitudinis lat⁹ nūcupat) addaturq; minori extremo. Nūerus ex addito et minore extremo cōposit⁹: est medi⁹ inter datos extremos. Vt sint determinati in hac medietate extremi 6 et 3 quorū inuestigandus est medius. Ducto differētiā datorū extremorū que est 3 in minorē extremū 3: et prouenit 9. Quē diuido⁹ per nūerum ex simul iunctis extremis cōsurgētē qui etiam est 9/ et reliquitur ex diuisione vnitas. nā 9 semel tātū inuenitur in 9. Itaq; vnitatē cōiūgo minori datorū extremorū sc3 3: et cōponitur 4/ qui est medius inter datos extremos. Estq; in his trib⁹ terminis 6 4 3 medietas harmonica per diffinitionē. Similiter sint dati eiūsdē medietatis extremi 6 et 2 quorū pquiretur medius. Ducto datorū extremorū differētiā que est 4/ in minorē extremū 2: et prouenit 8. Quē dissecoper nūerum ex simul vnitis extremis cōpositū: qui etiā est 8 (nā 6 et 2 simul iuncti reddūt 8) et relinquit ex diuisione sola vnitas: cū 8 dūtaxat semel in 8 reperiat. Deinde vnitatē (qui numerus est facte diuisionis) adiūgo minori propositorū extremorū sc3 2: et constituit 3/ qui est medius inter datos extremos. Est enī in his tribus terminis 6. 3. 2. medietas harmonica: cū sicut se habet maximus ad minimū/ ita differētia maiorū ad differētiā minorū sc3 3 ad 1. Nā vtraq; proportio est tripla. **P**ro quarta proprietate prenotare opere precū est primordiū cōsonantiarū appellari tonū: qui diffinitur esse cōsonantie p̄icipium/ ex soni ad sonum sesquioctaua proportione proueniens: qualis est 9 ad 8/ que greco nomine Epogdoā dicitur. Consonantie autem musice sunt quinq; Diatessaron/ diapente/ diapasōn/ Diapasōn diapente/ et bis diapasōn. Diatessaron est cōsonantia que ex sesquitercia proportione nascitur: qualis est 4 ad 3 que et proportio Epitrita dicitur. Diapēte est cōsonantia que ex sesquialtera proportione vt triū ad duo gignitur. Et hec quoq; greco noie proportio Hemolia dicitur. Diapasōn est qui ex dupla proportione vt duorum ad vnum nascitur cōcentus. **D**iapasōn diapente est symphonia que ex tripla proportione vt triū ad vnū procreatur. et id nois fortitur: q; ex dupla proportione que sonat diapasō et ex sesquialtera que sonat diapente/ sit cōposita. Nēpe tripla proportio ex dupla et sesquialtera constituit. Deniq; bis diapasōn est consonantia que ex quadrupla proportione vt quattuor ad vnum enascit. haud ab re sic dicta: q; ex duobus diapasōn coalescat et componatur. Nam quadrupla proportio ex duabus duplis aggregatur. Preterea prenotandum est q; maxima harmonia dicitur: quando quattuor terminorum in geometrica medietate cōstitutorum: inter maximū vnum mediorū et minimū medietas arithmetica cōtinetur/ et rursū inter maximū terminorū/ alterum mediorū et minimū cōtinetur medietas harmonica. Vt hi quattuor termini 12/ 8/ 9/ 6/ sunt ordinati in geometrica medietate: quia primi ad secundū et terrij ad quartū est eadem habitudo sc3 sesquialtera. Et inter extremos et vnum mediorum sc3 9 continetur arithmetica medietas. nam horum trium 12. 9. 6. differētie sunt equales / cum ternarius sit primi ad secundū differētia et secundi ad tertium. Inter eosdem extremos et alterum mediorum est medietas harmonica. Nā triū terminorū 12. 8. 6. que habitudo maximi ad minimum: ea est differētie maiorum que est 4/ ad differētiā minorum 2. Vtraq; enim dupla. Ex hac itaq; maxima harmonia et differētijs terminorū harmonice medietatis primordiū consonantiarū et musice consonantie omnes hoc modo sumūtur. Nam 9 ad 8 vnus medi⁹ ad alterum cum sesquioctauam habeat rationem: tonum constituit/ per diffinitionem. Preterea 8 ad 6 min⁹ medium ad min⁹ extremū et 12 ad 9 maius extremū ad maius mediū cū sesquiterciam seruet habitudinem: constituit consonantiam diatessaron per diffinitionem. Deinde 12 ad 8 maius extremū ad minus medium. Similiter 9 ad 6 maius medium ad minus extremum sit sesquialterum: reddit consonantiam diapente. Postea 12 ad 6 maius extremū ad minus seruat duplicē habitudinem: hinc per diffinitionem efficit consonantiam diapasōn. Deinde 12 ad 4 maius extremum ad differētiā maiorum terminorū harmonice medietatis rationem seruat triplā. quare per diffinitionem reddit consonantiam diapasōn diapente. Demum 8 ad 2 minus medium ad differētiā minorum terminorū harmonice medietatis quadruplam seruat habitudinem: igitur per diffinitionem componit cōsonantiam bis diapasōn. Manifestum est igitur ex harmonica medietate primordiū cōsonantiarum et harmonicas cōsonantias omnes esse sumptas. vt et hec figura ostēdit.

Tertia.

Quarta.

Introductio.

Termini maxime harmonie,	12	9	8	6	
Differentie minorum harmonice medietatis.	4		2		
Proportiones numerorum	Exempla		Consonantie.		
Sequit octaua.	9	8	Tonus primordium cōso.		
Sequit tertia.	8	6	Diatesaron.		
Sequit quarta.	12	8	Diapente.		
Dupla.	12	6	Diapason.		
Tripla.	12	4	Diapason diapente.		
Quadrupla.	8	2	Bis diapason.		

Boetius.

¶ Preter litteram diuus Seuerinus Boetius quinquagesimo capite secundi sue arithmetice vnā ponit proprietatem tribus dictis medietatibus comunē et sane notatu dignā. q̄ datis duobus nūeris extremis diuersi dantur medijs: quorū vnus ad extremos eisdem geometricā alius arithmeticā tertius vero harmonicā seruabit medietatē. Peride (inquit) atq; in fistula extremis foraminibus manētib; mediū foramen permutantes musici atq; aliud aperientes aliud occludentes digitis: diuersos edunt sonos. Aut duabus extremis chordis alternis in cythara extensis: medie chorde sonum musicus vel extendendo acutū redidit vel laxando et remittendo grauem. Ita nūc vno extremis numeris inserto medio/nunc eo remoto et alio substituto: diuersē fiunt medietates. Cuius in extremis numeris paribus hoc sumatur exemplum. Sint dati extremi 10 et 40 quibus si comparatur medius 25: fit arithmetica medietas in his terminis 40/25/10. Nam que differentia primi ad secundum: eadem est secundi ad tertium scilicet 15. Deinde eo sublato medio ipsi inseratur alter medius scilicet 20. Hic cum extremis geometricam constituit medietatem. Nam que proportio 40 ad 20/ primi ad secundum: eadem est 20 ad 10 secūdi ad tertium scilicet dupla. Tertio. hoc quoq; medio remoto iisdem extremis interponatur alius scz 16. Is cū extremis musicam componit medietatem. Nā que habitudo interponatur 40 ad extremum 10: eadem est differentie maiorū 40 et 16 (que est 24) ad differentias minorū 16 et 10 que est 6. Nā vtraq; est quadrupla. Idēi nūeris imparibus conspicitur. Sit constituti extremi 5 et 45 quibus interponatur medius 25: ad eos arithmeticā seruat proportionalitatē. nā primi ad secundum scz 45 ad 25/ et secundi ad tertium scz 25 ad 5 eadem est differentia: que est 20. Deinde dimoto priore medio constituatur alius medius 15: qui ad extremos collatus geometricam seruat medietatem. Nēpe que proportio primi ad secundum 45 ad 15: eadem est secundi ad tertium 15 ad 5/ cū vtraq; sit tripla. Deniq; et eo ablato medio surrogetur alius scilicet 9. Is quoq; ad eisdem comparatus extremos medietatem seruat harmonicā. Nā que habitudo maximi ad minimū scilicet 45 ad 5: ea est differentie maiorum 45 et 5 (que est 36) ad differentiam minorū 9.5. vtpote 4. Nā vtraq; est nōculpa. vt hec figura monstrat.

Medietates	Extremus maior.	Medius	Extremus minor.	Differentie et habitudines.
Arithmetica	40	25	10	Differentia: 15.
Geometrica	40	20	10	Proportio dupla.
Harmonica	40	16	10	Proportio quadrupla. Diffe. 24.6
Arithmetica	45	25	5	Differentia: 20.
Geometrica	45	15	5	Habitudo tripla
Harmonica	45	9	5	Proportio nōculpa. Diffe. 36.4.

¶ Prime proprietatis reli quarū medietatū exemplū. vt istorū quarte medietatis terminorū 6/5/3/2. Primariis 5/3/2/1 extremi 6 et 3 sunt habitudinis duple. Et maximus in mediū ductus scz 6 in 5: producit 30. Medius autē 5 ductus in minimū 3: producit 15. Clarū autē ē 30 eē duplū ad 15. Idē constat de quarte medietatis terminis in habitudine tripla 6/5/2. quorum extremi 6 et 2 habēt proportionē triplā: et eandē differentia minorum ad differentia maiorū scz 3 ad vniatē seruat. Horū maximus in mediū ductus scz 6 in 5: producit 30. Medius vero in minimū ductus scz 5 in 2/ gignit 10: ad quē 30 est triplus. Quinimo i oī medietate/ et/ quod maius est/ i tribus quibuslibet nūeris quos etiā nullā medietatū cōstituunt/ id euenire cōspicitur vt que sit habitudo maximi ad minimū: ea est producti ex maximo in medium ad productum ex medio in minimum. quoniam si idē nūerus duos multiplicatorum et productorum eadē est proportio. Medius autem cuiuslibet medietatū in tribus terminis assignatorū

extremos maximum et minimum multiplicat: igitur maximi et minimi multiplicatorum et productorum ex ductu eorum in medium eadem est proportio. vt sequens ostendit figura.

Medietates.	Earū exēpla	Productū ex max. i medi.	Ex medio i mi.	Productōrū pportioēs
Arithmetica.	6. 4. 2.	24.	8	Tripla.
Geometrica.	8. 4. 2.	32.	8	Quadrupla.
Harmonica.	6. 4. 3.	24.	12	Dupla.
Quarta.	6. 5. 3.	30.	15	Dupla.
Quinta.	5. 4. 2.	20.	8.	Dupla sesquialtera.
Sexta.	12. 8. 2.	96	16.	Sescupla.
Septima.	9. 8. 6.	72.	48.	Sesquialtera.
Octaua.	9. 7. 6.	63.	42.	Sesquialtera.
Nona.	7. 6. 4.	42	24	Suptriparties qrtas.
Decima.	8. 5. 3.	40	15	Dupla subbiparties ternas

Secūda.

¶ Secunde proprietatis reliquarum medietatum exemplum. vt quinq; medietatis termini sunt 5/4/2/ quorum medius ad minimū sc3 4 ad 2 est duplus. Ex ductu autem maximi in medium sc3 5 in 4 fit 20. et ex ductu maximi in minimum sc3 5 in 2 fit 10: ad quē 20 est duplus. Quod igitur fit ex ductu maximi in mediū est duplum ad id quod fit ex ductu maximi in minimum: q; medius ad minimū sit duplus. Et idē fiet quarumcūq; habitudinum sint quinq; medietatis terminorum medius ad minimū/ immo in qualibet decem medietatum et quod amplius est/ in tribus quibuslibet numeris etiam nullam seruantibus medietatem: que habitudo mediū ad minimum/ eadē erit productū ex maximo in medium ad productū ex maximo in minimum: q; idem numerus sc3 maxime alios duos multiplicet.

Medietates.	Earū exē.	Produc. ex max. i mediū.	Ex maxio. i mi.	Productōrū pportioēs
Arithmetica.	6. 4. 2.	24.	12.	Dupla.
Geometrica.	8. 4. 2.	32.	16.	Dupla.
Harmonica.	6. 4. 3.	24.	18.	Sesquitertia
Quarta.	6. 5. 3.	30.	18.	Subbiparties ternas.
Quinta.	5. 4. 2.	20.	10.	Dupla.
Sexta.	12. 8. 2.	96.	24.	Quadrupla.
Septima.	5. 8. 6.	72.	54.	Sesquitertia.
Octaua.	9. 7. 6.	63.	54.	Sescupla.
Nona.	7. 6. 4.	42.	28.	Sesquialtera.
Decima.	8. 5. 3.	40.	24.	Subbiparties ternas

¶ Et sicut in harum proprietatum prima comparatus est maximus ad minimum: et vterq; multiplicatus per medium. et in secūda medius ad minimum/ et vterq; multiplicatus per maximum: ita potest poni proprietas in qua cōparetur maximus ad medium/ et vterq; multiplicetur per minimum. hoc modo. In qualibet medietate que habitudo maximi ad mediū: eadem erit et us quod fit ex ductu maximi in minimum ad productum ex ductu mediū in minimum vt in arithmetica medietate horum trium terminorum 6. 4. 2. maximus ad mediū est sesquialter. Et ex ductu maximi in minimum pducitur 12. Ex medio vero in minimum ducto procreatur 8: ad quem 12 etiā est sesquialter. Quod et in aliis hac figura ostenditur.

Medietates.	Earū exē.	Ex maximo in minimū.	Ex medio i mi.	Productōrū pportioēs
Arithmetica.	6. 4. 2.	12.	8.	Sesquialtera.
Geometrica.	8. 4. 2.	16.	8.	Dupla.
Harmonica.	6. 4. 3.	18.	12.	Sesquialtera.
Quarta.	6. 5. 3.	18	15.	Sesquiquinta.
Quinta.	5. 4. 2.	20.	8.	Sesquiquatta.
Sexta.	12. 8. 2.	24.	16.	Sesquialtera.
Septima.	9. 8. 6.	54.	48.	Sesquioctaua.
Octaua.	9. 7. 6.	54.	42.	Subbiparties septimas
Nona.	7. 6. 4.	28.	24	Sesquifexta.
Decima.	8. 5. 3.	24	15.	Suptriparties qntas

Introductio.

Boetius. ¶ Diuus Seuerinus Boetius decem posuit medietates ante proprietatum assignationem diffinitas: ea potissimum ratione motus ut medietatū quantitatem equaret plenitudini numerorum a Pythagora designate/que denario consumatur. Posuit enim Pythagoras numeros simplices vsq; denarium porrigi: supra quem reliquos ex numerorum precedentū aggregatione progigni aseruit. Iordanus autem in principio decimi sue arithmetices vnde decim medietates assignat scz decē a diuo Seuerino Boetio positas licet alio ordine: et aliā insuper preter illas/quam describit esse medietatem/ in qua quēadmodum maximus ad medium se habet: ita differentia extremorum ad differentias maiorum ut 6/4/3. In quib⁹ ut maximus ad medium sesquialter est: ita 3 differentia extremorum/ ad 2 differentia maiorū etiam est sesquialtera. Neq; obstat in iisdem terminis alia ratione esse medietatem harmonicam. Et hanc Iordanus ordine sextam collocat. Sequēs autem figura ostendit: quē apud diuum Seuerinum ordinem quelibet continua serie dispositarum Iordani medietatum sortitur.

Vndeci Iordani medie.	Earum exempla.	Decē Boetij dictis respōdētes.	Earum exēpla.
Prima.	6. 4. 2.	Prima.	6. 4. 2.
Secunda.	8. 4. 2.	Secunda.	8. 4. 2.
Tertia.	6. 4. 3.	Tertia.	6. 4. 3.
Quarta.	6. 4. 1.	Sexta.	6. 4. 1.
Quinta.	5. 4. 2.	Quinta.	5. 4. 2.
Sexta.	6. 4. 3.	Non ponitur a Boetio.	0 0 0
Septima.	8. 5. 3.	Decima.	8. 5. 3.
Octaua.	7. 6. 4.	Nona.	7. 6. 4.
Nona.	6. 5. 3.	Quarta.	6. 5. 3.
Decima.	9. 7. 6.	Octaua.	9. 7. 6.
Vndecima.	9. 8. 6.	Septima.	9. 8. 6.

Boetius. ¶ Hec figura signat q̄ medietates Iordani et Boetii eiusdem limitis a sinistro in dextrum directi: habent eandem rationē et diffinitionem sicut et eadem exempla. Ut que est qua ta apud Iordanū: est sexta apud Boetiū. Et que a Iordano ponitur septima: ordinatur a Boetio decima. et ita de ceteris. Quod diffinitiones intuenti erit apprime notum.

¶ Sequens formula (que indicis vicē/locumq; obtinet) ostēdit quo libro et capite vnaqueq; proprietatum prius positarum reperiatur apud diuū Seuerinū Boetium in sua Arithmetica. prior enim numer⁹/caput indicat: secūdus/librū. Ostēdit preterea qua propositio et libro eedē propositiones demonstrantur apud Iordanum in suis elemētis Arithmeticis. Nēpe prior numer⁹ propositionē signat/secūdus librū. Vbi vero occurrit proprietas nullus habens in suo limite a sinistro in dextrum porrecto numeros respondentes Boetio aut Iordano: id indicium est huiusmodi proprietatem aut non reperiri apud Boetium si eius caruerit numeris/ aut non demonstrari apud Iordanū si in loco propositionū aut librū eius nullum habuerit notatum numerum.

⊕ Formula proprietatū ex Boetio reperiendarū/
atq; ex Iordano demonstrandarū.

⊕ Di uis se ue ri nus Bo e ti us ⊕ Ior da nus

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio	Liber
Numerus.				
1	7	1	2	1
2	7	1	2	1
Numerus par.				
1	5	1	2	7
2	5	1	2	7
3	46	2	10	7
4	46	2	12	7
Numerus impar.				
1	5	1	3	7
2	46	2	11	7
3			10	7
Numerus pariter par				
1	9	1	31	7
2	9	1	29	7
3	9	1	32	7
4	9	1	54	7
5	9	1	25	4
6	9	1	26.40	27
Numerus pariter impar.				
1	10	1	33	7
2	10	1	34	7
3	10	1	35	7
4	10	1	35	7
5	10	1	2	1
6	10	1	3	1
Numerus impariter par.				
1	11	1	37	7
2	11	1	38	7
3	11	1	40	7
Numerus perfectus.				
1	20	1	0	0
2	20	1	60	7
Nūer⁹ diminut⁹ et abūdās.				
1	0	0	55	7
2	0	0	55	7
Numerus prim⁹ et cōposit⁹.				
1	0	0	1	3
2	0	0	2	3
3	17	1	25	7
4	17	1	25	7

Introductio.

Di uis se ue ri nus Bo e ti us Clor da nus

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio	Liber
Numerus ad alterū primus				
1	17	1	12	3
2	18	1	15	3
Equalitas/inequalitas				
1	32	1	70	9
2	32	1	70	9
3	1	2	75	9
Multiplex				
1	26,27.	1	30,70.	9
2	23	1	37	9
3	23	1	52	9
Species multiplex				
1	23	1	30	9
2	23	1	38	9
3	23	1	38	9
Superparticularis				
1	24	1	52	9
2	24	1	37	9
Species superparticularis.				
1	24		30	
2	24	1	38	9
3	24	1	38	9
Suppartiens				
1	28	1	52	9
2	28	1	42	9
Species superpartientis.				
1	28	1	7	2
2	28	1	7	2
Multiplex superparticularis				
1	29	1	43	9
2	29	1	7	2
3	29	1	7	2
4	29	1	7	2
Multiplex superpartientes				
1	31	1	7	2
2	31	1	7	2
3	31	1	7	2
Numerus planus				
1	6	2	0	0
2	19	2	0	0
Numerus rotundus				
1	21	2	0	0
Species numeri plani				
1	9	2	1	8

Di uis Se ue ri nus Bo e ti us Tor da nus.

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber	Propositio.	Liber.
2	27	1	38	9
3	12	2	126	7
4	18	2	5	8
5	38	2	10	6
6	46	2	4	6
7	46	2	14	6
8	46	2	14.26	6
9	14	2	12	8
10	18	2	12	8
11	15	2	14	8
12	18	2	14	8
13	16	2	21	8
14	18	2	21	8
15	16	2	22	8
16	00	0	00	0
Parte altera longior.				
1	25	2	27	7
2	28	2	38	9
3	27	1	38	9
4	33	2	38	9
5	33	2	33	9
6	33	2	27	7
7	33	2	38	9
8	33	2	32	6
9	33	2	31	6
10	33	2	32	6
11	33	2	31	6
12	34	2	11	8
13	35	2	10.5	1.8
14	37	2	38.5.2.22	9.8.1.10
15	37	2	20	10
Pyramis.				
1	23	2	28	8
2	23	2	28	8
3	23	2	27	8
4	23	2	28	8
Cubus.				
1	39	2	28	7
2	46	2	4	6
3	46	2	16	6
4	46	2	17.26	6
Medietas arithmetica.				
1	43	2	1	10
2	43	2	0	0

Introducō. Arithmetica.

Di uis Se uerinus Bo etius Clorda nus.

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber	Propositio.	Liber.
3	43	2	2	1
4	43	2	3	1
5	43	2	0	0
6	43	2	3	10
7	43	2	20	1
8	43	2	16	2
9	50	2	5	10
Medietas geometrica.				
1	43	2	0	0
2	44	2	1	2
3	44	2	3	2
4	44	2	20	10
5	44	2	5	2
6	44	2	25.26	2
7	44	2	0	0
8	50	2	30	9
Medietas musica.				
1	45	2	34	10
2	47	2	37	10
3	50	2	40	10
4 ex musica	48	2	32	3
Quarta medietas.				
1	51	2	7	2
Quinta medietas.				
1	51	2	7	2

Epitomes succincteq; introductionis in libros arithmeticos diui
 Seuerini Boetii necnon et commentarii familiaris illi adiecti (qui
 relicto demonstrationum pondere / litteram ipsam exempla-
 ri declaratione patefacit: et figuralium descriptionum
 subiectione eam quoquo pacto reddit apertio-
 rem: pretermisso (vt aiunt) propter quid est / dum
 taxat quia est pro more introductionum
 ostendens) finis. Cuius ope (ni fal-
 lor) adiutus / si ad lectitandos di-
 uis Seuerini libros Arith-
 meticos se traduxerit:
 eos inueniet longe
 q̄ prius fuerant
 intellectui
 magis
 pui
 os,

Cludocus Clichtoueus Neoportuensis Philippo preposito.
in philosophie studio commilitoni.



Ogitanti michi charissime Philippe; quidnā ad Arithmetice capessendā teneriusculos adolescentū animos cōmodi⁹ prouehere posset: in mentē venit huic rei non parū (mea quidem sentētia) cōsultū iri: si praxis numerandi (quē Abacū dicūt) breuiusculus preceptionibus vtcunq; aperiretur / q̄ ea numerū speculationē aggredi volētibus / sit admodū accōmoda. At vero nonnullis res ipsa nimīū humilis videri fortasse poterit / minusq; digna q̄ vt regulis constringatur more eorū q̄ doctrinalia sūt. Nempe contēdēt Arithmeticā numerum theoricū considerare / neq; circa mercatoriā (vt recte monuit Plato) supputationē versari. Id sane nō im⁹ inficias remq; ipsā planetenuē fatemur et que scriptorū opē non requirat. Verū quod rei non permittit exilitas: id summopere exposulat ipsius Abaci cognoscendi necessitas / et quidē tāta: vt ei⁹ presidio destituti ī totius Arithmetices lectione cecutiāt necesse est. p̄inde atq; grāmatica sine elementorum litterariorū (que rudes adolescentuli alphabeto discunt) cognitione haberi neutiq; potest. Est enī numerorum praxis vt Arithmetices Alphabetū. Quā ob causam q̄d dignitati detrahitur / id necessitati cōcedendum est / que tandē me eo perpulit vt nō superuacūū arbitratus fuerim de arte numerandi quicq; succide cōtexere. Quod emissioni paratum iccirco tibi mi Philippe nuncupādū statui: q̄ ad id faciundum primus hortator accesseris / expectauerisq; magnopere nōnulla de vtraq; supputādi ratione tū calculis numeralib⁹ / tū notis Arithmetice exercēda a nobis colligi. Qua in re vt tibi morē gereremus: efflagitauit antiqua illa animi beniuolentia que nos ob cōmune philosophie studiū iā pridē deuinxit. Subnectitur in calce libellus (quem vulgo Algorismū dicunt) de numerationis generibus nō inscite (nescio quo authore) cōposit⁹ / et ob subiecte materie affinitatē ceteris adiect⁹. Vtrūq; tamen lecturos opusculū premonitos veli nichil eā lectionē fructus allaturā / nisi assidua exercitatione iuuetur: immo exercitationē ipsam preceptis oib⁹ esse potiorē. Nā nichil eque obliuione intercudit: vbi desit operis assiduitas. Meminerintq; frequenter eius sentētie quā preclare Iulius Cesar vsurpare solitus est: oim rerū magistrū esse vsum. qui tandē efficiet vt vtriusq; apendicis adminiculo / ad Arithmeticen reddantur dispositiores. Vale.

Cludoci Clichtouei Neoportuensis de praxi numerandi compēdium.

CSupputatio

Calcularis

Figuralis

CCalcularis

Numeratio

Additio

Subtractio

Multiplicatio

Diuisio.

CFiguralis

Numeratio

Additio

Subtractio

Dimidiatio

Multiplicatio

Duplatio

Progressio

Diuisio.

e. i.

Numeratio.



Vpputatio est numeri et proprietatum eius: ad opus accōmo-
data, sensibilisq; exercitatio.

Et fit calculus: cum dispositis quotlibet limitibus | numeri nū-
mis (quos denarios supputatorios vocant) explicantur.

Scripto vero: cum notis | figurisq; arithmetice significantur.

Numeratio calcularis: est cuiusq; nūeri suo loco et limite apta
per calculos dispositio.

¶ Numerationis regule.

Dispositis per ordinem et intercepto quodam iteruallo calculis: primus ad
lenā | vnitatē designat, secūdu 10 | tertius 100 | et quartus 1000. Et ita con-
sequenter sequens ad proxime precedentē decuplā seruat proportionē:
quantumlibet progrediendo.

Calculus medio | paco posit⁹ | quincuplum designat numerum ad inferiorē 2
proximeq; precedentē: et dimidiū ad superiorē | proximeq; sequentē calculū.
Vt inter primū et secundum calculū collocat⁹ | signat quinariū: qui quincupl⁹ est ad vnitatem
et dimidius ad 10 | inter secundū et tertiu collocat⁹ significat 50. Inter tertium et quatu-
rum 500. Inter | quartum et quintum 5000.

Si numerus explanādus est infra quinariū: primo loco tot calculis quot ha-
bet vnitates explicet: vt singuli calculi | singulas notēt vnitates. Si quinari⁹:
vno calculo in medio primi et scđi limitis posito. Si vero supra quinariū
et infra denarium: quinari⁹ per calculum in medio | et relique vnitates per
calculos primo loco positos notentur.

Semel 10 vnico denario scđo limite posito designād⁹ est. semel 100 | tertio. se-
mel 1000 | quarto: et ita cōsequēter. At cū pluries 10 designāda sūt: scđo lo-
co tot ponāt calculi | quot sūt vnitates in nūero ifra decē | numerū ponendū
designare. Et si pluries 100: id fiat in tertio limite. Si 1000: in q̄rto | et ita deinceps.
Vt 20 denoiantur a duobus | et explicatur duob⁹ calculis in scđo limite positis: quia tot sūt
vnitates in binario. Sic 30 explicatur trib⁹ scđo dispositis limite calculis: quia denominatur
a ternario in quo sunt tres vnitates. Et 300 tribus tertio loco collocatis calculis: quia a ter-
nario tres cōtinent vnitates dicitur. Et 4000 | quattuor in quarto limite sitis notatur cal-
culis: quia quaternario quattuor vnitates habente denominatur.

Ois numerus maior a minore denoīatus: eodē mō | loco suo ponēd⁹ est quo
denomiāns in suo. Quo fit vt qui ab vnitāte ad denariū interpositos nūe-
ros (qui maiorum omnium denominantes sunt) calculis significare cogno-
uerit: omnem numerum quantūcumq; magnum sciet explicare.

A binario denoīantur: 20. 200. 2000. et cōsimiles. A ternario: 30. 300. 3000. A quaternario:
40. 400. 4000. A quinario: 50. 500. 5000. A senario: 60. 600. 6000. A septenario: 70. Ab
oñonario: 80 et a nouenario 90: qđ vel solo noīe constat. Ergo 50 in scđo loco eo modo po-
nendusest: quo 5 in primo. Et 60 in secundo: vt 6 in primo. Ita 700 in tertio loco: sicut 7 in
primo. Et 800 in quarto: sicut 8 in primo.

Cum datus fuerit numer⁹ pluriū limitū denoīationē sortitus: primū maxi-
mus illorū et qui primo noiatur | in suo ad dextrā limite explicetur: deinde
proximē sequēs in suo | et ita cōsequenter quousq; ad minimū postremūq;
deuentum fuerit | suo itidem loco ad sinistram collocandum.

Opere precū est numeros eo explicari ordine quo nominātur: vt qui primo noiatur | primo
ponatur: quis et cōuerso possent ordine p arbitrio collocari. Atqui vbi plures simul noiāt:
noiatio incipit a maximo et paulatī tēdit ad minimū: q̄re eodē mō faciēda est eorū p calculos
designatio. Vt si quis velit explicare 6356: primū q̄rto loco ponat 6000 | deinde tertio loco
300. Postea scđo loco: 50. Et deniq; primo ad sinistram loco: 6. Et 432 explicādo primū tertio

loco 400 collocanda sunt: deinde secundo loco 30. Et demum primo loco binarius. Et qui 79 collocare voluerit: imprimis 70 secundo disponat loco: et deinde 9 in primo.

- 7 Officium huiusmodi speciei est quemcumque numerum propositum / nominatumque per calculos exprimere. Et positum quemlibet numerum quantum sit / prompte definire / interrogantiisque respondere.

Numerationis exercitationem habere volens / primo studeat quemlibet numerum voce prolatum et ab altero assignatum: calculis explicare. Secundo designatum quemcumque numerum & a perito numerandi calculis coram dispositum: quis sit determinare. Nam in utroque frequens exercitatio: vsum facile numeros ponendi et numerorum limites / significantiasque eorum cognoscendi prestabit.

¶ De additione

¶ Additio est multorum numerorum sigillatim sumptorum in vna summa collectio.

¶ Additionis regule.

Pro additione faciunda: requiruntur primo multi particulares numeri sibi inuicem addendi / et certo ordine dandi. Secundo numerus totalis ex additione resultans / et ex omnibus simul collectis compositus.

Particulares numeri ex hypothesi sunt dandi et supponendi. vt 14. 26. 8. 39. 67. Totalis autem numerus inuestigandus est et querendus per additionem. Vt ex predictis partialibus conuersus est: 154. Et istotus omnibus partialibus simul sumptis equatur. Nam partes simul equantur suo toti.

- 2 Cum additio non sit nisi sepius repetita numeratio: datorum partialium numerorum: vnusquisque secundum dationis ordinem / suo limite ponendus est / ac si preponeretur: prioribus quidem suo loco dimissis cum ponuntur posteriores: quoad omnes explicati fuerint. Deinde prospiciendum quis ex omnibus totus numerus constet: et is summa additionis est / quam omnes simul sumpti componunt.

Vt sint dati numeri 12. 17. 25. 7. 39. 46. simul colligendi. Primo per numerationem exprime 12. Quo manente deinde pone 17. Tertio 25. Quarto 7 prioribus adicie. Quinto 39. et sexto 46 predictis omnibus addetur. Ex quibus percipietur consurgeretotus numerus: 146.

- 3 Cum in vno limite quique locantur calculi: illorum sublato loco vnus in proxime superioris spatii medio collocandus est. qui ad inferiorem limitem (quod eius quinarium significet) spectare putetur. Quod si illo manente medio: in eodem inferiori limite adhuc quinque ponantur calculi illis cum medio ablati / ipsorum loco vnus in proxime sequente limite ponendus est.

Sane sic facto opus est: quo confusio que ex multitudine pati solet vitetur / et sufficiens calculatorum copia ad futuram supputationem habeatur.

- 4 Officium additionis est ostendere quis totus numerus ex multis propositis constituatur.

¶ De subtractione.

- ¶ Subtractio est numeri minoris a maiori subductio. Et additioni ex opposito respondet

¶ Regule.

- In subtractione tres numeri requiruntur. Primo / totalis a quo fit subtractio. ex hypothesi dandus. Secundo numerus minor et partialis / subtrahendus a totali et etiam ex hypothesi dandus. Tertio numerus residuus / qui facta subtractione minoris a maiore superest: et hic querendus est.

Vt si a 67 subtrahi petat 25 / et facta subtractione cognoscatur superesse 42: numerus 67 est totus
e ij.

Subtractio.

talis a quo fit subtractio. Et 15 est numerus minor subtractus: quorum uterque per positum datus est. Sed 42 est numerus residuus / completa subtractione superare cognitur et inuenitur. Proposito numero vno toto et altero partiali: auferatur datus partialis a toto consimili quo additus est modo / utpote quisque numerorum a suo limite. Et 2 quod completa subtractione remanet: est numerus residuus quesitus.

Et ita de pluribus partibus sigillatim auferendis factitandum est.

Sit datus numerus 48 / a quo petatur subtrahi 17. Auferendus est a secundo limite denarius et a primo septenarius. Et inuenietur residuus 31. Sic a numero proposito 89 petatur primo remoueri 15 / deinde 23. Primum a secundo limite vnus remoueat denarius: et a primo quinaris. Rursum a secundo remoueat 20: et a primo 3: et superesse comperietur 51. Ita de tribus / quatuor aut quinque partibus.

Cum a toto numero non commode potest subtrahi datus partialis in eo quo explicatus est calculorum situ: resolendus est calculus in medio positus in quinque unitates inferiore limite explicatas. aut calculus in limite denarij centenarij aut millenarij positus: in decem unitates / quarum quicque per medio spacio locatum calculum: et reliqui per quinque calculos inferiore limite positos denotentur.

Vt si a 100 remoueri debeat 37: debet primo calculus centenarium designans et tertio positus loco resolui in calculum secundo et tertio limiti interiectum et designantem 50: et quicque calculos secundo limite positos quorum quilibet notat 10. Rursum vnus calculorum secundo limite positorum redigendus est in vnum primo et secundo limiti interiectum et designantem 5: et quinque primo limite positos / totidem unitates significantes. Et aptatis hoc modo calculis tum demum facienda est subtractio et superit 63. Faciendaque est hec resolutio antequam inchoetur subtractio: et tam diu quoad recte fuerint dispositi calculi ad substrahendum positum.

Ad cognoscendum vtrum subtractio sit rite facta: addatur numerus subtractus numero residuo. Et si totum ex illis constans equat numero toti primo dato: recte facta est subtractio. Sin minus: non recte.

Sit datus totus numerus 35 / a quo subtractio 15 assignetur residuus 20: ad cognoscendum vtrum apta fuerit subtractio / addo numerum subtractum 15 ad numerum residuum 20 / et conuenit 35 numerus primo datus. quare conueniens fuit subtractio. Quod si dicta subtractione completa: dicatur residuus esse 18: addo 15 subtractum ad 18 residuum / et fit 33 qui non est equalis numero toti 35 primo dato: non ergo conueniens fuit subtractio. Et regule ratio est. nam numerus subtractus est differentia numeri totalis dati supra residuum: hoc est id quo numerus totalis superat residuum. Modo si numerus numerum superat: differentia maioris supra minorem / minori addita: duo numeri fiunt equales. Contra etiam numerus residuus est differentia totius supra subtractum. Nam si datus numerus est differentia maioris supra minorem: ediuerso minor numerus est differentia maioris supra numerum datum. Et eundem numeri due partes sunt mutue differentie totius supra alteram partem. Vt sicut 20 est differentia ipsius 35 supra 15: ita 15 est differentia ipsius 35 supra 20. Et in alijs quibuslibet numeri si deprehendatur.

Additio itidem per subtractionem probatur subtrahendo a totali summa sigillatim omnes numeros additos per ordinem. Et consumata hac deductione si nichil maneat residuum: recte fuerat additio facta. Si vero quicquam supersit: non fuit conueniens facta additio.

Vt addantur simul numeri 12, 13, 14, 15. ex quibus componitur 54. Ad cognoscendum vtrum recta fuerit additio / et summam dictam conficiens: subtrahenda 54 primo 12 / deinde a residuo 13 postea 14 / et vltimo 15. Et quia eo facto nichil superest: conueniens fuerat additio. At si dicti numeri simul iuncti dicerentur componere 56 / et ipsis singularim detractis inueniretur superesse binarius: non recta fuit additio. Et idem contingeret si non possent sigillatim omnes a toto numero subtrahi.

6 **V**sus subtractionis est: ablata parte a toto/residuam totius partem cognoscere.

Vt a toto numero 45 ablata parte 18 per subtractionē/ cognoscit residua eius pars esse 27.

Quod & superiora exempla ostendunt.

¶ De multiplicatione

¶ Multiplicatio est ex vnius numeri in alterū ductu: totius nūeri pductio.

Regule.

1 In multiplicatione tres numeri requiruntur. Primo. numerus multiplicandus/dandus ex hypothese. Secundo. multiplicās/etiā ex hypothese assignāndus. Tertio. numerus productus/ & hic per multiplicationem est inuelligandus.

Numerus multiplicāndus siue multiplicat⁹ est qui multiplicatur:& nominaliter exprimit. Numerus multiplicās est per quē alter multiplicatur:& per aduerbium explicatur. Numerus productus est: totus qui procreatur ex ductu multiplicantis in multiplicatū. vt quater 16 produciunt 64 ibi 4 est nūerus multiplicans/ 16 multiplicatus/ & 64 productus. Facilius autē est multiplicatio cum numer⁹ minor sumitur pro multiplicāte & maior pro multiplicato: q̄ vbi contra fit. vt leuius multiplicat⁹ 48 per 4 q̄ cōtra quatuor p 48: q̄uisi vtraq; multiplicatione idē numer⁹ pueniat scilicet 192. Si enī alterna fuerit nūerorum multiplicatio: idē numerus vtroiq; proueniet. vt sexies 8 & octies sex: eundē producūt numerū scilicet 48.

2 **E**xpresso/ dispositoq; per calculos numero multiplicando: ex vnoquoq; calculo eius in limite posito/ faciendus est numerus multiplicans (qui mente inexpressus tenetur) suo loco; a dexteriori parte incipiendo. Quo completo prospiciendum est quis sit totus numer⁹ completa multiplicatione procreatus:& is dicitur numerus productus.

Vt si veli multiplicare 12 per 4: explicabo 12 per calculos & quaternariū animo cōtinebo. Deinde ex vno calculo secundo limite posito: faciā quaternariū in eodē limite/ eum susollendo & ipsius loco quaternariū ponēdo. Postea ex vno duorum calculorū primo limite positorum faciā in eodē limite quaternariū. & ex altero similiter: inuenietq; productus 48.

3 **S**i numerus multiplicans est citra denarium: debet ex quolibet calculo numeri multiplicati formari multiplicans in eodem limite in quo est calculus qui multiplicatur. Si vero vltra denarium & citra centenarium: in proximo limite ad sublatum calculum ponatur multiplicans. **Q** si vltra centenariū & citra millenarium: in tertio limite ab eo in quo numeri multiplicati calculus sustollitur.

Vt si multiplicetur 12 per 3: ex calculo in secundo limite posito formandus est in secundo limite ternarius. Et ex vtroq; calculorum primo limite positorum faciendus est in eodem primo limite ternarius. Et idem si multiplicetur p 6 vel p 8. **Q** si 12 multiplicetur per 20: ex calculo in secundo limite cōstituto/ formandus esset in proxime sequenti scilicet tertio limite 20. Et ex vtroq; calculorum in primo limite positorum: formandus esset in secundo qui proxime maior est 20. **Q** si 12 multiplicetur per 400: calculus secundo limite positus trāsmittendus est in quatuor quarto limite ponendos. Et vterq; primi limitis mutandus idem est in quatuor tertij limitis. Quod melius exemplis & vsu q̄ regulis conspicitur.

4 **C**um plures eodem limite pcuntur calculi numeri multiplicandi/ & multiplicans adeo est exiguus/ vt quem numerum pluries sumptus componat facile cognoscatur: prestat omnes eiusdem limitis calculos simul sumptos q̄ vnumquēq; per se multiplicare.

Sit datus nūerus 4 multiplicandus per 3: manifestū est omnibus quater tria conficere 12.

Multiplicatio.

Idcirco non singuliquatuor calculorum transformandi sunt in ternarium: sed ipsis qua-
 tuor simul sublati ponendus est 12. Et inter multiplicandū rationem afferre curet qui mul-
 tiplicat: quoniam quater tria complent 12. Idcirco ad expedire multiplicandum nō parum
 conducit prōpte cognoscere quem numerū singulū infra denariū in quolibet eorum duci
 Pythagorē re supi po procreant. Quod ex Pythagorica more quadrati numerorū in lōgum & latum descriptione
 sita est for vsq; ad centenarium clare perspicitur: & iuuante vsu/ exercitationeq; protinus assignatur.
 Hec mēsus
 la figurag;
 Pythagorē
 re supi po
 sita est for
 lio xvij.

Calculus in medio intersitio positus: multiplicandus est per medium mul-
 tiplicantis ponendum in loco recte ad illum respondente in quo totus po-
 neretur multiplicans/ si calcul⁹ in proxime maiore limite poni intelligere-
 tur. Qz si multiplicans sit impar: multiplicetur medius calculus per paris
 proxime minoris medietatem & dimidium vnus/ proxime inferiori inter-
 uallo positum.

Vt si quis velit multiplicare 8 per 6: loco medii calculi inter primū & secundū limitē ponat
 tres calculos in secundo cū ternari⁹ sit medietas senarij. & si medius calculus fuisset in secū-
 do limite: debuisset loco eius ponere 6. Deinde quia ter 6 faciunt 18: tres calculos primo
 limite collocatos/ mutet in 18: prouenietq; 48. Et ita semper medius multiplicans proporti-
 onabiliter in eo ponatur limite in quo fuisset positus integer multiplicans/ si calcul⁹ fuisset
 in proxime superiore loco. Qz si quis multiplicare contendat 8 per septē loco calculi in pri-
 mo spacio positi: collocet tres in secundo limite & vnum in eodem primo spacio. Et ita po-
 suerit tria cum dimidio/ que est septenarij medietas. Deinde quia ter 7 faciunt 21: loco
 residuorum trium calculorum primi limitis ponat 21/ & inueniet productum esse 56.

In multiplicatione calculus quocunq; limite positus intelligi debet vt illius
 limitis vnitas: & sequens limes vt denarius ad illum/ tertius vt centenari-
 us. & ita consequenter.

Vt si dentur multiplicanda 400 per 12. Quatuor calculorū tertio limite positorum prim⁹ cō-
 mutandus est in 12/ ponēdo in quarto limite tanq̄ limite denarij vnū calculū. Et in tertio vt
 limite vnitatis/ duos. Ita sigillatim secundus/ ita tertius & quartus permutandus est/ prouenietq;
 4800. Ita si 4000 per 12 sunt multiplicanda: q̄rt⁹ limes erit vt limes vnitatis & quitus vt li-
 mes denarij. At siqs 400 velit p 12 multiplicare: secūdu⁹ limes erit vt limes vnitatis/ & tertius
 vt limes denarij/ prouenietq; 4800. Et hec regula ad multiplicationē est apprimē necessaria.

Quocunq; limite fit multiplicatio: per minimos numeros citra decem posi-
 tos & ipsum multiplicandem denominantes fieri curetur in suo limite. Hic
 eadem facilitate per maximum quemq; numerum/ sumēdo eius denomi-
 nantem: quis multiplicauerit in proprio limite/ sicut per numeros denario
 inferiores in primo.

Vt sit 3/ sunt multiplicanda p 40 que denominantur a quatuor: ex vnoquoq; calculorū triū
 in secūdo limite positorū formandus est quaternari⁹ in tertio limite. Deinde ex medio primi
 & scdū limitis calculo efficiēdu⁹ est binari⁹ in tertio limite. Deniq; ex vnico primi limitis cal-
 culo cōponendus est quaternarius in secūdo limite: prouenietq; 1240. Et huius ratio est q̄
 minimi numeri denominantes q̄ ad tā profusā non euadunt multitudinē: faciliores sunt/
 confusioisq; nō pariūt errorē. Et iuuante hac regula quis nūerū datū 36 eque multiplicauerit
 per 300 sicut per ternariū multiplicandis denominandē. Nam loco triū calculorū secūdi li-
 mitis ponendus est nouenarius in quarto limite/ cū ter tria faciunt nouē: quod sane facili-
 us est cognitu q̄ q̄ tricies trecēta faciūt 9000. Deinde calcul⁹ primo & secūdo limite medi⁹
 mutandus est in vnitate quarti limitis & eius medietatē tertio & quarto interiectā. nā vnū
 cum medio est medietas ternarij. Postremū vnus calcul⁹ primi limitis mutand⁹ est in ternā-
 rium tertij. Et vbi plures in eodē maiore limite ponūt calculi: simul p expeditiori multipli-
 cationē sumi possunt & illorū loco numer⁹ ponēdu⁹ qui cōponit ex denominandē multiplicandis
 toties sup̄e quot sublatis sunt calculi. vt in quarta regula dictum est. Vt multiplicetur 300

per 20 qui denotatur a binario loco triū calculorū tertio limite sitorū/ponēdus est senarius in quarto limite.nā ter duo sunt sex & nascuntur 6000.Sed diligentissime curat.dum est vt calculi designantes partes numeri producti:in proprio & apto ponantur limite.quod pro varietate numerorum multiplicantium melius exercitio q̄ regulis cognosci potest.

- 5 Cum numerus multiplicans habet diuei sitorū limitum partes:primū maxīma pars ad dexteriolem partem est explicanda in suo limite/deinde ei elis qua minor in suo/quo ad ad minimam in proprio itidem loco collocādam peruentum fuerit.

Vt sint multiplicanda 30 per 365:manifestū est numerū denominātē habere vnā partē scz 300 tertij limitis/alterā scilicet 60 secūdi & tertā scilicet 5 primi. Ideo ex vnoquoq; trium calculorum secūdo limite positorū formandū est in quarto limite ternarius qui est denominans 300/in tertio limite 600/ & in medio secūdi & tertij limitis:50 puenietq; 10950. Aut breuiter per precedentem regulā sup̄tis simul tribus qui 30 explicauerant calculis in quarto limite ponēdū est 9 q̄ ter tria reddāt 9. Vnde cū ter sex reddāt 18 in quarto limite denarij & in tertio octonarij est collocādus. Postremū quia ter quinq; reddūt 15: in tertio limite vnicus calculus qui 10 significet ponēdus est/ & in medio secūdi & tertij limitis spacio vnū itidē:qui desinet 7 & ide proueniet. Ex quibus cōstat q̄ cū plures sunt numeri multiplicantis partes: numerus plurimum calculorum simul multiplicatorum debet super quamlibet illarū partium ferri. Et he due regule magna egēt exercitatione: quia & magni sunt momenti & ad difficiles supputationes grauiusq; summe faciendas iuuant.

- 9 Officiū multiplicationis est cognoscere quis numerus totus ex vnus numeri in alterum ductu confurgit.

Vt si 23 ducatur in 48 per multiplicationē cognoscitur prouenire 1200. Et ex ductu 36 in 16 cognoscitur prouenire 576. Et ita de de alijs.

De diuisione.

Diuisio est numeri maioris per minorem distributio / qua quoties minor in maiore contineatur: aperte cognoscitur.

Diuisionis regule

In diuisione tres requiruntur numeri. Primus est numerus diuidēd⁹ & maior/ex hypothesi dandus. Secundus/numerus diuisor siue diuidens: etiam assignandus ex hypothesi. Tertius est numerus ex diuisione proueniens: & hic est querendus.

Nūer⁹ diuidēd⁹/ calculis est explicād⁹. Diuisor vero & p̄ quē datus prior diuidit̄ aimo tenēdus. Tertij aut nūer⁹ scz denominās quoties diuidēs cōtineat̄ i diuiso explicād⁹ est: sed ab altera & vltiore calculi pte quo nūeri diuidēdi calculis nō pmisceat̄. Et i illo limitū laterē calculi eandē priorē habēt significātiā quā i ceteriore dicti sūt habere. Vt si diuidat̄ 48 p̄ 4 & pueniat ex diuisione 12. Ibi 48 est nūer⁹ diuidēd⁹ siue diuis⁹ & calculis designat̄. Sed 4 nūer⁹ diuidēs mēte seruat̄. Et 12 nūer⁹ ex diuisione pueniēs/ altero latere etiā exprimit̄.

- 2 Proposito nūero diuidendo/auferatur primo a maiori limite & deinde per ordinem a minori numerus diuidens. Et quoties aufertur: toties in altero latere ponatur calculus illi respondens limitia quo in ceteriori parte calcul⁹ vltimo aufertur/aut limiti inferiori. Et completa huiusmodi ablatione: numerus in altero limitum laterē positus/ est numerus ex diuisione proueniens & quesitus.

Vt si datus numer⁹ 56 diuidendus p̄ quatuor: auferatur primo quaternari⁹ a secūdo limite: & in altera parte ad secundu limitē ponatur vnus calculus denotās diuidentē semel esse ablatum ab eo qui diuiditur. Secundo ab eodē limite auferatur quaternari⁹. et in altero latere secundus ponatur ad eundē limitē calculus. Deinde quater a primo limite auferat̄ quater

Diuisio.

ternarij: quia sup̄ sunt 151 cōtinētia quater/ quaternariū. Et i primo limite ad vltiorē partē ponāt̄ q̄: uor calculi: q̄a ibi q̄ter facta est ablatto: et tūc cognoscā̄ ex diuisione puenire 24. Si quid in maiore limite superest/ a quo nec diuidens nec eius medietas auferri potest: illa i transferatur ad limitē minorem/ resoluaturq; in minores partes. Et si completa diuisione quicq; residuum est in ceteriori parte: illud seruandum est & illic dimittendum. 3

Vt in superiore exēplo post ablatū a secūdo limite bis quaternariū superest in eodē vnus calculus: qui resoluendus est in decem vnitates & deide perficienda diuisio. Si autem diuidi peccatur 46 per quatuor: ablato semel quaternario a secūdo limite & ibidē in altero latere posito calculo/ & totiens a primo limite/ positoq; in vltiori parte calculo prouenit 11/ sup̄ suntq; in ceteriori parte duo primi limitis calculi qui signant duas quartas nūeri diuidēdis. Nā remanētes calculi facta diuisione: semper significant partes numeri diuidēdis residuas.

Cum totus numerus diuidens apte sumi non potest/ sumatur si commode liceat ipsius medietas: & in medio alterius lateris spacio proxime inferiori ad locum a quo vltimus calculus medietatis est sublatus/ ponatur calculus denotans ablatam medietatem. 4

Vt si 48 sit diuidēd̄ p̄ tria/ primū a secūdo limite auferent̄ tres calculi: & supponē i altero eiudē limitis latere/ calcul̄ vn̄. Deide auferet̄ vnus calcul̄ secūdi limitis: & alter primo & secūdo limiti interiect̄: scilicet vnū cū dimidio que est ternarij medietas. & in spacio vltiore primo & secūdo locis intercepto ponetur calculus denotās diuidēdis ablatam medietatem. Postremū auferentur tres calculi primi limitis: & in eodem limite superiori parte ponetur vnus/ & numerus ex diuisione proueniens (qui vulgo nūerus quoties dicitur) erit 16.

Cum in maiore calculo numeri diuidēdi/ non commode sumi potest diuisor: resoluendus est in minores partes proxime minore limite explicatas. 5

Et iterum vna partium eius in decem minores. Idq; tamdiu fiat quoad diuisor apte sumi potest: vt & in subtractione dictum est.

Vt si 100 debeat diuidi per 8/ resoluendus est primo 100 in 50/ medio inter secūdū & tertium limites calculo signatū: & qui quies decē quicq; calculis secūdo limite positus notatos. quorū vnus vltiori diuidat̄ in 10 vnitates primo limite explicatas. Et tunc remoueat̄ 8 semel a secūdo limite & bis a primo/ eritq; ex diuisione pueniēs: 12. In sup̄ & quatuor partes diuidētes scilicet q̄tuor octauae/ restabūt. Quod & in tertia subtractionis regula p̄ceptū est. Nā diuisio est sepī repetita eiudē subtractio: sicut multiplicatio: sepe eiudē replicata additio.

Cum numerus diuisor adeo est numerosus vt propter suam multitudinem ingerat confusionē: accipiendus est eius denominans minimus infra decē & quoties potest a toto auferendus. Vnde qui per primos citra decem numeros promptus erit diuidere: per quātūcūq; quoq; nūerū facile diuidet.

Vt sit numer̄ 8400 diuidēd̄ p̄ 60. Accipio eius denominantē intra decē scilicet 6 & aufero 6 a quarto limite: ponoq; calculū in vltiore parte ad tertium limitē. deinde aufero vnū calculum a quarto limite & duos a tertio q̄ sunt 12 cōtinētia bis sex/ & pono in secūdo limite ad partem superiorem duos calculos. postremo aufero iterū vnū calculum a quarto limite & duos a tertio que rursus faciunt 12/ & pono denuo in secūdo limite duos calculos: eritq; ex diuisione proueniēs 140. Et que septima & octaua regulis de multiplicatione dicta sūt: hic ad diuisionem illi ex opposito respondētē applicentur/ exercitatis solum futura peruia. Nam qui rudes & in exercitatis sunt: circa minora & facilia primum versentur.

Si numerus diuidens est infra denariū: in limite a quo vltimus auferitur calculus/ ex altera parte ponatur calculus denotans quoties auferitur. Si vero denarius aut supra/ tamen infra centum: in proxime inferiore limite ponatur calculus numeri ex diuisione proueniētis. Si centenarius aut supra/ 7

tamen infra mille: in tertio loco inferiore. Si vero millenarius aut supra tamen infra 10000: in quarto loco inferiore/ & ita deinceps. Medius autem calculus ponatur spacio prox. me inferiore illi limiti in quo ponendus esset suus totus & integer.

Hec regula ex analogia multiplicationis statim cognoscitur/ & eo veritatē habet q̄ quilibet calculus numeri ex diuisione prouenientis ceterur vt vnitas ad numerū diuidentē ablatum/ qm̄ vnusquisq̄ significat semel in suo limite ipsū detractū: & ergo in limite vnitatis ad diuidentē poni debet. Prime partis exēplū. vt si 39 diuidatur per 3: primū in superiore parte secundi limitis ponetur vnus calcul⁹. quia ab eo inferius semel est sublat⁹ ternarius. Deinde in superiore parte primi limitis tres ponentur calculi propter ternariū ter ab eodem subtractū. Exēplū secunde. vt diuidendo 900 per 20: remouebūtur quater 20 a tertio limite & ponentur quatuor calculi in secūdo/ ablationē illā notantes. Deinde vnicus in tertio limite qui superest aufertur calculus vt medietas 20/ & medio primi et secūdi limitis spacio ponitur in superiore parte calcul⁹ eritq̄ ex diuisione prouentēs 45. Tertie partis exēplū. vt diuidēdo 28000 per 200/ remouebitur primo binari⁹ a quinto limite/ & in superiori parte tertij ponetur vn⁹ calcul⁹. Deinde quater auferetur binarius denominās diuidentē a quarto limite & quatuor ponentur calculi in parte altiori secūdi limitis: eritq̄ ex diuisione prouentēs 140. Exēplū quarte. vt si numer⁹ 48000 diuidat per 4000/ primū auferetur quaternarius a quinto limite: & in secūdo partis superioris limite ponetur vnus calculus. Deinde bis auferetur 4 denominans diuidentis a quarto limite/ & ponentur duo calculi in primo limite/ prouenientq̄ 12. Ita de medio per analogiā calculo est dicendum.

8. **Officiū diuisionis est cognoscere quoties minor numerus in maiore reperiat: & totius numeri quotācunq̄ partē inuenire/ diuidendo datum numerum per denominantem illius partis.**

Vt si queritur sexta pars: diuidatur numerus propositus p 6. et si septima/ p 7. & si octaua/ p 8. et nūerus ex diuisione proueniēs est tota pars dati numeri q̄ sita. Vt si petis quita pars ipsius cētenarij: diuidatur 100 per 5 & ex diuisione proueniet 20. Et si quarta pars eiusdē diuidatur per 4 & ex diuisione proueniet 25: nullo residuo. Et ea est quarta eius pars.

9. **Facta diuisio per multiplicationē probatur si numerus ex diuisione proueniēs multiplicetur per numerum diuisorē: addaturq̄ siquid erat residuū ad partem ceteriorē facta diuisione/ ipsi multiplicato/ et producat numerus primo propositus diuidendus.**

Vt diuidatur 64 per 16 & ex diuisione proueniat 4. Ad cognoscēdū an recta fuerit diuisio multiplicet 4 numerus ex diuisione proueniens per 16 numerū diuidentē: & pducetur 64 numerus primo datus. Nam si datū numerū numer⁹ diuidat/ et quod prouenit rursū multiplicet: producet numerus primo datus: vt petit arith: mericus. Et in hac probatione: numerus diuidens est deinde multiplicans. Numerus ex diuisione proueniens est multiplicatus & numerus diuisus est productus.

10. **Sic facta multiplicatio per diuisionem probatur si numerus multiplicās diuidat numerū productū & proueniat ex diuisione numerus qui primo propositus est multiplicandus.**

Sit 4 numerus multiplicās 16 & producat 64: ad sciendū an cōueniēs fuerit multiplicatio: diuidatur 64 numerus productus per 4 numerū multiplicatē & ex diuisione proueniet 16 qui erat numerus primo multiplicatus. Nam si datū numerū numerus multiplicet & idē productū diuidat: redibit numerus primo datus multiplicandus. Et in hac p̄batione numerus multiplicans est deinde diuidens: numerus multiplicatus est ex diuisione proueniens/ & productus est numerus diuisus.

Nunc de eisdem speciebus quo pacto scripto fiant/ dicendum. Quarū definitiones & officia fere eadem sunt: que prius assignata fuere.

Numeratio.

Et primo de numeratione.

Numeratio figuralis est cuiusvis numeri per notas & figuras numerales descriptio.

Regule.

Ad numeros scripto significandos institute note per se posite & sigillatim ab
seuicē seuicē numeros infra denariū designant. Nota autē circularis o
per se nichil numeri significat: alijs tamen adiūcta earum significātiā
auget secundum loci quo ponūtur ordinem.

Note numerales sūt 1/2/3/4/5/6/7/8/9. Quarū prima per se sumpta vnitatē signat/ secūda
binariū/ tertia ternariū/ quarta quaternariū/ & ita cōsequenter. Quā earū significatio-
nem ita opus est cognoscere pro supputatione arithmetica: & cognitione: sicut litteras pro
intellectione grāmaticæ. Nota autē circularis o per se sumpta nichil designat/ sed alijs adiū-
cta eas plus significare facit. vt adiūcta note binarij hoc modo 20: facit eā significare bis
decem. Perinde atq; syncategorema nichil in oratione significās/ alijs adiungitur. Relique
autem note sūt vt categorēmata.

Si vero plures a sinistro in dextrū porrecte note coniungātur: primo ad si-
nistrum loco sita/ numerū infra denariū quem ex institutione notat/ desi-
gnat. Et proxima: toties decē quot notat vnitates. tertio loco toties cen-
tum. quarto toties mille. quinto toties decē milia. Et sic quantūlibet proce-
dendo sequens ad precedentem decuplam seruat proportionem.

Vt in hac figuracione 35 prima signat 5 & secūda 30: scilicet ter decē quia ternario cuius illa est
prima nota/ tres sūt vnitates. Et in hac 423 prima ad sinistrā nota/ ternariū signat: secūda
10/11/12/13/ 20/ & tertia 400. In ista vero 552/ prima binariū/ secūda 50/ tertia 500 & quarta 5000 si-
20/21/22/23 gnat. Deniq; in ista 2737 prima septenariū signat/ secūda quinquaginta/ tertia trecenta/
30/31/32/33 quarta quatuor milia/ et quinta viginti milia. Et istius exercitationē petens compareret pri-
mo vnāquāq; notarū ad unguis: vt notā vnitatis secūdo loco positā adiungat oibus pri-
mo loco positis. Deinde notā binarij/ secūdo positā adijciat cuius notarū. Postea notā ternarij/ &
quid vnāqueq; duarū sic iūctarū signet attendat. Deinde tres adinuicē cōiungat & du-
as eadē sumptas oibus addat. vt 120/121/122/123/124/ et ita consequenter. Postea 130/131/
132/133/134. Deinceps quatuor adinuicē per ordinē sumat. vt 123/112/321/1233. Et ita quot
modis quattuor variatim coniungi possunt. Et ita in alijs.

Circularis nota primo ad sinistrā loco sita: facit proximā valere decē/ ter-
tiam centū/ & quartā mille. Et si secūdo cōstituatur loco/ sequentē reddit
centenarij significatiuam/ q̄ eam tertiam efficiat. Tertio vero posita loco:
quarte millenarij significantiā prestat/ q̄ eā reddat quartā. Et ita de alijs
sinistrorsum vergentibus.

Vt in hac figuracione 6430/ secūdo loco posita nota designat triginta/ tertio loco quadrigē-
ta et sexto sex milia. Et in ista 5403/ prima ternariū signat/ secūda nichil/ tertia quadrigē-
ta & quarta quinq; milia. Et in hac 2068/ prima nota octonariū designat/ secūda sexaginta
tertia nichil/ quarta duo milia. Et generatim huiusmodi figura eo que occupat loco nichil
notans/ ordinis rationē seruat & nomen. vt q̄ prima/ secūda/ tertia aut quarta dicatur. Et
adiūctarū notarū ordinē cū significantiā permutat. Nā in hac figuracione 14/ prima nota
quaternarium notat & secūda vigenariū. Sed apposita circulari figura sic 40/ nota 4 si-
gnat quadraginta & nota 2 ducenta: q̄ illarum ordo permutatus est.

Eadem nota in sequentes & leuam versus vergentes sua habet vim: in prece-
dentes vero & ad dextram tendentes minime. Quo fit vt ipsa prima esse
possit ad dextram & quolibet loco media: ad sinistram vero primo repo-
ni loco minime possit.

Sequentes note dicuntur que ad sinistrā partē deurgunt: q̄ cōtra scribendī ordinem in hac notarum cōputatione a dextro in sinistrū tendatur. Precedētes vero sunt que deflectunt ad dextrā. Vnde ordo supputationis notarum numeraliū deprehēditur contrario modo se habere ad ordinē calculorū. In quo minimi numeri ad sinistrā ponuntur & maiores cū suis limitibus eo quo scribimus tractu accedūt ad dextrā. Hic vero minimi numeri in parte dextra & maiores cōsequēter ad sinistram tendūt. In his itaq; figurationib⁹ 4.80 / 4.08 / 4.032 / 604.7 / nūc prima est / nūc secundo / nūc tertio / nūc quarto loco media. At in ista 048 est prima ad sinistrā: nichilq; ibi officij aut vñus habet neq; ad se neq; ad alias notas.

5 Eadem quoq; nota vni tantum figure apposita: vno dūtaxat modo poni potest. duabus vero adiuncta: ter variari. trib⁹ adiecta: septies. & quatuor: decies & quinquies.

Cum vni note apponitur: solum primo loco poni potest. vt 20 / 30 / 40. Cū vero duabus adiungitur: ter potest variari secundum regulam binarij. Et cū adiungitur tribus notis numeralibus: septies diuersum potest habere situm per regulā ternarij. At vbi quatuor figuris significatiuis numerorū additur: decies & quinquies secundum quaternarij regulam potest diuersificari. vt hec figura ostendit.

Regula binarij.				Regula ternarij.					
1.	120			1.	2400	1.2	2400	1.2.3.	2000
2.	102			2.	2405	1.3	20+0		
1.2	100			3.	20+5	2.3	2004		
Regula quaternarij.									
1.	123+0	1.2.	12300	2.+	10203	1.3.+		10020	
2.	1230+	1.3	12030	3.+	10023	2.3.+		10002.	
3.	12034	1.4	10230	1.2.3.	1:000	1.2.3.4		10000	
4	10234	2.3.	12003	1.2.4	10200				

In quibus quidem regulis nota vnitatis significat circularē figurā primo ad dextrā loco positam: nota binarij secundo loco a dextera. nota ternarij: tertio. & nota quaternarij: quarto loco a dextera. Q; si quinq; numeralibus figuris adiceretur: tricies & semel secundū quaternarij regulam variari posset: quod ex predictis facile est colligere.

6 Officium hac specie se exercitantis est quemlibet numerū propositum scripto notare. Et de quolibet itidē scripto quē numerū signet in promptu cognoscere.

Vt de numeratione que fit calculis i septima nūeratiōis regula dictū est: sed hic idcirco repetitū q̄ alia sit in scripto: alia in calculis exercitādi ratio: hec quidē facilior: illa vera difficilior. Quare in calculis primū supputandi industria querēda est & deinde in scriptura. Et siq; scripto factā supputationē an recta fuerit experiri voluerit: eādē & cōsimilis speciei in calculis efficiat. Et numerationē figurālē per numerationē calculārē cōprobet: & additionē p additionē: & ita de alijs. Sicq; ex faciliorib⁹ ad difficiliora p̄greditis: difficiliora p̄ faciltora cognoscat. Vt si cuiq; offerātur quinquaginta quatuor exprimēda scripto: protin⁹ sic explicet. 54. Et si petātur nonaginta quatuor: quo pacto exprimi debeāt: statim respondeat: hoc modo. 94. Q; si cōtra offerant alicui figure 68: & interrogetur quē numerū signēt: illico respondeat: sexaginta octo. Et interrogatus quid he notent figure 79: statim subiūgat septuaginta nouē.

Ⓜ Additionis regule.

1 In additione que scripto fit: numeri simul addēdi ordinata serie a sursum in deorsum porrecti disponantur: sed cōsimiles directe sub cōsimilibus.

Vt que numeros infra decē cōstitutos significant note: sub seinuicem ponantur in primo limite. Et que supra decē et infra centū numeros signant: sub seinuicē in secundo. Sic que supra centū & infra mille: sub seinuicē in tertio. Que vero supra mille & infra decem milia: in quarto recta serie locentur.

Numeratio.

Si numerorum addendorū note solum vnum constituant līmitem et nulle in secundo limite collocentur: sigillatī superiores proxime inferioribus sūt per continuā collectionē addende quoad tota summa ex oībus collecta fuerit/que interpositā linea subscribenda est: & ea totus est numerus quē partiales simul complent.

7

5

9

3

8

6

38

Vt sint dati numeri: 7/5/9/3/8/6. sic addendi sunt: 7 & 5 sunt 12 et 9 faciūt 21. Illis adiect⁹ 3 reddit 24. Deinde addit⁹ 8/ efficit 32. Cui addit⁹ 6 reddit 38 totā & cōpletā additorū sumā.

Et quod in additiōe calculari nūeri requiruntur dicti sunt i prima regula: totidē & hic requirunt.

Si vero addendi numeri duos cōpleuerint limites: colligenda est primum a superiori parte ad inferiorē procedēdo/primi limitis sumā, cui⁹ (si pluribus scribenda sit notis) solū prima nota subscribetur. Secunda vero seruata in mente; numeris secūdi limitis/ eodē quo prius modo colligendis/ addatur, quorū tota summa adijciatur note primo limiti subscripte: & ea est totalis datorum numerorum summa.

9 2

8 4

7 6

252

Vt sint dati numeri 9/2/8/4/7/6/ eo quo in margine scribuntur ordine dispositi: ita adduntur/ 2 & 4 sunt 6 & 6 sunt 12: cuius primā notā 2 sub/cribo lineae subducte. Deinde secūda ei⁹ notā scilicet vnitatē addo ad numeros secūdi limitis: quā ipsa sit denarij significatiua sicut & illi/ vt ad 9 & fiūt 10: quib⁹ adiect⁹ 8 fit 18/ & illis additus 7 reddit 25 qui apponēdus est ad notā binarij ex primo limite subscriptam. Estq; tota summa datorū numerorum simul collectorum 252. Et hic notarū minimas denominationes / quae faciliores sint/ sumere debemus sicut in calculis dictum est fieri debere.

Quod si tres fuerint limites: sume secūdi (si modo pluribus notis signanda sit) solū prima subscribetur nota ad subscriptā primo limiti figuram. Altera vero/ tertij limitis numeris adijciatur, quorum in vnū collectorum summa tota/ prius subscriptis adijcienda est. Et totus numerus subscriptus est datorum numerorum quesita summa.

4 7 2

1 3 5

9 8 6

1593

Vt dentur numeri 4/7/2/1/3/5/9/8/6/ in vnum adijciendū: & ordinētur recta serie. Primi limitis numeri vniti cōstituūt 13/ cuius primā notā 3 subscribēda est: & secūda/ sc; vnitas secundo limiti apponenda: cuius simul vniti nūeri cōstituunt 19. huius primā notā 9 suo limiti subscripta: secūda (que vnitas est) tertio limiti apponitur: illiusq; numeri cū adiecta vnitate simul aggregatī faciunt 15/ qui adijciendus est ad sinistrā ceteris subscriptis: eritq; tota summa 1593. Sic in quotlibet limitibus faciendum est vt secūda summe pcedentis limitis figura ad sequētē limitē transferatur: quoad ad extremū deuentū fuerit: cuius tota summa expressa ad sinistrā prius subscriptis annotanda est.

2 0

3 5

4 0

5 6

Si in limite numeros in vnum colligendos cōtinente occurrat circularis figura: ea pretermittenda est intercolligendū. Vbi vero ea nota in totalis summe primo aut medio quouis obuenit loco: subscribenda & expresse annotanda est atq; numerus.

1 5 1

6 3 1

4 1 2

2 2 3

1 3 4

1400

Prime partis ratio est: quia figura circularis nullius est significatiua in situ a sursum in deorsū sumpto/ vt que auctiorē summā nō reddat. huius tale sumatur exēplū. Sint addendi numeri 1/3/0/2/5/1/4/0/5/6. Colligendo primi limitis numeros/ occurrunt due circulares figure dimittēde. Secūde partis ratio est/ quod figura predicta circularis in limite a dextro in sinistrū protēso posita: sequentes figuras reddit maioris numeri annotatiuas. Vt sint in vnum colligendi numeri 6/3/1/4/12/22/3/1/3/4. Prima numerorū limitis primi simul collectorū summe figura est nota circularis/ itidē & prima summe secūdi limitis: quare subscribi primo loco & secūdo debet. Summa autē tertij limitis 14 illis adijcta: reddit summā totalē 1400.

Non oportet in additione tot esse numeros a dextra in leuā vergentes in liq

mitibus suppositis quot sūt in suprapositis/ neq; ediuerso: sed plures supra-
scripti q̄ subscripti/ aut cōtra. Ita plures medio q̄ extremis et ediuerso poni
possunt: non in dextra/ sed solum sinistra parte variando.

Exemplum vbi in dextra parte est inequalitas impediens additionem.

Plures superius q̄ inferius	Plures inferius q̄ superius.	Plures extremis q̄ medio	Qz si tertij exē- pli limites ex- tremi ponātur medij: & medij extremi: ediuers so cōtingit.
1 3 5 7	9	1 3 5 7	
2 + 6	8 5	9	
8 5	2 + 6	8 5	
9	1 3 5 7	2 4 6	

Sed hoc pacto in dextra parte variando non potest recta fieri additio ad sursum in deorsū
descendēdo: cū/ consimilis nota/ sub consimili non ponatur. nam primus ad sinistram secūdi
ponitur sub secundo primi/ et secundus sub tertio/ et primus tertij sub secūdo secundi/ et ter-
tio primi: quod in additione a sursum in deorsum facta maxime fugiendū est. Sinistra au-
tē parte manente eadem/ & dextra variata recte fit hoc modo.

Plures superius q̄ infe.	Plures infe. q̄ superius	Plures extremis q̄ me.	Plures medio q̄ extre.
2 4 6 8	2	2 4 6 8	6 4
3 5 7	6 4	6 4	2 4 6 8
6 4	3 5 7	2	3 5 7
2	2 4 6 8	3 5 7	2

an horum quattuor exemplorum quolibet primus vnus limitis ad dextram sub primo alteri-
rius ponitur/ et secundus sub secundo: quod in additione prima regula preceptum fuerat.
Et horum omnium eadem est sūma 2891. quia totidem limites in quolibet et ex eisdē nū-
ris constituti/ quibus diuerso ordine fuerint. Quo fit vt nichil iter sit in additione quis limes su-
pra alterum ponatur aut infra. Nam transpositi limites secūdo ordinem eandem reddūt
summam: sicut in calculis nichil refert quo ordine nominentur addendi/ dummodo iidem
maneant. Quare eque ab inferiori parte vt superiori posset sumu additionis principiū: q̄ ab
alterutra parte incipiendo/ eadē semper proueniat summa.

¶ Subtractionis regule.

Conscripto superius numero a quo est facienda subtractio: & inferius nu-
mero subtrahēdo: sed directe vt primū inferioris primo superioris respō-
deat/ et secūdo secūdo/ et tertium tertio/ subtrahatur primum inferius a
primo superiore: quod si maius fuerit/ residuum subscribatur primo loco.
Qz si nichil super sit vt cum idem ab equali subducitur: annotetur loco resi-
dui nota circularis. Deinde secundum inferius a secūdo superiore et subscri-
bat residuū aut nota circularis/ et ita tertium a tertio et quartum a quarto.

Quo quidem completo: numerus inferior est residu⁹ et is qui querebatur.
In subtractionē figurali totidem requiruntur numeri/ quot in calculi dicti sunt requiri in
prima regula. A minori quidem numero nunq̄ maior subtrahitur: sed contra maior a mino-
ri aut equalis ab equali. Primi exemplum. vt a 64 subtrahatur 23: scribaturq; primus infe-
rioris sub primo superioris/ et secundus sub secundo. Numerus tamen subtrahendus ab eo
a quo subtrahitur interiecta linea dirimatur ita et residuus interposita linea a suprapositis
fecernatur: ne oriatur numerorum confusio. Quod et in omnibus supputationibus scripto
faciēdo/ seruandum est. Itaq; subtrahō 3 a 4/ et superest vnitas subscribenda in prime ad dex-
tram loco. deinde aufero 2 a 6: et remanet 4 etiam subscribendus secundo loco/ et numer⁹
totus residuus est 41. Exemplū secūdi. vt a 68 subtrahatur 28/ subtrahō 8 ab 8 et nichil
remanet/ quare primo loco subscribenda est nota circularis. deinde remoueo 2 a 6: et superest
4 secundo loco subsignandus/ totusq; residuus est 40. Et ita vbi cūq; e quale ab equali tol-
litur: subscribenda est circularis figura.

64
23
—
41

68
28
—
40

Qz si prima nūeri superioris nota est figura circularis/ aut minor q̄ prima in-
ferioris: a nūero superiore/ loco secundo posito/ sumenda est per intellectū

Subtractio.

vnitas que ad primum locum cōparata valet 10: qui addendi sunt numero
 prio loco superiori posito. Et a toto illo aggregato auferend⁹ est numer⁹ pri-
 mo loco inferius positus residuūq; subscribendum. Deinde secundus inferior
 a numero vnitate minore (nā eidetra cta est vnitas) q̄ sit secundus superior/
 auferendus est: et residuus subscribendus.

$$\begin{array}{r} \text{I} \\ 240 \\ - 125 \\ \hline 115 \end{array}$$

Vt a 240 subtrahēdus sit 125. Quia in primo superiori non est numerus: capienda est vni-
 tas a 4 secundo loco posito/ que ad primum lūtem cum circulari nota cōparata valet 10.
 A quo subtrahendus est 5 primo loco inferiori positus: et residuus est 5 primo loco subscri-
 bendus. Deinde a 3 secundo loco superiori posito (nam ablata est a 4 vnitas/quare ibi so-
 lum restat 3) auferatur 2 nūerus loco secūdo signatus 1 et remanet vnitas secundo loco sub-
 signanda. Deniq; a 2 in tertio loco superiori aufero vnitatem tertio loco inferiori positam/
 et superest vnitas subscribenda. Totus itaq; residuus numer⁹ est 115. Similiter a 42 remo-
 ueatur 18. Quia a primo superiore minore scilicet 2 non potest remoueri prim⁹ inferior ma-
 ior qui est 8: a 4 secundo superiore capio vnitatem que ad primum superiorem valet 10 q-
 bus addo binarium primo superiore loco positum et fit 12: a quo subtrahō primum inferio-
 rem 8/ et remanet 4: in primo loco ad dextram subscribendus. Deinde a 3 secundo loco su-
 periori manente (nam sublata est prius vnitas) remoueo vnitatem secundo loco inferiorem
 et remanet 2 loco secundo subnotandus/ eritq; totus residuus 24. Et idem in ceteris locis vt
 secundo/ tertio/ aut quarto vbi superior numerus est minor inferiori faciendū est. vt a 624
 auferatur 432. Aufero 2 primo loco inferiori positum a 4 eodem loco superiori collocato:
 et residuus est 2 primo loco signandus. Deinde cū non possit 3 subtrahi a 2: sumo vnitatē a
 6 tertio loco superiore posito/ que ad secūdu locum collata valet 10/ quib⁹ addito binario
 secūdi loci fit 12: a quo subtrahendo 3 secundo loco inferiore positū remanet 9. Demū a 5
 tertij loci (nam ablata est vnitas) remoueo 4 in tertio loco inferiore positū et superest vnitas
 Tot⁹ itaq; residuus nūer⁹ est 192. Quo fit vt prim⁹ ad dextram numer⁹ superior et quis me-
 dius possit esse minor suo inferiore respondentī. Vltimus vero minime: quia illū non sequi-
 tur alius numerus a quo posset hoc modo sumi vnitas.

$$\begin{array}{r} \text{I} \\ 42 \\ - 18 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{I} \\ 624 \\ - 432 \\ \hline 192 \end{array}$$

Si i numero superiore plures se continue cōsequētes note circulares ponant⁹;
 tur et solum tertio aut vltimo loco ponatur figura numeri ab illa dēpta vni-
 tas in primo loco valet decē: i reliquis autem omnibus vbi huiusmodi sunt
 note/ valet solum nouem.

$$\begin{array}{r} 991 \\ - 400 \\ \hline 1234 \\ - 2766 \\ \hline \end{array}$$

Vt a numero 4000 subtrahatur numer⁹/ 1234. A quaternario quarto loco posito sumo vni-
 tatē: que in primo loco cū nota circulari silius loci valet decē/ in secundo autē et tertio cum
 illorum locorū notis circularibus/ 9. Itaq; a 10 posito in primo loco superiore remoueo 4 sibi
 inferius respondentē: et restat 6 primo loco subsignandus. Deinde a 9 secundo loco su-
 periore sito remoueo 3 sibi suppositū: et restat 6 secundo loco supponendus. Rurū a 9 ter-
 tio loco superiore posito remoueo 2 sibi subditū: et restat 7. Deinde a 3 quarti loci superio-
 ris (nam in primo illius loci numero ablata est vnitas) aufero vnitatē subiectam: et restat bi-
 narius eodem loco subiciendus. Totusq; residuus est 2766. Quod quidem in calculis est
 manifestissimum.

Si primo aut quolibet medio loco numeri inferioris ponatur circularis no-
 ta/ et in loco superiore correspōdēte nūerus: cū ille a nichilo subtractus/ in
 teger maneat: debet immutatus subscribi.

$$\begin{array}{r} 648 \\ - 420 \\ \hline 228 \end{array}$$

Vt a numero 648 remoueat⁹ numerus 420. Nichil a primo numero superiore auferendo
 qui est 8: manet 8 integer & primo loco subsignandus est. Deinde binariū a 4 in secundo lo-
 co remouendo: remanet 2 eodē loco subiciendus. Vltimo 4 a 6 in tertio loco auferēdo: res-
 tar 2 tertio loco subsignandus/ totusq; residuus est 228. Et ita si in medio nūeri inferioris
 ea nota ponatur.

Si primo loco numeri superioris et inferioris ponatur circularis nota: debet 5
 et primo numeri residui loco/ eadē subscribi. Ita si scō et quolibet medio
 loco vtrobiq; ponat⁹: et inferior superiori directē ad subtractionē respōdeat.

Vt a numero 420 subtrahendus detur numerus 110. A nichilo/nichil subtrahendo: restat nichil. hinc primo loco subscribatur nota circularis 0. Inde a 2 tollendo 1 in secundo loco: superest vnitas eodem loco supponenda. Demum a 4 remouendo 1 in tertio loco: restat 3 eodem loco subsignandus/ totusq; residuus est: 310. Ita si in medio ponatur.

$$\begin{array}{r} 420 \\ 110 \\ \hline 310 \end{array}$$

6 Si in superiore parte plures fuerint note q̄ inferiore: tunc completa substractioe inferiorum a superiorib⁹ sibi respōdētib⁹; relique superiores quib⁹ inferiorum nulla respondet/ integre adiciantur ad sinistram numeri residui partem/ et recte fuerit sublatio facta.

$$\begin{array}{r} 605 \\ 302 \\ \hline 303 \end{array}$$

Vt a 468 remoueat 25. Primū ab 8 aufero 5 in primo loco: et in eodem subsigno 3. Deinde a 6 aufero 2 in secundo loco: et in eodem subscribo residuum 4. Postremū 4 positū in tertio loco superiore (quia ei nulla respondet figura numeri substracti) adicio ad numerum residuum in tertio loco. Estq; totus residuus/ 443. Quemadmodū in additione si in extremo limite numerorū addendorū sola vna ponitur nota: illa adicienda est ad summā nūerorum collectorū a tergo et ad sinistrā. Vnde in substructione vnus totalis numer⁹ solū ab vno totali subtrahi debet: et vnus ad vnum et non ad plures (vt in additione fit) comparari licet numeri totalis partes scorsum ad alterius partes respondententes comparande sint pro faciliore subductione: quoniā facilius vnum ab vno q̄ plura a pluribus simul tollimus.

$$\begin{array}{r} 468 \\ 25 \\ \hline 443 \end{array}$$

7 Substractio figuralis per additionem figuralem probāda est/ et cōtra additio per substructionē: sicut calcularis probari dicta est/ quarta et quinta substructionis regulis

Nam ad probandum substructionē per additionem: addendus est numerus residuus numero substracto. Et si proueniat totus numerus a quo est facta substractio: recta fuerat subductio. Vt si a numero 46 ablati sit numer⁹ 34/ et sit residuus 12. addatur 12 ad 34 et proueniet 46: quare substractio fuit conueniens. Ita si numeri 12/15/18 simul addantur: constituunt summā 45. A qua primo auferatur 12: deinde a residuo remoueat 15 et vltimo 18/ nichilq; manebit residuum: quare recta fuit additio.

$$\begin{array}{r} 49 \\ 34 \\ \hline 12 \end{array}$$

De dimidiatione que ad substructionem reducitur.

1 Dimidiatio est medietatis numeri propositi acceptio. Et in nūeris absolutis solum fit inter numeros pares: cum impares in duo media minime diuidi possint.

Vt si numer⁹ propositus sit 468/ et accipiatur eius medietas 234: ei⁹ facta est dimidiatio. Ad cognoscendum autem de vnoquoq; (quantuscunq; fuerit) numero an par sit an impar: sit hec regula. Si numeri propositi vltimus ad dextram numer⁹ sit par aut circularis nota: et totus numerus est par. Si vero vltimus ad dextrā sit vnitas aut impar: et totus numerus erit impar. Prime partis exemplum vt totus numerus 256 est par: quia vltima eius nota 6 est par. Ita et 730: q̄ vltima eius figura est circularis nota. secunde partis exemplū. vt 261 est impar: q̄ extremam habeat vnitatem/ similiter 647: q̄ vltimus numerus sit impar.

2 Proposito quocunq; numero dimidiando/ ei subducatur linea: vltimeq; figure ad sinistram posite sua subscribatur medietas/ et deinde sequentis vsq; in finem: si modo quelibet par fuerit. Et qui subscriptus inuenietur erit numeri propositi medietas.

In dimidiatione a sinistre partis notis incipiendum est et continue in dextram tendendū. Vt sit dimidiandus numerus 842: ei supponatur linea. deinde sub 8 ponatur sua medietas 4. Et sub 4/ sua medietas 2. Et sub 2 vltima ad dextram numeri dimidiandi nota: sua medietas sc; vnitas/ inuenieturq; subscriptus dimidius 421. Et ita in alijs.

$$\begin{array}{r} 842 \\ 421 \\ \hline \end{array}$$

3 Si vero vltima ad sinistrā figura aut quelibet media fuerit impar/ demat ab ea p̄ intellectu vnitas: et supererit numerus par proxime minor/ cui⁹ subscribatur medietas. Deinde transferatur illa vnitas substracta ad sequentē

Dimidiatio.

dexterioremq; figurā: in cuius loco valebit decē. Qui illi figure addātur: et totius aggregati (si par fuerit) medietas subscribat. **Q** si fuerit aggregatum impar: rursus subducatur vnitas et ad sequentē locum transferatur: donec ad extremum dextre partis perueniatur.

$$\begin{array}{r} 972 \\ 486 \end{array}$$

Vt sit dimidiandus numerus 972. Aufero a 9 vnitate: et ipsius 8 paris proxime minoris/ subscribo medietatem 4. Ablatā vnitatē ad secundū locū transfero in quo valet 10: quib⁹ addendo 7 secundo loco scriptum/ fit 17. A quo/ cū sit impar/ iterū aufero vnitatem: et nūeri paris proxime minoris qui est 16 sub signo medietatē 8. Vnitas autē ablata ad primū locum cōparata valet numerū denariū: cui addo binarium primo loco ad dexteram positū/ et fit 12: cui⁹ subscribo medietatem 6: estq; totus dimidiū 486. Cum autē ad extremum nūerū dextre partis peruentum fuerit: necesse est illic numerū parem vel notam circularē esse/ que vnitati denarii adiuncta faciet 10 numerū parem. Et numer⁹ par extremus ad dextram/ denario adiunctus constituet numerum parem: quoniam par pari additus numerum parē constituit/ et ergo huiusmodi extremi facile capietur medietas.

Calculis quoq; expressus numerus prompte in medietatē dūducitur: a summis ad dextrā positis auspicando/ et a paribus quidem in medietatē auferendo/ ab imparib⁹ vero medietatē numeri paris proxime minoris et medietatē vnus/ que signatur per calculum proximo spacio inferiori positū aut a limite in spaciū translatus.

$$\begin{array}{r} 8462 \\ 4231 \end{array}$$

Vt si sit dimidiandus 8462 calculis explicatus: primū a quarto limite auferetur quaternarius et tantū dē relinquetur. Deinde a tertio ablato 2/ a secūdo 3/ et a primo vnitate/ medietarib⁹ sc; inuentorū illic numerorū: dimidiū erit 4231. Et si sit dimidiandus 9754: a quarto limite remouebitur quaternarius cum medio calculo inter quartū et tertium limitem/ a tertio ternarius cum medio calculo inter tertium et secundū/ a secundo limite binarius cū calculo medio inter primū et secundū limites: qui medius calculus significat dimidiū vnus/ calculi proxime superiore limite positi. A primo vero auferetur binarius/ medietas numeri illic positi. Et totus residuus erit: 4877. Nam vltra primū limitē et locū eī note figureq; numerales: numerū imparē signare videātur: semper tamen parem signant.

$$\begin{array}{r} 9754 \\ 4877 \end{array}$$

Si rei cuius vnitas diuidua est/ medietas sit accipienda/ et in vltimo ad dexterā loco ponatur numer⁹ impar: dēpta vnitate subscribatur paris proxime minoris medietas/ deinde extra signetur dēpte vnitatis medietas. Si vero in extremo loco sola ponatur vnitas: loco eius subsignetur ei circularis nota: et vnitatis diuise medietas (vt prius) extra signetur per notam vnitatis superiorem et figuram binarii subiectam.

$$\frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 673 \\ 286 \end{array}$$

Numeri absoluti vnitas indiuidua est. Rerum tamen quibus numerus applicatur vt ligni: vlnē/ pedalis/ cubiti vnitas diuisionem recipit. Sint itaq; dimidianda 573 pedalia: per tertiam regulā in primo ad sinistram loco subscribend⁹ est 2/ in secundo 8/ et in tertio (qui extrem⁹ est ad dextrā) loco 6. Deinde extra signāda est vnitas supereminēs/ et subducta linea binari⁹ suppositus/ designans residuam vnā secundā siue vnā medietatem diuise sc; semi-pedale. Similiter sint dimidiāda 541 pedalia: per eandem tertiam regulam dimidiationis primo ad sinistram loco subsignandus est 2/ secundo vero 7/ in tertio autē loco numeri dimidii ponenda est circularis nota: et extra signanda vnitatis dimidiate medietas.

$$\begin{array}{r} 541 \\ 170 \\ 1 \\ 2 \end{array}$$

Multiplicationis regulæ.

Ad multiplicationē scripto faciendā numerus multiplicandus superiore loco scribendus est/ et ducta linea numerus multiplicās subscribendus directe ad dexterā: vt prima vnus figura prime alterius supponatur et scda scda. Demū ducta linea supponendus est nūerus pductus inuestigatus.

$$\begin{array}{r} 2+ \\ 12 \\ 2+ \end{array}$$

Vt sit numerus 24 multiplicandus per 12: superiore loco scribendus est 24: & ei proxime subiiciendus 12: vt prima inferioris nota sit sub prima superioris/ et secunda sub secunda. Postremo ambobus subscribendus est productus scilicet 288. Veru numerus multiplicatus et multiplicans quadrifaria variari possunt. Primo quod vterque sit simplex & vnica figura expressus. secundo multiplicans simplex et multiplicatus compositus/ pluribusque notis figuratus. Tertio multiplicans compositus et multiplicatus simplex. Quarto vterque compositus. Et quo pacto quolibet horum modorum fiat multiplicatio: sequentes regule ostendent.

Prf.	Scdm
6	12
9	6
54	72
Ter.	Quar.
8	28
12	16
96	4+8

2 Cum tam numerus multiplicans quod multiplicatus est simplex/ ducatur vnus in alterum/ et quod inde provenit/ subscribatur: quia numerus est ex vtroque productus.

Sit 8 numerus multiplicandus per 6: duco 8 in 6/ et puenit 48 numerus productus. nam sexies 8 tantum reddunt. Ita 9 multiplicetur per 7 sic/ septies nouem: et provenit 63 productus. Ceterum ad cognoscendum quid conficit quilibet numerus simplex in simplicem ductus: inspicatur descriptio numeralis Pythagore quadrato spacio in longum et latum eque porrecta/ et numerus qui in vtriusque et multiplicantis scilicet et multiplicati ponitur limite scilicet a sursum in deorsum et a sinistro in dextrum: is est quem vnus in alterum ductus producit. Vt si quis noscere velit quem numerum producat 8 in 7 ductus: a limite in cuius summitate ponitur 8 descendat quousque in eum coincidet limite a sinistro in dextrum porrectum: in cuius principio ponitur 7: et respiciat quis numerum in vtriusque illorum limitum coincidentia descriptus est: inuenietque 56/ qui sane numerus est ex 8 in 7 productus. Et idem dictum est in quarta regula multiplicationis calculatorie. Pythagorica autem numerorum descriptio in prima proprietate multiplicis/ itaque in secunda specierum numeri plani requirenda est: et predictis in locis folio quidem decimo septimo item et vicesimo figurata.

8
6
+8
9
7
36
5
7
56

3 Cum multiplicans est simplex et multiplicatus compositus/ multiplicans primo ad dextram loco subscribendus est: et sigillatim ad singulas figuras numeri multiplicandi comparandus: a dextra sinistram versus procedendo. Et quod fit ex ductu multiplicantis in primam multiplicati figuram: directe primo loco subscribatur/ quod vero ex eiusdem in secundam ductu: secundo loco, et quod in tertiam: tertio, et ita deinceps. si modo proveniens numerus vna scribi nota possit.

Vt sit numerus 234 multiplicandus per 2. Ducobinariu subter ad dextram descriptum primo in 4/ primam figuram numeri multiplicandi: et puenit 8/ primo ad dextram loco subscribendum. Deinde eundem multiplicantem 2 duco in 3 secundam figuram numeri multiplicandi: et provenit 6/ secundo loco supponendus. Tertio duco 2 in 2 tertiam numeri multiplicandi notam: et provenit 4 tertio quidem loco subscribendus. estque totus productus 468.

234
2
468

4 Si autem productus ex ductu multiplicantis in primam aut quamlibet mediam numeri multiplicandi notam/ non possit vna scribi figura sed solum pluribus: eius prima subscribatur suo loco/ residua vero seruetur et addatur producto ex ductu multiplicantis in sequentem figuram. Et id quoties opus est fiat/ donec ad extremam in sinistra parte notam perueniatur: cuius productus (et si pluribus annotandus sit figuris) totus est exprimendus.

Vt sit numerus 684 multiplicandus per 3. Ducobinariu in 4 et provenit 12: cuius prima nota 2 subscribat/ et secunda que vnitas est mente seruetur. Deinde duco 3 in 8 et fit 24: cui addita vnitas que ante fuit seruata efficit 25. Eius itaque totius aggregati prima nota 5 subscribatur: et secunda scilicet 2 seruetur. Postremo duco 3 eundem multiplicantem in 6 et fit 18: cui addo binarium ante seruatum fitque 20/ quem prius scriptis numeri producendi notis subnecto. Estque totus productus: 2052.

684
3
2052

5 Cum multiplicans est compositus et multiplicatus simplex: quelibet figura multiplicantis sigillatim comparanda est ad multiplicatum. Et quod fit ex

l. 1.

Multiplicatio.

prima multiplicantis in multiplicatum: scribendum est totū directe sub prima. Quod vero ex secunda: inferiore gradu et directe sub secunda. Et quod ex tertia: adhuc inferiore loco et directe sub tertia multiplicatis. Et ita de ceteris quousq; omnes figure multiplicantis ad multiplicatum fuerint comparate. Deinde per additionem omnes diuersis locis sub scripte figure in vnam summam colligende sunt: que est numerus productus.

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 543 \\ 18 \\ 24 \\ \hline 30 \\ \hline 3256 \end{array}$$

Vt sit numerus 6 multiplicandus per 5+3. Duco 3 in 6 prouenit 18: quem subscribo primo loco. Deinde duco 4 in 6 et prouenit 24: quem scribo sub secunda multiplicantis figura inferiore loco. Postremo duco 5 in 6 et prouenit 30: tertio loco et inferius scribendus. Oēs deinde producti sigillatim in vnam summam hoc modo colligantur. In primo ad dexteram loco solū 8 ponitur: et linee subducte subiiciendus est. In secundo 1 et 4 simul iuncti faciūt 5: secundo loco supponendum. In tertio 2 et circularis figura supposita solum reddunt 2: tertio loco subdendum. In quarto vero loco ternarius solus collocatur: et linee ducte itidem subscribendus est. Totusq; productus est 3256.

Cum vterq; numerorum multiplicationis est cōpositus: quelibet figura multiplicantis ad omnes multiplicati sigillatim comparetur. Et quod ex prima multiplicantis in singulas multiplicati prouenerit: ponat in vno limite sub prima multiplicantis incepte et ad sinistrum porrecte. Et quod ex secunda: collocetur directe sub secunda: sed inferiore loco. Et quod ex tertia: sub tertia tamen inferiore situ: vt vltima docuit regula: simul obseruādo quod precepit penultima. Expleta vero omnium comparatione colligantur omnes sparsim sub signati numeri in vnam summam: que est numerus productus.

$$\begin{array}{r} 361 \\ \hline 24 \\ \hline 144 \\ \hline 72 \\ \hline 864 \end{array}$$

Sit nūer⁹ 36 multiplicandus p 24: duco 4 (que prima est multiplicatis figura) in 6: et fit 24: cuius primam notam + sub signo et alteram mente recondo. Deinde duco 4 in 3 et fit 12: cui addo 2 ante seruatam et fit 14: quem totum subscribo per quartā regulam. Postea duco 2 (que secunda est multiplicatis nota) in 6 et prouenit 12: cuius primā notam 2 scribo inferiore loco sub secunda figura multiplicantis: et alteram seruo. Postremo duco 2 in 3 et prouenit 6: cui addita vnitas prius seruata efficit 7: quē adiungo alteri ad sinistram. Deinde in vñū colligo numerorum passim productorum summā. que est 864. Eodē ordine si 234 multiplicetur per 23: comparando primo 3 primam multiplicantis ad quālibet triū multiplicati: et productos vno limite sub signando. Deinde 2 secundā multiplicantis ad quālibet triū multiplicatorum: et productos inferiori limite describendo. Postea duorum limitum per additionem summam colligendo: proueniet numerus productus 5382.

$$\begin{array}{r} 234 \\ \hline 23 \\ \hline 702 \\ \hline 468 \\ \hline 5382 \end{array}$$

Si numero multiplicante aut multiplicato occurrit circularis nota: siue multiplicando ad eam comparetur alia consimilis nota siue figura numeralis: sub signanda est eius loco huiusmodi semper circularis figura.

$$\begin{array}{r} 246 \\ \hline 20 \\ \hline 000 \\ \hline 492 \\ \hline 4920 \end{array}$$

Exemplum vbi ponitur in multiplicante et non multiplicato, vt numer⁹ 246 multiplicet per 20: prima multiplicatis nota i quālibet triū figurarū multiplicati ducta: nō pducit nisi 0 ter sub signandū. Deinde secunda multiplicatis in quālibet triū notarū multiplicati ducta creat 492 et collectione aborū limitū p additionē facta: proueniet productus 4920. Exēplū vbi cōtra ponit in multiplicato et nō multiplicatē: vt nūer⁹ 220 multiplicet p 14. Ex ductu prime note multiplicantis in notā circularē: solū proueniet nota circularis: in principio primi limitis sub signanda. Si ex ductu secunde figure multiplicantis in eādē notā: eadē proueniet in principio secundi. Et amborū limitū cōpletorū numeris in vñū collectis: proueniet summa 3080. Exēplū vbi ponitur in multiplicante et multiplicato: vt nūer⁹ 3040 multiplicetur per 200. Prima nota numeri multiplicantis in omnes multiplicati figuras siue circulares siue alias ducta: totum primū limitē cōstituet ex notis circularib⁹. Et secunda itidē ad oēs cōpata totū scdm. Tertia vero nūeri multiplicatis nota q̄ significatiua est i primo &

$$\begin{array}{r} 220 \\ \hline 14 \\ \hline 880 \\ \hline 220 \\ \hline 3080 \\ \hline 3040 \\ \hline 400 \\ \hline 0000 \\ \hline 0000 \\ \hline 6080 \\ \hline 608000 \end{array}$$

tertio sui limitis loco producet o: sicut eisdem locis sūt i multiplicato. Et tribus in vnū limitibus collectis; nam notarum circulariū loca seruanda sunt; et in additione ybi nulla est figura significatiua; predictis notis signanda) proueniet tota sūma 608000.

Si i multiplicante et multiplicato plures fuerit huiusmodi circulares note & solum vna nūeri significatiua figura in fine vtriusq; sufficit figurā significatiuā vnus p figuram alterius multiplicare / productūq; ad sinistram subscribere; et omnes circulares notas tam in multiplicante q̄ multiplicato re-
pertas ad dextram ipsi producto adiicere.

Vt numerus 500 multiplicetur per 20. Ducto 2 notam nūeralem multiplicantis in 5 postremam multiplicati; et prouenit 10; cui deinde addo ad dextram tres notas circulares; q̄ due erant in multiplicato et vna in multiplicante; et totus productus est 10000. Similiter si 6000 multiplicetur per 30; ducto 3 in 6 et prouenit 18; quem scribo ad partem sinistrā; eiq; additio quattuor notas circulares; q̄ tres fuerint in multiplicato et vna in multiplicante; fietq; productus 180000.

500
20
10000
6000
30
180000

¶ De duplatione.

1 Duplatio est nūeri ad datum numerum dupli assignatio. Triplatio ad ppositum tripli designatio. Quadruplatio: quadrupli. et ita deinceps per species multiplicis procedendo.

¶ Omnes iste et conuimiles species sub multiplicatione continētur; eademq; lege (qua multiplicatio) fiunt. vt sequens regula cum exemplis ostendet.

2 Siquis propositum numerum duplare velit; eū per duo multiplicet; et produ-
cetur duplus. Si triplare; multiplicet per tria. si quadruplare: per quattuor
Et ita deinceps.

Vt sit numerus 27 duplandus; ducto in ipsum binarium per tertiam et quartam regulā multiplicationis; et prouenit 54 eius duplus. In eundē ducendo ternariū; producit 81 eius triplus. Postremo si idē per 4 multiplicetur; pduceret 108 eius quadruplus. Et ita de quin-
cuplo etlescuplo dicendum est ducendo numerum denominātem multiplicis in numerum propositū cuius queritur talis multiplex. Et tāta scriptura q̄ calculis fiunt he species a dextra parte incipiendo et in sinistram tendēdo. Verum in calculis proceditur a maioribus numeris ad minores; in scriptura vero contra a minoribus ad maiores.

78
156
Duplus.
48
144
Triplus.
24
96
Quadrup.
27
2
54
27
3
81

¶ De progressionē.

1 Progressio est numerorum equaliter a se distantium; et equali dimissio in tertio sumptorum in vnā summam collectio. Et vt precederes ad multiplicationem reducitur.

Equaliter a se distant numeri; cum eorum differentie sūt equales; vt 2. 3. 4. 5. 6. quorū quilibet proximo sola distat vnitate. Quo fit vt solum inter numeros constituentes continuam medietatem arithmeticam fiat progressio; completurq; additione et multiplicatione; vt sequentes regule ostendent.

2 Si numerorum equidistantium et cōtinuo ordine dispositōrū series est par; iungatur eorū primus cum vltimo / et aggregatū ex eis multiplicetur per medietatē nūeri ipsius seriei. et quod prouenit est illorum summa: quod p additionem quoq; facile constat.

He regule veritate habet siue dati nūeri vnitate; siue binario; aut alia quacūq; differentia inter se distāt. Preterea siue ab vnitate aut alio quouis nūero eorum sumatur exordium. Vt sit dati nūeri. 1. 2. 3. 4. quorū series est par; nā sūt quattuor. Iungo vnitatem cū 4 primo cum vltimo; et fit 5; quē multiplico per binarium qui est medietas numeri seriei; producitq; 10; oim aggregatorū sūma. Similiter sint dati quattuor alij; 2. 4. 6. 8. Iungo primū cū vltimo sc;

27
4
108

Diuisio.

2 cum 8/ et fit 10: quem multiplico per binariū/ qui medietas est nūeri seriei: prouenitq; 20 datorum simul sumptorum (vt additio ostendit) summa.

Si numerorū equidistantiū et continuo ordine sumptorum series est impar: 3 multiplicetur numerus seriei per numerum datorum mediū/ et nūerus qui producitur est tota illorum sūma. et id quoq; facile additio prodit.

Numerū seriei uoco numerum explicantē quot in ea serie sunt numeri. Numerum uero medium: qui equidistat ab extremis. vt sint dati numeri 1. 2. 3. 4. 5: illius seriei quinquarius est numerus/ q; quinq; dati sunt numeri: ternarius uero medius est. Itaq; multiplico 5 numerum seriei per 3 numerum mediū et producitur 15 qui est tota eorum summa. Ita dentur quinq; alij 2. 4. 6. 8. 10. multiplico 5 numerum seriei per 6 numerum medium: et proueniet 30/ omnium cōiunctorū sūma. Et si dati fuerint 3. 5. 7. multiplico 3 numerum seriei per 5 nūerum medium et proueniet 15/ qui est datorū numerorum simul sūptorū summa.

¶ Diuisionis regule.

In diuisione figurali/ numerus diuidendus primo notandus est. Deinde ductis duabus lineis/ eo distātib; interuallo vt iter eos alius scribi possit nūerus: ipse diuidens subscribatur/ ad sinistramq; locetur. In illarum autē linearum spacio scribēdus est numerus denominans quoties diuidens est in diuiso. Et is est qui queritur.

48

16

3

Vt si 48 debeat diuidi per ternarium: superiori parte 48 collocādus est. deinde due linee ducende a se inuicem aliquantula intercapedine distantes: vt ipsis possit inscribi numerus. et numerus diuidens 3 inferiori linearum subscribendus est ad sinistram: quoniā ab ea parte diuidens sensim in dextram transferendus est/ quandoquidem in figurali sicut et calculari diuisione a maioribus numeris ad minores procedatur. Postremum lineis illis inscribendus est numerus ex diuisione proueniens: siue denominans quoties diuidēs ē in diuiso/ qui est 16. At cum in diuisione numerus diuidendus debeat esse compositus et diuidēte maior: ea bifariā fit. primo cum diuidēs est simplex et vna nota expressus. Secundo cum idem est compositus/ pluribusq; notis signatus.

Si diuidens est simplex: substrahatur quoties potest ab vltima ad sinistrā 2 figura numeri diuidendi/ si modo hec maior fuerit. Et quoties ablat⁹ fuerit: signetur directe sub prima figura numeri diuidendi inter duas lineas. Et si quid ablatione facta superest minus diuidente: scribat⁹ sup figurā a qua facta est ablatio. Deinde ab eo residuo cū sequente figura iterum quoties potest auferatur diuidēs et quoties ablatus fuerit: lineis interscribatur/ donec ad extremum dextre partis peruentum fuerit.

1

36

18

2

1

48

16

3

Vt sit 36 numerus diuidendus per 2. Substraho 2 semel a 3 prima ad sinistram nota diuidendi: et lineis inscribo vnitatem. At vnitatem ex prima residuā ei suprascribo/ et cōparo ad secundā numeri diuidēdi notā: cū qua facit 16. A quo numerū diuidētem octies substraho. & signo in medio 8. Itaq; nūerus ex diuisione proueniens est 18: et toties est nūerus 2 diuidēs in 36 numero diuidendo. Aliud exēplū. sit 48 numerus diuidendus per 3. Substraho semel 3 diuidēte a 4 prima ad sinistrā figura diuidendi et lineis inscribo vnitatem. Residuam uero vnitatem prime note suprascribo ei et cōparo ad secundam cum qua facit 18 a quo sexies 3 substrahi potest. Inter lineas itaq; ad dextram noto 6 et totus numerus ex diuisione proueniens est 16.

Completa diuidentisa qualibet diuidendi cum precedentis (si quod fuerit) residuo/ subtractione: nūerus duabus lineis interceptus est numer⁹ ex diuisione proueniens. Et si quid cōsumata diuisione superauerit: extra ad dextrum latus signandum est/ cum annotatione quota pars aut quot et quote partes sunt/ numerū diuidentis.

Vt sit numerus 465 diuidendus per 4. Quia numerus diuidens semel a prima diuidendi nota subtrahitur nullo restante: et semel iterum a secunda sed restante binario qui ei superscribendus est: et ad tertiã comparatus efficit 25: a quo diuidens sexies subtrahitur remanente vnitare. Ideo numerus ex diuisione pueniens est 116 et vna quarta diuidetis. Est enim superans vnitã quarta pars quaternarij. Ita si numerus 786 diuidatur per 4: ex regula precedente cognosceat ex diuisione puenire 196 et vna secunda scilicet binarius que est secunda pars siue medietas quaternarij. Et illa extra signatur per duos numeros linea interiecta distinctos: quotum superior designat numerum an vna sit an plures: secunda vero denotatione an secunda sit vel tertia.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 465 \\ \hline 116 \\ 4 \quad \frac{1}{4} \end{array}$$

4 Cũ vero prima ad sinistram aut quelibet media figura diuidendi minor est quam diuidens: auferat ab illa medium diuidetis. Et si medietate minor fuerit: ab illa et sequente diuidetis auferatur medietas sumendo a sequente numero quinq;. Et mente teneat denotans illam ablationem scilicet 5 / addendum denotanti ex sequenti subtractione prouenienti: eiq; adiunctus subscribendus est dexteriori figure a qua posterius facta est subtractio.

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \\ 786 \\ \hline 196 \\ 4 \quad \frac{2}{4} \end{array}$$

Vt sit 29 diuidendus per 4: aufero a prima nota numeri diuidendi medietatem diuidentis / et huiusce ablationis denotantem scilicet 5 (nam medium loci sinistrioris est 5 in proximo loco dexteriori) mente seruo. Deinde aufero 4 bis a secunda nota numeri diuidendi: et binarium illam ablationem denotantem adiungo quinario prius mente seruato: et fit 7 que lineis interpono sub dexteriore figura scilicet 9: a qua ultimo facta est subtractio et superest vna quarta. Similiter sit 15 diuidendus per 3: quia prima nota numeri diuidendi est minor medietate diuidetis: sumo ex secunda nota quinarium qui cum prima facit medietatem ternarij. Et huius ablationis denotantem scilicet 5 mente seruo. Deinde a residuo secunde note quod remansit sublato scilicet a quaternario remoueo semel diuidentem: et vnitatem eam subtractionem denotantem addo ad 5 mente seruatum fitque totus ex diuisione proueniens 6 ad dextram scribendus cum vna tertia.

$$\begin{array}{r} 2 \quad 9 \quad \dots \\ 7 \\ \hline 4 \quad \frac{1}{4} \\ + \\ 4 \\ \hline 19 \\ \hline 6 \\ \hline 3 \\ \hline 1 \\ \hline 3 \end{array}$$

5 Si ablata medietate diuidetis ab aliqua figura numeri diuidendi non maneat illo loco aliquod integrum sed solum medietas vni: qui in loco dexteriore valet quinq; illa addenda est sequenti figure numeri diuidendi: et ex ambobus integer numerus constituendus est: et ab eo subtractio facienda.

Vt sit numerus 246 diuidendus per 3: a prima ad sinistram nota numeri diuidendi remoueo medietatem diuidetis scilicet vnum cum dimidio: illius remotionis denotantem scilicet 5 mente seruo et residuum illius prime note scilicet medietatem vnius transsero ad sequentem figuram scilicet 4: et ei in suo loco scilicet secundo superscribo in quo valet quinq; cui adiuncta secunda nota scilicet 4: facit 9 a quo ter subtraham diuidentem et ternarium denotantem quinario prioris subtractionis denotanti addo: fitque 8 sub secunda figura diuidendi: inter lineas scribendum. Deinde subtraham eundem diuidentem ab ultima diuidendi figura scilicet 6 bis et binarium denotantem ei inter lineas superpono. Estque totus ex diuisione proueniens 82. Et hec cum precedente magnam requirit vsum.

$$\begin{array}{r} 5 \\ 246 \\ \hline 82 \\ \hline 3 \end{array}$$

6 Quod si prima et secunda figura numeri diuidendi minor est quam vt ex eis sumatur medietas diuidetis: resoluenda est per intellectum prima ad sinistram in minores suas partes, quibus conspectis facile constat quoties in eis est diuidens: quemadmodum in calculis fieri quam apertissime liquet.

Vt si numerus 22 sit diuidendus per quinq; prima et secunda figura sume non faciunt medietatem diuidentis que est duo cum dimidio. Nam prima quidem figura duo significat: et secunda vero non dimidium vni precedentis loci complectitur quod est quinq; sed solum binarium. Itaque prima ad sinistram existimanda est vt 20 a quo quater subtrahitur quinq;. Hinc et lineis interceptus et interponendus est: manentibus duabus quintis residuis. Ita si 34 diuidendus sit per 7 quia prima ad sinistram nota cum secunda: non continet medium diuidentis: hinc prima eius nota que valet 30 diducenda est et resoluenda in partes minores: inueniunturque in 30 quater 7 et due septime. quare in 34 reperitur 7 quater et superant sex septime. Quod longe facilius in calculis percipitur.

$$\begin{array}{r} 22 \\ 4 \\ \hline 5 \quad 2 \\ \hline 5 \\ \hline 34 \\ 4 \\ \hline 7 \quad 6 \\ \hline 7 \end{array}$$

7 Si consumata subtractione superest in loco extremo ad dextram nota circularis in numero diuiso: illa addenda est numero denotanti in eadem parte. Si ver

f. iij.

Diuisio.

ro vltimo loco numeri diuidendi ad dextrum superest numerus minor diuiso: ille extra signandus est/ et eius loco in denominante circularis nota signanda.

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 600 \\ \hline 150 \\ \hline 4 \\ \hline 1 \\ \hline 363 \\ \hline 90 \\ \hline 4 \quad \frac{3}{4} \end{array}$$

Vt sit numerus 600 diuidendus per 4/ subtrahō semel 4 a 6: et lineis eodē loco inscribo 1. superatē vero binariū suprascribo in eodē primo loco: qui cōiunct⁹ note circulari secundo loco posite constituit 20/a quo quinquies aufero numerū diuidētē 4: et lineis quinarīi notā interpono. Et loco note circularis restantis in numero diuidēdo/ interfero lineis ad dexterā etiā notā circularē. Estq; tot⁹ ex diuisione pueniēs 150. Exēplū secūdi vt sit nūerus 363 diuidēd⁹ p 4 subtrahō a 3 medietatē +: et restantē vnitatē eodē loco suppono. Factā autē ablationē denominantē quinarīū mēteseruo. vnitatē vero primo loco residuā adiūgo scdē note diuidēdi sc; 6 et reddit 16: a quo subtrahō nūerū diuidētē quater/ et illū quaternariū adiungo quinarīo pri⁹ seruato facitq; 9/ quē sub scda nota diuidēdi lineis inscribo. Et loco nūeri in diuidēdo superat⁹ (q; diuidētē sit minor) signo in denominatē ad dextrā notā circularē/ minorē autem numerū extra signo: ei diuidentem supponendo.

Idemtidē cum medio loco occurrit in numero diuiso numerus a quo diuidens subtrahi nō potest/ a quo itidē et sequēte nō potest medietas diuidētis auferri: eo loco in numero denominatē signāda est nota circularis. Et transferendus diuidēs ad vltiorem locū: auferēduq; a duobus coniuncti sumptis. Quod sepius faciendū occurrit: vbi ab vna sola diuidēdi figura non potest diuidens auferri. Eadē regula de circulari nota in medio posita itidem intelligatur.

$$\begin{array}{r} 624 \\ \hline 106 \\ \hline 6 \\ \hline 604 \\ \hline 201 \\ \hline 2 \quad \frac{1}{3} \end{array}$$

Vt sit nūerus 624 diuidēd⁹ p 6. Subtrahō semel diuidētē a prima diuidēdi nota/ et inter lineas signo vnitatē. Et quia a sequēte nota nō potest subtrahi diuidens neq; ei⁹ medietas/ immo a scda et tertia nō potest subtrahi diuidētis medietas: iccirco in denoiante ānorāda est prius scripte vnitati circularis nota ad dextrā. Deinde diuidens a scda et tertia notis diuidēdi coniunctis subtrahēdus est. et ab eis sexies auferit: quare postremo ad dexterā loco in denoiante notādus est 6. Eritq; tot⁹ ex diuisione pueniēs lincis intermedius/ 106. Si nūer⁹ 604 diuidat⁹ p 3. Aufero a 6 prima nūeri diuidēdi nota bis 3/ et signo denoiantē 2/ cui ad dextrā adiūgo circularē figurā respondētē eidē note i diuidēdo. Deinde translato ad dextrā diuidētē/ aufero eū semel ab vltima ad dextrā diuidēdi nūeri nota: et signo denoiantem vnitatem superatq; vna tertia. Itaq; totus ex diuisione pueniens est 201 et vna tertia.

Si vero ad diuidētē addatur vna aut plures note circulares: solum figura numeralis diuidētis auferēda est a figuris diuisi. Debetq; ante tot diuisi dexteriores figuras cessare diuisio: quot sunt in diuidētē circulares note.

$$\begin{array}{r} IIII \\ 42600 \\ \hline 1353 \\ \hline 3 \quad \frac{10}{30} \end{array}$$

Et residue diuisi figure signētur extra cum diuidente/ tanq̄ residue. Ipsi autem denominati non sunt apponēde circulares note.

$$\begin{array}{r} 4326 \\ \hline 63 \\ \hline 100 \\ \hline 26 \\ \hline 100 \end{array}$$

Vt si nūerus 40600 diuidendus per 30. Remoueo semel 3 a 4 et signo denominantē 1. Residuā autē vnitatem iungo cū sequēti nota circulari et reddit 10/a quo ter subtrahō diuidētē 3: et denominantē 3/ inter lineas colloco. Rursum vnitatē residuā ad 6 tertiā diuidēdi notā cōparō/ cū qua facit 16: a quo quinquies aufero diuidētē 3/ et signo denominantē 5. Iterū residuā vnitatē iūgo ad sequētem in nūero diuidēdo notā circularē: cū qua reddit 10/a quo ter subtrahō diuidētē 3: et signo denominantē 3. Postremo residua vnitatis cum postrema nota circulari efficit 10: a quo nō potest amplius subtrahi diuidēs/ sed extra cū diuidente signādus est. Similiter nūerus 4326 diuidatur per 100. Subtrahō vnitatem diuidētē a + prima diuidēdi nota 4/ quater: et signo pro denoiante 4. Eundem diuidētē detraho ipsi 3 secunde diuidēdi note ter/ et pro denominante lineis interpono 3. A residuis autē duabus diuidēdi notis amplius nō potest subtrahi diuidēs: sed extra signāde sunt cum diuidente. Et ex diuisione pueniet 43 et 26 centesime.

Cum diuisor ex multis cōponit figuris: vltima diuidētis sub vltima diuisi et penultima sub penultima ad sinistrū collocāda est. Subtrahendaq; extrema diuidētis ad leuā ab extrema diuisi sibi respōdētē: nō quidē sepius quo

ties potest / sed quoties sequentes figure diuidētis a figuris diuifi sibi respō dentib⁹ subtrahi possunt. Et cōpleta vna oīm subductione: scribēdus est nūerus donoians subyltīma ad dextrā / a qua facta est subtractio. Deide i dexteriorē ptē trāsserēde sūt diuidētes figure: quousq; cōsumata fuerit di uisio / tūcq; cōspiciet nūerus denoians lineis interceptus.

$$\begin{array}{r} 38 \\ 19 \\ \hline 43 \\ 16 \\ \hline 24 \\ 6+33 \\ \hline 268 \\ 24 \\ \hline 6 \\ 4+ \end{array}$$

Sit nūerus 6 + 38 diuidēdus per 24. Subtrahio 2 primā diuidētis bis a prima diuifi. et supe rātē illius prime note binariū ei suprascribo / cōparoq; ad secūdā diuidēdi figurā sū qua fa cit 24: a quo etiam bis remoueo + / secundā diuidētis notā: et totius subllractionis deno minātē binarium lineis interfero. Residuū vero 16 suprascribo: a quo primā diuidētis notā sc; 2 aufero / sexties / et restat + suprascribēdus. qui cōparatus ad tertiā diuidēdi notam sc; 3 facit 4-3: a quo sexties aufero / secundā diuidētis notā sc; 4 / et remanet 19 suprascribēdus / tot iusq; iterū subllractionis notā sc; 6 interfero lineis. Rursū a residuo 19 subtrahio primā diui dētis notā sc; 2 / octies: et restat 3. quē suprascriptū cōparo ad vltimā diuidēdi notā ipse dex tra et siml' efficit 38: a quo toties sc; 3 octies remoueo / scđam diuidētis notā sc; 4 / et denoian tē tot⁹ subllractionis lineis iscribo. Residuū vero senariū extra signo cū diuidēte. Tot⁹ itaq; numerus ex diuisione proueniēs est 268 et sex vicesimequarte.

11 Si nō toties potest scđa diuidētis figura a secunda diuifi subtrahi aut q̄libet sequēs / quoties priā a primā / tēteē ante diuisionē si prima vno min⁹ q̄ oino possit sublata / scđa toties possit a sua subtrahi. Q; si nō: videatur an du abus vicibus minus sublata / scđa toties sustollī possit. Deide an tribus / pos stea an quattuor: quousq; ad eū pueniatur numerū scđm quē oēs diuiden tes figure a sibi respōdentibus diuifi figuris equaliter auferantur.

Vt sit nūerus 98 diuidēdus p 16. Possit qdē priā diuidētis auferri nouies a priā diuifi: sed secunda diuidētis a secūdā diuifi toties auferri nō possit / imo ne femel quidem. Possit et octies prima a primā auferri sed non toties secūdā diuidētis a residuo sc; 18 detrahi potest. Possit et septies prima a prima auferri sed secunda diuidētis non toties a remanēte 28 detrahi valeret. At si sexties auferatur prima diuidētis a prima diuidēdi: scđa a residuo sc; 38 toties poterit auferri. Itcirco auferatur vnitas prima diuidētis / sexties a 9 prima diuidēdi et eodē loco ei supscribatur 3 / qui cū 8 secūdā figura diuidēdi facit 33: a quo 6 scđa figura di uidētis itidē sexties auferatur / et lineis interponatur denominās 6. Deinde residuū binarium extra signo cū diuidēte. Et prouenit ex diuisione: 6 cū duabus decimisextis.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 98 \\ 6 \\ \hline 16 \\ 2 \\ 8+ \\ \hline 6 \\ \hline 14 \end{array}$$

Si prima diuidētis figura sublata a primā diuifi / maner aliquid residuū: illud supercribat prime diuifi / et intelligat in eodē quo diuifū est loco. Deide se cunda figura diuidētis subllrahēda est ab eo residuo sūpto cūsequēte figu ra diuifi. Cū vero integrū ab integro subtrahi non potest: subducatur me diū cuiuslibet diuidētū a sua superiore figura / vt pri⁹ dictū est. Et quod cō pleta diuisione superest: signetur extra / ductaq; linea intermedia ei suppo natur diuisor.

Vt sit 465 diuidēdus p 19. Aufero bis 1 primā diuidētis notā a 4 prima diuifi: et superest 2 ipsi prime note supscribendus. Et hic binarius cū 6 secūdā diuidēdi notā facit 26: a quo iti dē bis aufero 9 scđam diuidētis notā / et signo denominantē 2 sub scđa nota diuidēdi. De inde ab 8 residuo subtrahio priā diuidētis q̄ter / et residuū q̄ternariū eodē loco supscribo: q; cū tertiā diuidēdi notā q̄ est 5 / facit 45: a quo etiā quater / remoueo scđam diuidētis notā sc; 9. signoq; inter lineas denominantē 4 / et 9 residuū extra signo cum diuidēte. Itaq; tot⁹ ex diuisione proueniens numerus est 24. et nouem decimenone.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ \hline 405 \\ 2+ \\ \hline 199 \\ \hline 19 \end{array}$$

13 Si prima ad sinistrā figura numeri diuidētis a sua superiore subllrahitur ma nente residuo / ahe vero a suis subllrahūtur quidē / sed nullo manente resi duo: vbi vacuus est locus in nūero diuidēdo signāda est circularis nota. et adiuncte sibi figure comparanda.

Diuisio.

Sit nūerus 455 diuidendus per 24. Substraho semel 2 a 4 primā a prima/ et residuum binarium suprascriptum ad sequentem cōparō notā faciūtq; 26 A quo semel substraho + secūdam diuidētis notā: et superest 22/ signoq; inter lineas denominantē scilicet 1. Deinde a primo ad sinistram binario suprascripto remoueo prime diuidētis note medietatem: et residuam vnitatem suprascribo. Sic a secundo binario supposito remoueo medietatē secūde diuidētis/ et nichil est residui: ppter ea eisuppono notam circularē/ et huius substractiōis sc; 5 denotantem mente retineo. Postremū a 10 supercripto remoueo quater primā diuidētis notā/ et residuum binariū note circulari supercribo: qui ad tertiam diuidēdi notā cōparatus efficit 25. A quo etiam quater aufero secūdā diuidētis notā: et ipsū denotātē sc; 4 cum quinario prius seruato cōiūgēdo/ cōstituit 9 lineis iscrībēdus: residuū vero nūerus sc; 9 extra signādus est cū diuidēte. Estq; totū ex diuisiōe pueniēs 19 et nouē vicesime quarte.

Si prima ad sinistram figura diuidētis potest substrahi a sua figura tantum semel et alie similiter a suis substrahi toties nullo manēte residuo possunt: apponenda est nūero denomināti illo loco circularis nota/ et figure diuidētis in alium sunt locum transferende.

Vt sit nūerus 1212 diuidēdus per 12. Substraho primam diuidētis a prima diuisi et secūdā a secūda semel/ signoq; denominantē inter lineas vnitatē: cui (q; nichil est residuum) annexo notam circularē. Iterū aufero primam diuidētis a tertiā diuisi et secūdā a quarta/ signoq; denominantem vnitatem: erit vtiq; totus numerus ex diuisione proueniēs 101/ nullo prorsus residuo. Et idem est si prima diuidētis substrahatur bis aut ter aut quoties libet: dummodo sequentes totiens auferantur et nullo vtrobiq; residuo remanente.

Cum fere ad finē vsq; peruentum fuerit et solū vna restat figura numeri diuidēdi aut plures/ sed a quibus integer numerus diuidens substrahi nō possit: ille extra limitem signentur/ subducaturq; linea cui subscribatur diuidens.

Vt si numerus 4811 diuidēdus p 24. Aufero 2 primam diuidētis a 4 primā diuidēdi bis et toties secūda a secūda: signoq; inter lineas sub secūda diuidēdi 2. Deinde due restant note diuidēdi sc; 11/ sed a quibus nō potest totus diuidēs auferri neq; eius medietas: accirco extra signande sunt cū diuidēte/ sed tot ad denominantē addende sunt circulares note: quorū sunt loca occupata a notis residuis a quibus non fit diuisio aut substractio. Et quia in presētē ex pto sunt duo loca sc; primū et secūdus occupata a notis residuis: ideo due addende sunt circulares note. Et ex diuisione pueniunt 200 et vndecim vicesime quarte.

Diuisio figuralis per talē multiplicationē pbat et multiplicatio p diuisionē sicut calcularis dicta est cōprobari: vnam per alterā disquirendo.

Vt diuidatur 48 per 4: pueniet ex diuisione 12. Et an facta diuisio recta sit perquirēs: multiplicet 12 nūerum ex diuisione proueniētē per 4 numerum diuidēte/ et producet 48. Similiter si 12 multiplicet p 4. proueniet 48. Qui productus rursū diuidatur per multiplicantē 4/ et ex diuisione proueniet numerus multiplicatus 12. quare prior diuisio et multiplicatio fuit cōueniens. ¶ Solent autem qui praxim numerādi determinant annexere alteram supputationis speciem/ vtpote radicum extractionē: hoc est lateris tetragonici aut cubici inuentionem. Quam cōsulito omisimus: tum q; eius cognitio contemplationi potius numerorum q; praxi vsuiq; sit accommodata. Hic autem ea determinanda suscepimus que potissimum applicandē ad sensibiles supputationes/ adaptationemq; habent. Tū q; ea inuestigatio/ si complete fieri debeat diffusioem perit q; tetragonici aut cubici lateris inuendi determinationem. Nempe non minus cognitū dignum est/ regulasq; requirit trigonū propositi aut pentagoni aut cuiusuis alterius specierum numeri plani latus designare q; tetragonū: neq; potior videtur de hoc q; illis faciēda determinatio. Tum q; proxime sequēs libellus hanc radicū subductionē cū in tetragonis tū in cubis aperte planeq; ostēdit. Quare de amphiori faciēda eiusdē rei mentione impresentiarum super sedendum duxim.

¶ COMPENDII DE PRAXI ARTEQ; VENUMERANDI FINIS. ¶

OPVSCVLVM de paxi numerorum quod algorismum vocant.



Mnia que a primeua rerum origine processerunt: ratioe nūerorū forma-
ta sunt et quæ admodū sūt: sic cognosci habēt. Vnde in vniuersa rerū co-
gnitione ars numerādi est operatiua. Hanc igitur scientiā nūerandi cō-
pēdiōsā philosoph⁹ edidit noīe Algorism⁹: vnde et Algorism⁹ nūcūpa-
tur: vel ars numerādi: vel ars introductoria in numerū. ¶ Numerus qui-
dē dupliciter notificatur. Materialiter: vt numer⁹ est vnitates collecte.

Formaliter vero: vt numer⁹ est multitudo ex vnitatibus profusa. Vnitas
vero ē qua vnaq; res dicit vna. ¶ Nūerorū ali⁹ digit⁹/ali⁹ articul⁹/ali⁹
numerus cōpositus. Digitus quidē est oīs numerus minor denario. Articulus vero est om-
nis numerus diuisibilis i decem partes equales: ita q; nichil residuū sit. Cōpositus siue mix-
tus est qui constat ex digito et articulo. Et sciendū est q; omnis numerus inter duos articu-
los proximos est cōposit⁹. ¶ Huius autem artis nouem sunt species: scilicet numeratio/ad-
ditio/substratio/mediatio/duplatio/multiplicatio/diuisio/progressio/radicū extractio. Et
hoc dupliciter: qm̄ in numeris quadratis et cubicis. Inter quas primo de numeratione/ et cō-
sequenter de alijs videamus. ¶ De numeratione prima specie.



St autē numeratio cuiuslibet numeri per figuras cōpetētes artificialis repre-
sentatio. Figura vero differentia/ locus/ et limes idem supponunt: sed a diuer-
sis rationib⁹ imponuntur. Figura ei dicit quātum ad lineæ protractionē. Dif-
ferētia vero: quia per illā ostenditur qualiter figura sequēs differt a preceden-
te. loc⁹ dicit ratioe spacij in quo scribitur. limes vero quia est via ordinata ad
cuiuslibet nūeri representatiōnē. ¶ Sciendū igit q; iuxta nouē limites: inueniūt
nouē figure significatiue/ nouē digitos representātes/ q̄ tales sūt. 0. 9. 8. 7. 6. 5.
4. 3. 2. 1. Decima vero figura dicit̄ theta/ vel circulus/ vel cifra/ vel figura ni-
chil: quia nichil significat. ipsa tñ locū tenēs dat alijs significare: nā sine cifra vel cifra pu-
r⁹ articul⁹ scribi nō pōt. Cū igit p̄ has nouē figuras significatiuas adiūctas qñq; cifre qñq;
cifris: cōtingat quēlibet numerū significare: nō fuit necesse plures figuras inueniri significa-
tiuas. ¶ Norādū igit q; quilibet digit⁹ vna sola figura sibi appropriata habet scribi. Oīs ve-
ro articul⁹ p̄ cifra et digitū a quo denoiat̄ ille articul⁹ habet representari: qm̄ qlibet articul⁹
ab aliquo digito denoiatur. vt denari⁹ ab vnitare/ vigenari⁹ a dualitate/ et ita de alijs. Oīs
qdē nūer⁹ i eo q; digit⁹/ habet poni i priā: oīs articul⁹ i scda. Oīs aut nūer⁹ q; ē a 10 vsq; ad
100/ vt cētenari⁹ excludat̄: duab⁹ figuris habet scribi. Si sit articul⁹: per cifrā priō positā et fi-
gurā scriptā versus sinistrā/ q̄ significat digitū a quo denoiat̄ articul⁹. Si vero sit nūer⁹ cōpo-
situs: priō scribat̄ digit⁹ q; est psilli⁹ nūeri cōpositi/ et sinistref articul⁹ vt pri⁹. Oīs vero nu-
merus q; est a 100 vsq; ad mille vt millenari⁹ excludat̄: p̄ tres figuras habet scribi. ¶ Notā-
dū est q; qlibet figura priō loco posita significat tātū suū digitū. secūdo decies suū digitū.
tertio cētes suū digitū. quarto millesies suū digitū. quinto decies millesies suū digitū: et sic
in infinitū multiplicādo p̄ hec tria. 10. 100. 1000 q; tñ oēs i hac cōphēdūt maxia. ¶ Quilibet fi-
gura sequēti loco posita: decies tātū significat quātū in precedenti. ¶ Et sciendū q; supra quā-
libet figurā loco millenarij positā cōpetēter potest poni quidā pūctus: ad denoiādū q; tot
millenarios debet vltima figura representare quot fuerit pūctus p̄transita. Sinistrorū scribi-
m⁹ i hac arte more Arabū hui⁹ sciētie iuētōrū. vel hac ratione et meliori: vt i legēdo cōsue-
tū ordinē penit⁹ obseruātes/ maiorē nūerū preponamus. ¶ De additiōe secūda specie.



Additio ē nūeri vel nūerorū aggregatio: vt videat̄ sūma excrecēs. In additiōe duo
sūt ordines figurarū/ et duo nūeri ad min⁹ necessarij: scilicet nūerus addendus &
numerus cui debet fieri additio. Nūerus addendus est ille qui debet addi ad aliū
et debet scribi inferius. Numerus cui debet fieri additio est ille qui recipit additi-
onem alterius: et debet scribi supra. Cōpetentius est tñ vt minor nūerus subscri-
batur et maior addatur q̄ econuerso. et siue sic fiat/ siue sic: semper idem proueniet. Si ve-
lis igitur numerū numero addere: scribe numerum cui debet fieri additio in superiori ordi-
ne per suas differentias/ numerum vero addendū in inferiori per suas differētiās. Ita q; pri-
ma inferioris ordinis sit sub prima superioris/ secūda sub secunda: et sic deinceps. Hoc factō
addenda est prima inferioris ordinis prime figure superioris. Ex tali igit additiōe aut excre-
scit digitus/ aut articul⁹/ aut nūerus cōpositus. Si digit⁹: loco superioris delete scribatur di-
gitus excrecēs. Si articul⁹: loco superioris delete scribatur cifra/ et transferat̄ digit⁹ a quo
denominat̄ articul⁹ ille versus sinistrā. Vel addat̄ proxime figure sequēti si sit figura sequēs.
Si nulla: ponat̄ i loco vacuo. Si aut cōtingat q; figura sequēs cui debet fieri additio articuli
sit cifra: ea delete loco ei⁹ scribat̄ articul⁹. Si aut cōtingat q; sit figura nouenarij & debet ei

Additio. Subtractio. Mediatio.

addi vnitas : loco nouenarij scribatur cifra / et sinifretur articulo vt prius. Si vero nūerus cōpositus loco superioris deleat scribat digitus q̄ est pars illi nūeri cōpositi / et sinifretur articulo vt prius. Hoc factō addēda est secūda secūde / et negociandū est per oīa vt prius. Notandū est q̄ in additiōe et in oib⁹ sequētib⁹ specieb⁹ quando vna alteri directe supponitur: vt tendū est qualibet acsi per se poneretur.

¶ De subtractione tertia specie.



Subtractio est propositis duobus nūeris maioris ad minorē excessus inuētio. Vel subtractio est nūeri a nūero ablatio: vt videatur sūma relicta. Minor quidem de maiori vel par de pari subtrahi potest: maior autē de minori nequaquā. Ille quidē nūerus dicitur maior: qui plures habet figuras dūmodo vltima sit significatiua. Si autē tot sint vnitates in vno quot in reliquo: iudicandum est per vltimas vel per penultimas. ¶ In subtractiōe duo nūmeri sūt necessarij sc3 nūer⁹ subtrahendus et nūer⁹ a quo debet fieri subtractio. Numerus vero subtrahendus in inferiori ordine scribendus est per suas differentias. Nūerus autē a quo debet fieri subtractio / in superiori / ita q̄ prima sub prima / secunda sub secūda: et ita deinceps. Subtrahē igitur primā figurā inferioris ordinis a figura sibi supraposita: et illa inferior aut erit par sibi supraposite / aut maior aut minor. Si par: loco ei⁹ scribat cifra prope figuras sequētes ne minus significēt. Si maior erit supraposita / deleanē ab ea tot vnitates quor cōtinet inferior figura / et residuū loco eius scribatur. Si minor: quia maior de minori subtrahi non potest / mutuetur et go vnitas a figura sequēti: que valet 10 respectu precedentis. Ab illo igitur denario et a figura a qua debuit fieri subtractio simul iunctis subtrahatur: et residuum ponatur in loco figure deleat. Si autē figura a q̄ mutuāda ē vnitas / sit vnitas: loco ei⁹ ea deleta scribatur cifra / ne sequētes figure minus significēt. deinde operare vt prius. Si autē figura a qua mutuāda est vnitas sit cifra: accede vltra a j figuram significatiuā et ibi mutua vnitatē / et i residuo loco cuiuslibet cifre pertrāsitate ponat figura nouenarij. Cū igitur peruentū fuerit ad illā figurā de qua intēdit: remanet tāntū denari⁹. ab illo ergo denario subtrahē vt prius. Ratio autē quare cuiuslibet cifre pertrāsitate relinquatur figura nouenarij: hec est. Si a tercio loco mutuet: illa respectu figure a qua debuit fieri subtractio valet 100. sed loco cifre pertrāsitate relinqtur 9 q̄ valet 90. vn⁹ de remanet tāntū denarius et eadē est ratio si a quarto vel quinto / et sic deinceps mutuet vnitas. Hoc factō subtrahē secūdū inferioris ordinis a suo superiori et negociandū est vt prius. ¶ Sciendū est q̄ tā in additiōe q̄ in subtractiōe possumus bene a similitis incipere operari redeūdo vsq; ad dextrā. sed vt docebat fiet cōmodi⁹. Si autē probare velis vtrū bene feceris necne: figuras quas prius subtraxisti / adde superiorib⁹. et occurrunt figure quas prius habuisti si recte feceris. Similiter i additiōe q̄n oēs figuras addideris: subtrahē easdē quas prius addidisti / et redibūt eadē figure si recte feceris. Est enī subtractio additiōis probatio et ecōuerso.

¶ De mediatione quarta specie.



Mediatio est alicui⁹ nūeri medietatis inuētio: vt videat que et quāta est illa medietas. In medietate tantū vn⁹ ordo figurarū est necessari⁹: sc3 nūer⁹ medianus. Si velis ergo aliquē nūerū medietate: scribat ille nūer⁹ per suas differentias / et incipe a dextris sc3 a pria figura versus dextrā: si illa fuerit significatiua. aut igitur representat vnitatē aut aliū digitū. Si vnitatem loco ei⁹ deleat ponat cifra prope figuras sequētes: ne minus significēt. Et scribat illa vnitas exteri⁹ in tabula: vel resoluat vnitas illa in 60 minuta / et medietas illorū 60 abiciat: et reliq; reseruet exteri⁹ i tabula sc3 30. Vel scribat figura diuidij cū titella sic $\frac{d}{2}$. Sciendū tamē q̄ nullū locū ordinis obtinet: aliqd tñ significat. q̄ medietas duplata in locū suū recipiet in duplatiōe. Si pria figura significet alium digitū ab vnitate: ille nūerus aut erit par aut impar. Si par: loco ei⁹ scribatur medietas illius paris. Si impar: lūme proximū parē sub illo cōtentum et pone medietatē illius paris. De vnitate autē q̄ remanet medianda: ita vt prius. hoc factō medianda est secūda. Si autē sit cifra: pretermittatur intacta. Si vero sit significatiua: aut erit par aut impar. Si par: loco eius deleat scribatur medietas eius. Si impar: lūme proximū parē sub illo contentū / et i loco illi⁹ imparis deleat ponatur eius medietas. Vnitas autem que remanet medianda: respectu precedentis valet 10. Diuidatur ergo ille denari⁹ in duos quinarior: et vnus abiciatur / et reliquus addatur figure precedenti. Si autē cifra fuerit cui debet fieri additio: deleatur et i loco eius scribatur. 5. et sic operandū est donec totalis numerus medietur.

¶ De duplatione quinta specie.



Duplatio ē nūeri propositi ad seipsū aggregatio: vt videat summa excrefcēs. In duplatiōe vero tāntū est vn⁹ ordo figurarū necessari⁹: et inchoādum ē a sinistra siue

a figura maiori/ hoc est supra figuram/ maiorē numerū representantē. In tribus quidē precedentibus speciebus inchoauimus a dextra et a figura minori. In hac autē specie et in oib⁹ sequētibus inchoam⁹ a sinistra. De quo datur hic ver⁹. Substrahis aut addis a dextris aut mediabis Aleua dupla/ diuide/ multiplica. Extrahe radicē duplā sub parte sinistra. Quā si a prima figura incipias duplare: continget quandoq; idē bis duplari. Et licet aliquo modo possem⁹ operari incipiēdo a dextris: difficilior tamē doctrina esset et operatio. Si velis igit aliquē numerum duplare: scribatur ille nūerus per suas differētias et duplēt vltima. et a duplicatione aut excrefcit digitus: aut articulus/ aut numerus cōpositus. Si digitus/ loco illius delete scribatur digitus excrefcens. Si articulus: loco illi⁹ delete scribatur cifra/ et trāsseratur articulus versus sinistra. Si verō cōpositus: loco illi⁹ scribatur digitus q̄ est pars illi⁹ numeri cōpositi et sinistreretur articulus. Hoc factō duplanda est penultima: et quicquid excreuerit negociandū est vt pri⁹. Si vero occurrit cifra: relinquēda est intacta. Sed si aliquis numer⁹ cifre debeat addi: loco illius delete scribatur numerus addendus. eodem modo negociandum est de omnibus aliis. ¶ Probatio hui⁹ talis est. si recte duplaueris: media/ et si recte mediuaueris: dupla/ et occurrunt eodē figure quas prius habuisti. Est enī duplatio/ mediationis probatio et eduerso.

¶ De multiplicatione sexta specie.

Multiplicatio numeri per se vel per aliū: est propositis duobus nūeris tertii inuentio qui toties cōtineat alterū illorū quot sunt vnitates in reliquo. In multiplicatione duo numeri sunt necessarij: scz numerus multiplicans et nūerus multiplicandus. Numerus multiplicans aduerbialiter designatur. Numer⁹ vero multiplicandus nominalē recipit denominationē. Potest etiam tertius nūerus assignari qui productus dicitur: proueniens ex ductu vni⁹ in alterū. Notandum est q̄ de multiplicante potest fieri multiplicandus et econuerso: manente semper eadē summa. et hoc est qd̄ cōmuniter dicitur. Omnis numerus cōuertitur in se multiplicando. ¶ Sunt autē sex regule multiplicationis. quarū prima est talis. Quando digitus multiplicat digitū substrahat minor digitus ab articulo sue denominationis p̄ differētiam maioris digiti ad denariū/ denario simul cōputato. Verbi gratia. Si vis scire quot sunt quater 8/ vide vnitates inter 8 et 10 denario simul cōputato/ et patet q̄ sunt due. Substrahatur ergo quaternari⁹ a 4-0 bis: et remanent 32 summa toti⁹ multiplicationis. Similiter agēdū est si digitus multiplicat seipsū. ¶ Secunda. Quando digitus multiplicat articulus: ducendus est digit⁹ in digitū a quo denominatur ille articulus per primā regulam: et quelibet vnitas valebit 10 et quelibet articulus valebit 100. ¶ Tertia. Quādo digit⁹ multiplicat numerū cōpositū: ducendus est digitus in vtramq; partem numeri compositi/ Ita q̄ digitus in digitum per primā regulam/ in articulum per secundam. Postea producta iungantur: et erit summa totius. ¶ Quarta. Quando articulus multiplicat articulum: ducendus est digitus a quo denominatur vnus illorum in digitum a quo denominatur reliquus/ et quelibet vnitas valebit 100 et quelibet denarius 1000. ¶ Quinta. Quando articulus multiplicat numerū cōpositum: ducēdus est digitus articulus in vtrāq; partem numeri compositi et cōiungantur producta/ et patebit summa. ¶ Sexta. Quando nūerus cōpositus multiplicat numerū cōpositum: ducēda est vtrāq; pars numeri multiplicātis in vtrāq; partē numeri multiplicandi. et sic ducetur bis: quia semel in digitū/ et semel in articulus. articulus similiter bis: semel in articulus/ et iterū in digitū. Hic tamen vbicq; articulus non nisi ad principales extēdatur articulos. Si velis igitur aliquē numerum multiplicare per se vel per aliū: scribe numerū multiplicandū per suas differētias in superiori ordine/ numerum vero multiplicantē per suas in inferiori: ita tamen q̄ prima inferioris sit sub vltima superioris. Quo factō: ducetur vltima multiplicantis in vltimā multiplicandi. Ex illo igitur ductu aut excrefcit digitus/ aut articulus/ aut numerus cōpositus. Si digitus: ex directo supraposito figure multiplicantis scribatur digitus excrefcens. Si articulus: ex directo figure multiplicantis scribatur cifra/ et trāsseratur articulus versus sinistra. Si numerus cōpositus: ex directo figure multiplicantis scribatur digit⁹ qui est pars illius cōpositi/ et sinistreretur articulus vt prius. Hoc factō ducēda est penultima multiplicātis in vltimā multiplicandi: et quicquid excreuerit/ negociandum est vt prius. et sic fiat donec perueniatur ad primā multiplicātis: que ducenda est in vltimā multiplicandi. et ex illo ductu aut excrefcit digitus aut articulus aut numerus cōpositus/ vt prius. Si digitus: loco superioris delete scribatur digitus excrefcens. Si articulus: loco superioris delete scribatur cifra et sinistreretur articulus. Si numerus cōpositus: loco superioris delete scribatur digit⁹ qui est pars illius cōpositi/ et sinistreretur articulus vt prius. Hoc factō anteriorāde sūt figure nū-

Multiplicatio. Diuisio.

neri multiplicantis per vnicam differentiam: ita scilicet q̄ prima multiplicantis sit sub pe-
 nultima multiplicandi et sic de reliquis per vnum locū anterioratis. Hoc facto ducēda est
 vltima multiplicātis i vltimam multiplicandi: sub qua est prima multiplicantis. Ex illo au-
 tem ductu aut excrescit digitus aut articulus aut nūerus cōpositus. Si digitus: ex directo fi-
 gure supraposite addatur. Si articulus: transferatur versus sinistrā. Si numer⁹ cōposit⁹: ad-
 datur figure supraposite digitus; et sinistreretur articulus. Similiter quelibet figura numeri
 multiplicantis ducenda est in penultimā multiplicandi: donec perueniatur ad primā mul-
 tiplicantis/ vbi operandū est quēadmodū dicebatur de prima. Deinde vt pri⁹ anteriorade
 sunt figure multiplicātis per vnicā differentiā. Nec cessandū est a tali anterioratione nec a
 tali ductu: quousq; quelibet figura nūeri multiplicantis ducatur in quamlibet figurā nūeri
 multiplicādi. Si autē contingat q̄ prima figura nūeri multiplicantis sit cifra/ et ei supponā
 figura significatiua: loco illius superioris delete scribatur cifra. Si autē occurrat cifra iter pri-
 mā et vltimā inferioris ordinis et directe supraponatur figura significatiua: relinquēda est
 intacta. Si vero spaciū ei suprapositū sit vacuū: in eodē spacio scribenda est cifra. Si cifra sit
 inter primā et vltimā numeri multiplicādi: anteriorandus est ordo figurarū nūeri multipli-
 cātis per duas differentias. quoniā ex ductu alicui⁹ nūeri in cifrā nichil resultat. ¶ Ex p̄dictis
 patet q̄ si prima figura nūeri multiplicādi sit cifra/ sub ea nō debet fieri anterioratio. Sciē-
 dū est q̄ in multiplicatiōe/ diuisione/ et radicū extractiōe: cōp̄terter potest relinquī spaciū
 vacuū inter duos ordinēs figurarū/ vt ibi ponatur qd̄ prouenit addendū aut subtrahendū
 ne aliquid memoria excidat.

¶ De diuisione septima specie.



Diuisio nūeri p̄ nūerū/ est propositis duob⁹ nūeris/ maioris i tot partes distri-
 butio: quot sunt vnitates in minori. Notādū q̄ in diuisione sunt tres nūeri
 sc; numer⁹ diuidendus/ et nūerus diuidens siue diuisor/ et numerus deno-
 tans quoties siue numerus extens. Nūerus autē diuidendus semp̄ debet esse
 maior vel saltē par numero diuisori: si debeat fieri diuisio per integra. Si ve-
 lis igitur aliquē numerū per alium diuidere: scribe numerū diuidēdum in
 superiori ordine per suas differentias/ diuisorem vero in inferiori p̄ suas.
 Ita q̄ vltima sit sub vltima: et penultima sub penultima/ et ita de aliis si cō-
 perenter fieri possit. Sunt autē due regule quare vltima sub vltima collocari nō potest: aut
 quia vltima inferioris ordinis substrahi nō potest ab vltima superioris eo q̄ est minor infe-
 riori. aut quia licet vltima aliquoties possit substrahi a sua superiori: relique nō possunt to-
 ties a suis suprapositis. vt si vltima inferioris sit par figure supraposite: penultima siue an-
 tepenultima sit maior. His itaq; ordinatis incipiendū est operari ab vltima figura numeri
 diuisoris. et videndū est quones possit substrahi a figura sibi supraposita: ita q̄ toties pos-
 sint substrahi relique a suis suprapositis et residuo/ si aliquid fuerit residuū. Et notādū q̄
 non contingit pluries substrahere q̄ nouies/ nec minus q̄ temel. Vltimo ergo quoties figure
 ordinis inferioris possint substrahi a suis superiorib⁹: scribendus est numer⁹ denotās quoti-
 es ex directo supraposito illius figure/ sub qua est prima figura nūeri diuisoris. et per illam
 figurā substrahende sunt oēs figure inferioris ordinis a superioribus. Hoc facto anteriorā-
 de sunt figure numeri diuisoris per vnicā differentiam versus dextrā: et negociandū est vt
 prius. Si autē aliquoties cōtingit post anteriorationem q̄ nō aliquoties possit substrahi vl-
 tima inferioris a figura sibi supraposita: supra figurā sub qua est prima numeri diuisoris di-
 recte scribenda est cifra in ordine numeri denotantis quoties/ et anteriorande sunt figu-
 re vt prius. Similiter vbi cūq; contingit in numero diuidendo q̄ diuisor nō possit substrahi:
 ponēda est cifra in ordine numeri denotātis quoties/ et anteriorande sunt figure vt prius.
 Nec cessandum est a tali anterioratione/ nec a nūeri denotātis positione/ nec a ductu nūeri
 denotantis quoties i diuisorē/ nec a diuisoris substractiōe: donec prima diuisoris sit substra-
 cta a prima diuidendi. Quo facto aut erit aliquid residuum aut nichil. Si aliquid: reiciuetur
 exteri⁹ in tabula/ et erit semp̄ min⁹ diuisore. Si igitur velis scire quot vnitates proueniāt
 de nūero denotante diuidentem cuiuslibet numeri diuisoris: nūerus denotans quoties hoc
 ostendit. Cū itaq; talis diuisio facta fuerit/ et pbare velis vtrū bene feceris necne: multipli-
 ca nūerū denotantē quoties per diuisorem/ et sic redibunt eedē figure quas prius habuisti
 si nichil fuerit residuum. Sed si aliquid fuerit residuū: tunc cū additione illi⁹ residui redibunt
 eedē figure/ et ita multiplicatio probat diuisionē et ecōuerso. vt si facta multiplicatiōe di-
 uidatur productum per multiplicantem: et exhibunt in numero denotante quoties: figure
 numeri multiplicandi.

¶ De progressionē octaua si ecce.



Progressio est numerorum secundum equales excessus ab unitate vel binario superiorum aggregatio: ut uniuersorum summa copiosius habeatur. ¶ Progressionum alia est naturalis siue continua: alia intercalata siue discontinua. Naturalis est illa quando incipitur ab unitate et non omittitur aliquis numerus: ut. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. et sic semper numerus sequens superat precedentem unitate solū. Intercalata est quando uniformiter omittitur aliquis numerus: ut. 1. 3. 5. Similiter a binario potest incipere: ut 2. 4. 6. et sic semper numerus sequens superat precedentem duabus unitatibus. ¶ Notandum est quod de progressionibus naturalibus due dantur regule. ¶ Prima. Quandoque progressio naturalis terminatur in numerum parē: per medietatem ipsius multiplicata numerum proximum totali superiorē. Verbigratiā. 1. 2. 3. 4. multiplicata 5 per 2 sic bis 5. et exhibet 10 summa totius progressionis. ¶ Secunda. Quando progressio naturalis terminatur in numerum imparē: per maiorem portionem ipsius multiplicata numerum totalē. Verbigratiā. 1. 2. 3. 4. 5. multiplicata 5 per 3. sic ter 5: & resultant 15 numerus totius progressionis. ¶ De progressionibus intercalatis similiter dantur due regule. ¶ Prima. Quando progressio intercalata terminatur in numerum parē: per medietatem eius multiplicata numerum superiorē proximum medietati. ut 2. 4. 6. multiplicet 4 per 3: sic ter 4: et resultabit duodenarius: summa totius progressionis. ¶ Secunda. Quando progressio intercalata terminatur in numerum imparē: multiplicata maiorem portionem per seipsam. Verbigratiā. 1. 3. 5. multiplicetur. 3. per se: sic ter. 3. et erit. 9. summa totius progressionis.

¶ Capitulum preambulū de radicum extractione huius artis nona specie. Equit de radicum extractione: et primo in numeris quadratis. Vnde videndum est quid sit numerus quadratus: et que radix numeri quadrati: et quid sit radice extrahere: prenotanda tamen hec diuisio. Numerorum alius linearis: alius superficialis. Linearis est qui consideratur penes processum non habito respectu ad ductionem numeri in numerum. ut. 5. siue 7. et huius consimiles solū unum habent numerus: sicut linea tantū unam habet dimensionem scilicet longitudinem. Numerus superficialis est qui provenit ex ductu numeri in numerum. Et dicitur superficialis: quia habet duos numeros denotantes siue mensurantes ipsum: sicut superficies duas habet dimensiones scilicet longitudinem et latitudinem. ¶ Sed numerus dupliciter potest duci in numerum: aut semel: aut bis. Si semel: aut in se aut in alium. Sciendum est quod si ducatur in seipsum semel: fit quadratus numerus. Si ducatur in alium: fit numerus superficialis et non quadratus. ut. 2. ducta in 3. constituunt senarium numerum superficialē et non quadratum. Vnde patet quod omnis numerus quadratus est superficialis: sed non conuertitur. Radix autem numeri quadrati est ille numerus qui ducitur in se ut bis 2 sunt 4. quaternarius igitur est primus numerus quadratus: et binarius est radix eius. et dicitur quadratus quia diuisim scriptus per unitates habebit quattuor latera equalia ad modum quadranguli. Si autem bis ducatur numerus in numerum: faciet numerum solidum. Numerus solidus est qui provenit ex duplici ductu numeri in numerum. et dicitur solidus quia sicut corpus solidum tres habet dimensiones: ita iste numerus tres habet numeros producentes se. Sed numerus potest dupliciter duci in numerum bis: aut in se aut in alium. Si igitur numerus bis ducatur in se vel semel in suum quadratum (quod idem est) fit numerus cubicus: et dicitur cubicus ab hoc nomine cubus cubi quod est solidum. est autem cubus corpus sex habens superficies: octo angulos et duodecim latera. Si vero bis ducatur numerus in alium: fit numerus solidus et non cubicus. ut bis 3 bis constitunt 12. Vnde patet quod omnis numerus cubicus est solidus sed non conuertitur. Ex predictis patet quod idem numerus est radix numeri quadrati et cubici: non tamen radices illius idem est quadratus et cubicus. Cuius ratio est quia omnis numerus potest esse radix quadrati et cubici: sed non omnis numerus est quadratus vel cubicus. Cum igitur ex ductu unitatis in se ducte semel vel bis nichil proveniat nisi unitas: dicit Boetius in Arithmetica sua quod unitas potentialiter est omnis numerus: nullus tamen actu. ¶ Notandum est quod inter quoslibet proximos quadratos est unicum medium proportionale: quod provenit ex ductu unius in radicem alterius. Inter duos cubicos est duplex medium proportionale. scilicet minus medium et maius. Minus medium provenit ex ductu radices maioris cubici in quadratum minoris. Maius vero: si ducatur radix minoris cubici in quadratum maioris. Cum igitur de vltima summa solidorum siue minorum in arte presenti non fuit processus: tamen proprie novē limites minorum distinguunt. Est enim limes minorum eiusdem nature extremis contentorum terminis continua ordinatio. Vnde primus limes est novē digitorum continua progressio. Secundus limes est novem articulorum principalium. Tertius centenariorum. Quartus millenariorum. Tres ceteri resultant in compositis per digitorum appositionem: supra quęcumque articulorum trium predicto

Boetius.

Radicum extractio.

rum et si alter alteri preponatur. Sed per finalis termini ratione ex millenarij receptioe supra se quocumq; alio precedere semel per modum quadratorum aut bis per modum solidorum: et scilicet penultimus et ultimus limes. ¶ De radicum extractione in numeris quadratis.



Radice[m] numeri quadrati extrahere est proposito aliquo numero radicem eius quadratam inuenire: si numerus propositus fuerit quadratus. Si vero non sit quadratus: radicem maximi quadrati sub numero proposito est inuenire. Si velis igitur alicuius numeri radicem in quadratam inuenire: scribe numerum illum per suas differentias/ et computa numerum figuratum vtrum sit par vel impar. Si par incipiendum est operari sub penultima. Si impar: sub vltima. et vt breuiter dicatur semper ab vltima impari incipiendum est. Sub vltima igitur figura in impari loco posita: inueniendus est quidam digitus qui ductus in se deleat totum sibi suprapositum respectu sui vel in quantum vicini potest. Tali digito inuento et a superiori subtracto: duplatus est ille digitus. et duplatus ponendum est sub proxima figura anteriori versus dextram/ et eius subduplum sub illo. Quo facto: inueniendus est quidam digitus sub prima figura proxima ante duplatum/ qui ductus in duplatus deleat totum sibi suprapositum respectu duplatis. Deinde ductus in se deleat totum suprapositum respectu sui/ vel in quantum vicini potest. Vel potest ita substrahi digitus inuentus: vt ducat in duplatus vel duplatus/ et postea in se. Deinde illa duo producta simul addantur: ita quod priora figura vltima producti addatur ante primum primi producti/ secunda addatur prime et ita deinceps. et simul substrahatur a totali numero respectu digiti inuenti. Si autem contingat quod non possit aliquis digitus inueniri: tunc ponenda est cifra sub cifra sub tertia figura/ et anterior adum est primum duplatus cum suo duplo. Nec cessandum est a talis digiti inuentione. nec a digiti inuentione duplicatione/ nec a duplatorum anterioratione/ nec et a subdupli subduplo positione: donec sub prima figura inuentus fuerit quidam digitus qui ductus in oes duplatus deleat totum suprapositum respectu sui vel in quantum vicinius potest. Quo facto: aut aliquid erit residuum vel nichil. Si nichil: constat quod numerus propositus fuerit quadratus. et eius radix est digitus vltimo inuentus cum subduplo vel subduplata quod preponatur. Si vero aliquid fuerit residuum: constat quod numerus propositus non fuit quadratus sed digitus/ et sic primo datus numerus est radix maximi quadrati sub numero propositi contenti. Ceterum si velis probare vtrum bene feceris necne: multiplica digitum vltimo inuentum cum subduplo vel subduplis in seipsum: et redibunt eadem figure quas prius habuisti si nichil fuerit residuum. Sed si aliquid fuerit residuum: tunc cum additione illius residui redibunt eadem figure quas prius habuisti. ¶ De radicum extractione in numeris cubicis.



Equitur de radicum extractione in numeris cubicis. Vnde videndum est quid sit numerus cubicus/ et que radix eius/ et quid sit radicem cubici extrahere. Est enim numerus cubicus vt patet ex predictis: qui prouenit ex ductu alicuius numeri bis in se aut semel in suum quadratum. Radix numeri cubici est ille numerus qui ita bis ducitur in se vel semel. Vnde patet quod numerus cubicus est quadratus habet eandem radicem: sicut superius dictum est. Radicem autem cubici extrahere est numerum propositi radicem inuenire: si numerus cubicus sit propositus. Si vero non sit cubicus: tunc radicem cubici extrahere/ est maximi cubici sub numero proposito contenti radicem inuenire. Proposito igitur aliquo numero cuius radicem cubicam velis extrahere: primo computande sunt figure per quartas siue per loca millenarij/ et sub vltimo loco millenarij inueniendus est quidam digitus: qui ductus in se cubice deleat totum suprapositum respectu sui/ vel quanto vicinius potest. Quo facto triplatus est ille digitus: et triplatus ponendum est sub proxima figura tertia versus dextram et subtriplo sub triplo. Deinde inueniendus est quidam digitus sub prima figura ante triplatum: qui cum subtriplo ductus in triplatum et postea sine subtriplo ductus in productum/ deleat totum suprapositum respectu triplati. Deinde ductus in se cubice deleat totum suprapositum respectu sui/ vel quanto vicinius potest. Hoc facto triplandus est digitus ille iterum: et triplatus ponendum est sub prima figura veluti prius/ et eius subtriplo sub eo. Postea anteriorandum est primum triplatum cum suo subtriplo per suas differentias. Deinde inueniendus est quidam digitus sub proxima figura ante triplatum/ qui cum subtriplo ductus in triplatum et postea sine subtriplo ductus in productum/ deleat totum suprapositum respectu triplati. vt prius. Nec cessandum est a tali digiti inuentione/ nec a digiti inuenti triplatione/ nec a triplati anterioratione per suas differentias/ nec a tripli sub triplo positione/ nec a tali multiplicatione/ nec a tali subtractione donec inuentus fuerit ad primam figuram: sub qua inueniendus est quidam digitus qui cum subtriplo vel supra. etc. Deinde ductus cubice vt supra. etc. ¶ Notandum est quod productum proueniens ex ductu digiti inuenti cum subtriplo vel subtriplo in triplatum/ et postea sine subtriplo vel subtri-

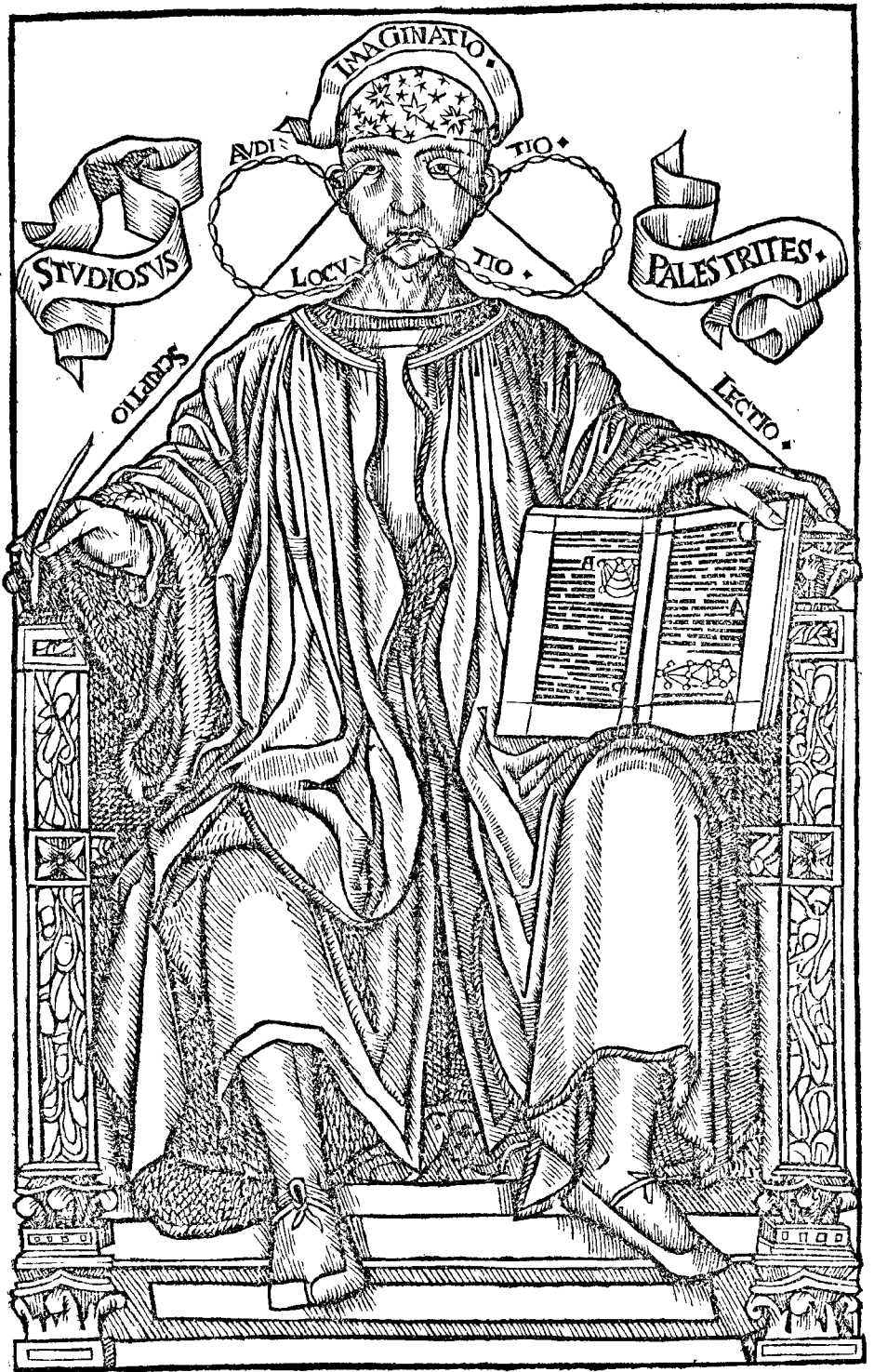
plis in productum/ et iterum productum quod prouenit ex ductu digiti inuenti in se: possunt addi et simul subtrahi a totali numero supraposito respectu digiti inuenti, et idē est ac si fiat diuisim. Hoc factō: aut aliquid erit residuū vel nichil. Si nichil: constat q̄ numerus ille propositus fuit cubicus: et eius radix est digitus vltimo inuentus propositus sub triplo vel sub triplis, que radix si ducatur in se et postea in productum: erunt eedem figure que prius. Si vero aliquid sit residuū: constat q̄ nūerus ille non fuit cubicus: sed digit⁹ vltimo inuēt⁹ cū subtriplis est radix maximī cubici sub nūero proposito cōtenti. q̄ radix si ducatur in se & postea in pductū: emerget maximus cubicus sub nūero proposito cōtētus. et si illi cubico addatur residuum referuatum in tabula: erunt eedem figure que prius. Si autem digit⁹ post anteriorationem inueniri non poterit: ponenda est cifra sub cifra sub quarta figura versus dextram/ et anteriorande sunt figure. ¶ Notādum est q̄ si in numero proposito non sit alius locus millenarij: incipiendum est operari sub prima figura. In hac autem radice extrahenda solebant quidam distinguere numerum propositum per ternarios: et semper incipere operari sub prima figura ternarij siue completi siue incompleti qui modus operandi idem est cum predicto.

¶ Opusculi de praxi numerorum quod Algorithmum vocant/ finis.

¶ Index eorumque in hoc opusculo annotatu digniora sunt.

	Folio.
Perfectam Pyramidem/ ad diuinorum philosophiam aptam haberi.	viii.
Vnitatem/ et latus/ et quadratum/ et cubum ad seipsam esse.	eodem.
Vnitatem itidē: et circulum et spheram/ immo et omnē numerū figurale potestate dici.	ix.
Q̄ numerus perfectus/ virtutis sit emulator/ itidem et quadratus.	xv. xx.
Ex tria equalitate omnem nasci inequalitatem et in eandem reuocari.	xvi.
Que sit numerorum in mensula Pythagore descriptorū adinuicem habitudo.	xvii.
Q̄ numerus superpartiens cū multiplici et superparticulari quoquo pacto conspirat.	xviii.
Quo pacto cuiuslibet speciei inequalitatis per multiplicationē sumendi sunt termini.	eodē.
Quo pacto itidem per additionē sumantur cuiuslibet habitudinis numeri.	xix.
Quare Aristoteles felicem appellat quadratum siue vituperatione.	xx.
Quamobrem Pythagoras numeros impares vocat gnomonas quadratorum.	eodem.
Quanta sit impariū sup pares et quadratorū sup altera parte lōgiore prestabilitas.	xxiii.
Nexum Arithmeticum diuinorum/ geometricū vero humanorum esse.	xxiiii.
Quo pacto quilibet continue multiplices ab vnitare sumendi sunt.	xxv.
Qua itidem ratione cuiusq; numeri quadratus et cubus haberi possit.	eodem.
Sex proportionalitatum species in numeris apte seruari.	xxvii.
Ex maxima harmonia et differētis terminorum harmonice medietatis/ omnes consonāntias musicas desumi.	xxix.
Duobus eisdē extremis diuersa interposita media tres primas medietates cōficere.	eodē.
Cuiusq; medietatis terminos trifariam adinuicem comparari posse.	xxx.
Medietatum diui Seuerini Boerii et Iordani inter se comparatio.	eodem.

¶ Absolutum in almo Parisiorum studio/
Anno domini qui numero definiuit
omnia 1503. Et emissum ex officina
Henrici stephani Anno
CHRISTI saluatoris
omnium 1510 decima
quinta
die Martij.



LEFEVRE D'ETAPLES

EPITOME COMPENDIOSAQUE INTRODUCTIO
 IN LIBROS ARITHMETICOS
 DIVI SEVERINI BOETII,
 ADJECTO FAMILIARI COMMENTARIO DILUCIDATA

[*par Clichtove*] ;

PRAXIS NUMERANDI CERIIIS
 QUIBUSDAM REGULIS CONSTRICTA

[*par Clichtove*] ;

INTRODUCTIO IN GEOMETRIAM, SEX LIBRIS DISTINCTA...

LIBER DE QUADRATURA CIRCULI ;

LIBER DE CUBICATIONE SPHERÆ ;

PERSPECTIVA INTRODUCTIO

[*par Ch. de Bouelles*] ;

INSUPER ASTRONOMICON

EMISSUM EX OFFICINA HENRICI STEPHANI, 1510.

In-fol. de 48 f. rel. demi-marq. rouge, tr. dorées.

/1.000 NF/

Ces textes de Boèce ont joui d'une grande popularité à la fin du Moyen Age. Ils sont complétés dans les éditions d'Estienne par Lefèvre d'Étaples et Clichtove. La dédicace adressée à Giovanni Stefano Ferrerio de Bugella évêque de Vercell, protecteur des humanistes est de Lefèvre d'Étaples.

Le titre est contenu dans un bel encadrement de feuillage où des angelots soutiennent les armoiries de l'Université. A la fin, grand bois symbolique représentant le « Studiosus Palæstrites » (reproduit par Fairfax Murray, p. 60).

